



Vierteljahrsschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,
Prof. der Astronomie in Zürich.

Vierundzwanzigster Jahrgang.

Zürich,
in Commission bei S. Höhr.
1879.

Inhalt:

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

XLIX. Beobachtungen der Sonnenflecken im Jahre 1878, sowie Berechnung der Relativzahlen und Variationen dieses Jahres; Fortsetzung der Sonnenfleckenliteratur.

Die Häufigkeit der Sonnenflecken konnte von mir 1878 an 282 Tagen vollständig und mit dem seit Jahren dafür gebrauchten $2^1/_2$ füssigen Pariser-Fernrohr, oder auf Excursionen mit einem annähernd equivalenten Münchner-Fernrohr, — und noch an 2 Tagen bei bewölktem Himmel wenigstens theilweise beobachtet werden; diese sämmtlichen Beobachtungen sind unter Nr. 385 der Literatur eingetragen, und die 282 vollständigen derselben wurden unter Anwendung des frühern Factors 1,50 zur Bildung einer ersten Reihe von Relativzahlen verwendet. Ausser denselben lagen noch die unter Nr. 386 gegebenen 351 Beobachtungen vor, welche meine beiden Assistenten Robert Billwiller und Alfred Wolfer direct bei Vergrösserung 64 an dem Frauenhofer'schen Vierfüsser, auf welchen ich meine Beobachtungen reducire, erhalten hatten; ihre Vergleichung mit der Reihe meiner Relativzahlen ergab mir für das erste Semester

aus	131	Vergl.	für	Hrn. Wolfer	den Factor	0,67
„	31	„	„	„ Billwiller	„ „	0,89

und für das zweite Semester, für welches ich ausnahms-

Sonnenflecken-Relativzahlen im Jahre 1878.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.
1	0	0*	0*	0	0	32	0	0	0	0	13	0*
2	0*	6*	0	0	0	28	0	0	5	0	16	0*
3	0	25	15	3	0	30*	0*	0	13	0	16	0
4	0	39	27	0*	0	23	0	0	14	0	14	0*
5	0	37	29	0	0	5	0	0	14	0	9	0*
6	0*	27*	17	0	0	4	0	0	15	0	13	0*
7	0	24*	2*	0	0*	0	0	0	15	0	13	0
8	0	25*	13	0	0	0	0	0	13	0	8	0
9	0*	2*	4	0	0	0	0	0	13	0	8*	0*
10	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0	0	0
11	0	0	10*	0	0	0	0*	0	13	0	0	0
12	0	0	18*	0	0*	0	0	0	16	0	0	0
13	0	0	18	0	0	0	0	0	11*	0	0	0
14	0*	0	20	0	0	0	0	0*	0	0*	0	0
15	1*	0	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0*
18	0	0	11*	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0*	0*	0	0	0	0	0*	0	0	2*	16
20	0	0	0	0	0	0*	0	0*	0	0	0	1*
21	13*	0	0	0	8	0	0	0	0*	0	9*	0
22	4	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0
23	14	0	3*	0	0	3	0	0	0	0	0	0
24	17	0	0	0	0	6*	0	0	0*	0	0	0
25	15	0	0	0	9*	0	0	0	0	0	0	0*
26	18*	0*	0	0	16	17	4*	0	0	0	0	0*
27	14	0	0	0	21	20	0	0	0	0	0	0
28	7	0	0	0	22	16	0	0	0	0	0	0
29	0		0	0	22	9	0	0	0	13	0	0
30	0		0	0	39	0	0	0	0	13	1*	0*
31	0*		0		43		0	0		9		0
Mittel	3,3	6,0	7,8	0,1	5,8	6,4	0,1	0,0	5,3	1,1	4,1	0,5

weise wegen der geringen Anzahl von Fleckentagen alle im ganzen Jahre erhaltenen Vergleichungen benutzte:

aus	286 Vergl.	für Hrn. Wolfer	den Factor	0,78
„	67 „	„ „ Billwiller	„ „	1,05

Mit diesen Factoren wurde für jeden dieser beiden Hülfsbeobachter ebenfalls eine Reihe von Relativzahlen aufgestellt, — sodann aus den sämmtlichen drei Reihen eine Mittelreihe gebildet, und dieselbe ohne weitere Bezeichnung in die beigegebene Tafel der Relativzahlen eingetragen. Es blieben so im ersten Semester noch 30 und im zweiten Semester noch 25 Tage zum Ausfüllen, und hiefür wurden nunmehr in folgender Weise die Reihen verwendet, welche ich der gefälligen Mittheilung aus Madrid, Athen, Palermo, Washington, Peckeloh, Moncalieri, Leipzig und Rom verdanke, und in Nr. 391, 390, 395, 397, 387, 388, 398 und 389 vollständig mitgetheilt habe: Aus den ersten 7 dieser Reihen wurden durch Vergleichung mit der Zürcher-Reihe für jedes Semester (für das zweite Semester wieder ausnahmsweise alle Vergleichungen des ganzen Jahres anwendend) und jeden Beobachtungsort die Reductionsfactoren abgeleitet, und zwar ergab sich für das

erste	Semester	aus	121	Vergl.	für	Madrid	der Factor	0,66
„	„	„	144	„	„	Athen	„ „	1,45
„	„	„	99	„	„	Palermo	„ „	0,56
„	„	„	91	„	„	Washington	„ „	0,68
„	„	„	139	„	„	Peckeloh	„ „	0,90
„	„	„	92	„	„	Moncalieri	„ „	1,05
„	„	„	95	„	„	Leipzig	„ „	1,18
zweite	„	„	241	„	„	Madrid	„ „	0,69
„	„	„	303	„	„	Athen	„ „	1,37
„	„	„	184	„	„	Palermo	„ „	0,52
„	„	„	180	„	„	Washington	„ „	0,70
„	„	„	271	„	„	Peckeloh	„ „	0,91
„	„	„	178	„	„	Moncalieri	„ „	1,08
„	„	„	219	„	„	Leipzig	„ „	1,18

Für Rom, wo neben den Gruppenzahlen g keine Flecken-zählungen, sondern Flächen f gegeben waren, ergaben sich für das ganze Jahr 38 correspondirende Beobachtungen, wo die Sonne Flecken hatte (an beiden Orten fleckenfreie Tage geben natürlich keine Vergleichung), und aus diesen bildete ich, die Zürcher-Relativzahlen mit r bezeichnend, 38 Gleichungen der Form $r = \alpha . g + \beta . f$, und sodann aus diesen in gewohnter Weise für α und β zwei Normalgleichungen, welche mir $\alpha = 8{,}08$ und $\beta = 0{,}88$ ergaben, und somit die Reductionsgleichung

$$r = 8{,}08 . g + 0{,}88 . f = 0{,}81\,(10 . g + 1{,}086 . f)$$

wofür ich mit hinlänglicher Annäherung

$$r = 0{,}81\,(10 . g + f)$$

setzen, also für Rom den Reductionsfactor 0,81 anwenden, und die Flächenzahl für die Flecken-Anzahl einsetzen durfte. Dass dieses Resultat ein schönes Zeugniss für die Zulässigkeit der von mir eingeführten Rechnungsvorschrift für die Relativzahlen ablegt, liegt auf der Hand; aber immerhin gedenke ich diesen Punkt unter Anwendung anderer Beobachtungsreihen, wie namentlich derjenigen von Madrid, wo Flächenzahl und Flecken-Anzahl gleichzeitig beobachtet werden, noch genauer zu prüfen. — Unter Anwendung dieser Factoren reducirte ich nun die 48 Beobachtungen von Madrid, die 54 B. von Athen, die 20 B. von Palermo, die 37 B. von Washington, die 39 B. von Peckeloh, die 27 B. von Moncalieri, die 24 B. von Leipzig und die 26 B. von Rom, welche auf die in Zürich fehlenden 55 Tage fielen, und sie sämmtlich mehrfach deckten, und schrieb endlich in die beigegebene Tafel die aus ihnen folgenden Mittelwerthe unter Beisetzung eines * ein. — Die Tafel enthält

ausserdem die Monatmittel und im Mittel aus diesen ergibt sich als mittlere Relativzahl des Jahres 1878

$$r = 3{,}4$$

welche zwar in Zusammenstellung mit den Relativzahlen der Vorjahre

1869	1870	1871	1872	1873	1874	1875	1876	1877	1878
73,9	**139,1**	111,2	101,7	66,3	44,6	17,1	11,3	12,3	**3,4**

deutlich zeigt, dass die kleine Anschwellung von 1876 auf 1877 keineswegs, wie es im vorjährigen Berichte geschehen ist, als ein Ueberschreiten des Minimums gedeutet werden darf, sondern dass Letzteres dem Maximum diessmal ungewöhnlich spät folgt, — dagegen noch nicht mit Bestimmtheit schliessen lässt, dass es wirklich erreicht sei, — von einer Festsetzung der Minimumsepoche natürlich noch gar nicht zu sprechen. Dasselbe Verhältniss zeigt sich auch in den für Juli 1876 bis Juni 1878 in gewohnter Weise durch Ausgleichung erhaltenen Zahlen

—	—	—	—	—	—	11,7	11,9	10,8	10,6	11,8	13,0
13,1	12,6	12,7	12,7	12,6	12,5	11,4	10,4	10,1	9,8	8,0	7,1
6,5	6,0	5,3	4,6	4,0	3,4	—	—	—	—	—	—

welche ich zur Ergänzung der in Nr. XLII gegebenen Tab. I hier beifüge, — sie lassen nur mit aller Sicherheit aussprechen, dass das voriges Jahr vorläufig angenommene Minimum 1878,0 entschieden nicht richtig war, sondern dass es ganz bestimmt auf $1878{,}5 + x$ verschoben werden muss, also, da das letzte Minimum (nach Nr. XLII, Tab. IV) 1867,2 eingetreten war, die Länge der neuesten Sonnenfleckenperiode

$$1878{,}5 + x - 1867{,}2 = 11{,}3 + x$$

ist, wo x eine positive Zahl bezeichnet, dass also die laufende Periode entschieden grösser als die mittlere

werden wird. — Der oben für 1878 erhaltenen mittlern Relativzahl

$$r = 3{,}4 \qquad \text{entspricht} \qquad \Delta v = 0{,}045 \,.\, r = 0',15$$

und es sollte somit, nach den in Nr. XXXV mitgetheilten Untersuchungen, im mittlern Europa die magnetische Declinationsvariation sich 1878 im Jahresmittel um 0',15 über ihren geringsten Werth, welchen ich theils daselbst, theils in Nr. XXXVIII z. B. für

	Prag	Christiania	München	Mailand
zu	5',89	4',62	6',56	5',05

bestimmte, erhoben, d. h. für diese Orte 1878

6',04	4',77	6',71	5',20

betragen haben, während sie (*v.* Nr. 393, 394 und 396 der Literatur)

5',65	5',19	?	5',30

betrug, so dass, was bis jetzt noch nie vorgekommen ist, in Prag der beobachtete Werth unter den für diese Station berechneten Minimalwerth herunter gegangen ist, und an die berechneten Zahlen die Correctionen

— 0,39	+ 0,42	?	+ 0,10

oder im Durchschnitte, je nachdem man mit oder ohne Rücksicht auf das Zeichen rechnet, 0',04 oder ± 0',34 anzubringen sind, womit man wohl zufrieden sein darf. — Stellt man für Prag, Christiania, München und Mailand die Vergleichungen zwischen den beobachteten und berechneten Variationen v und v' aus den letzten vier Jahren zusammen, so erhält man, wenn die m die 1878 beobachteten kleinsten Variationen und die m' die durch Rechnung gefundenen Minimal-Werthe bezeichnen, die d und d' aber die Erhebungen über diese m und m', die folgende Tafel

Jahr	Station	Beobachtete Variationen $v = m + \partial$	Berechnete Variationen $v' = m' + \partial'$	Differenzen $v - v'$	$\partial - \partial'$
1875	Prag	6′,73 = 5′,65 + 1′,08	6′,66 = 5′,89 + 0′,77	0′,07	0′,31
	Christiania	5,66 = 5,19 + 0,47	5,39 = 4,62 + 0,77	0,27	−0,30
	München .	7,05 = 6,38 + 0,67	7,33 = 6,56 + 0,77	−0,28	−0,10
	Mailand . .	5,78 = 5,30 + 0,48	5,82 = 5,05 + 0,77	−0,04	−0,29
	Mittel .	. . . . + 0,90	. . . . + 0,77	0,00 ±0,23	−0,13 ±0,31
1876	Prag	6,47 = 5,65 + 0,82	6,40 = 5,89 + 0,51	0,07	0,31
	Christiania	5,48 = 5,19 + 0,29	5,13 = 4,62 + 0,51	0,35	−0,06
	München .	6,79 = 6,38 + 0,41	7,07 = 6,56 + 0,51	−0,28	−0,10
	Mailand . .	6,31 = 5,30 + 1,01	5,56 = 5,05 + 0,51	0,75	0,50
	Mittel .	. . . . + 0,84	. . . . + 0,51	+0,22 ±0,44	+0,16 ±0,30
1877	Prag	5,95 = 5,65 + 0,30	6,44 = 5,89 + 0,55	−0,49	−0,25
	Christiania	5,20 = 5,19 + 0,01	5,17 = 4,62 + 0,55	0,03	−0,54
	München .	6,61 = 6,38 + 0,23	7,11 = 6,56 + 0,55	−0,50	−0,32
	Mailand . .	5,68 = 5,30 + 0,38	5,65 = 5,05 + 0,55	0,03	−0,17
	Mittel .	. . . . + 0,23	. . . . + 0,55	−0,23 ±0,35	−0,32 ±0,35
1878	Prag	5,65 = 5,65 + 0,00	6,04 = 5,89 + 0,15	−0,39	−0,15
	Christiania	5,19 = 5,19 + 0,00	4,77 = 4,62 + 0,15	0,42	−0,15
	München .	6,38 = 6,38 + 0,00	6,71 = 6,56 + 0,15	−0,33	−0,15
	Mailand . .	5,30 = 5,30 + 0,00	5,20 = 5,05 + 0,15	0,10	−0,15
	Mittel .	. . . . + 0,00	. . . . + 0,15	−0,07 ±0,33	−0,15 ±0,15

wo für München, dessen Beobachtungen für 1878 noch fehlen, angenommen worden ist, es habe die Variation von 1877 hinweg noch um 0′,23 abgenommen, d. h. um den mittlern Betrag der an den drei übrigen Stationen vorgekommenen Abnahmen. Es geht aus dieser Zusammen-

stellung auf den ersten Blick hervor, dass die beobachteten Variationen mit den berechneten fortwährend befriedigend übereinstimmen, ja sogar fast besser als, auch abgesehen von den systematischen Verschiedenheiten derselben, die beobachteten unter sich, — namentlich aber, dass die magnetische Variation von 1875 bis und mit 1878 immer abgenommen, und der Parallelismus mit der Sonnenhäufigkeit, ohne sich um die neuern Ansichten von Herrn Faye und die kurze Periode von Herrn John Allan Broun im Mindesten zu bekümmern, sich fortwährend bewährt hat.

Zum Schlusse mag noch eine Fortsetzung der Sonnenfleckenliteratur folgen:

375) Bulletino meteorologico dell' osservatorio del collegio romano. Vol. XVI—XVII. (Forts. zu 363.)

Herr Professor Secchi in Rom und sein Adjunkt Ferrari haben 1877 folgende Gruppen-Zählungen und Flächenbestimmungen erhalten, und theils in ihrem Bulletino theils in gefälligster Weise direct mitgetheilt:

1877			1877			1877			1877			1877		
I	1	0.0	I	29	1.1	II	25	0.0	III	25	1.1	IV	20	2.7
-	3	0.0	-	30	0.0	-	26	1.3	-	28	0.0	-	21	2.12
-	4	1.2	II	1	1.4	III	1	2.20	IV	1	0.0	-	23	2.11
-	5	1.4	-	2	2.3	-	2	2.8	-	2	0.0	-	25	2.13
-	8	1.6	-	3	1.1½	-	3	3.10	-	3	0.0	-	27	2.10
-	10	3.25	-	4	0.0	-	4	3.16	-	4	0.0	-	28	3.4
-	14	2.32	-	6	1.5	-	10	1.1	-	5	1.3	-	29	3.4½
-	15	2.36	-	7	1.6	-	11	1.2	-	7	1.3	-	30	2.2
-	17	2.47	-	9	1.9	-	12	0.0	-	8	1.3	V	1	2.2
-	18	2.46	-	11	2.11	-	13	0.0	-	11	0.0	-	2	1.6
-	19	2.49	-	13	1.9	-	14	0.0	-	12	0.0	-	3	1.5
-	20	2.31	-	15	1.7	-	15	1.1	-	13	1.½	-	6	2.7
-	22	1.12	-	16	1.5	-	18	1.18	-	14	0.0	-	9	3.10
-	25	0.0	-	19	0.0	-	21	1.11	-	15	1.23	-	11	2.14
-	28	1.4	-	21	0.0	-	24	0.0	-	18	1.19	-	16	1.8

1877			1877			1877			1877			1877		
V	17	2.10	VI	24	1.3	VII	29	1.½	IX	1	1.1	X	23	0.0
-	18	2.9	-	25	1.5	-	30	1.½	-	2	0.0	-	24	0.0
-	19	1.6	-	26	1.4	-	31	0.0	-	4	1.6	-	27	1.28
-	20	1 4	-	27	1.2	VIII	1	1.12	-	5	1.8	-	28	2.50
-	21	1.3½	-	28	1.1	-	2	1.4	-	6	1.13	-	29	2.64
-	22	1.13	-	29	1.5	-	4	0.0	-	7	1.28	-	31	2.80
-	23	1.8	-	30	1.3½	-	5	0.0	-	9	1.20	XI	2	2.74
-	24	1.6	VII	1	1.2	-	6	0.0	-	11	2.16	-	3	2.45
-	27	2.3	-	2	1 3	-	7	0.0	-	12	2.15	-	4	2.37
-	29	0.0	-	3	2.3	-	8	0.0	-	13	2.16	-	5	2.33
-	30	0.0	-	4	1.4	-	9	0.0	-	14	2.13	-	6	1.15
-	31	0.0	-	5	1.1	-	10	0.0	-	15	3.8	-	7	1.7
VI	3	1.2½	-	6	1.½	-	11	0.0	-	16	2.7	-	8	0.0
-	4	1.15	-	7	1.½	-	12	0.0	-	18	2.5	-	16	1.3
-	5	1.16	-	9	0.0	-	14	0.0	-	25	1.2	-	17	1.2
-	6	2.15	-	10	0.0	-	15	0.0	-	28	1.2	-	18	1.1
-	7	1.11	-	11	0.0	-	16	0.0	-	29	1.½	-	19	0.0
-	8	1.9	-	12	0.0	-	17	0.0	-	30	1.1	-	20	0.0
-	9	1.15	-	13	0.0	-	18	0.0	X	1	0.0	-	22	1.4
-	10	1.16	-	14	0.0	-	19	0.0	-	3	0.0	-	24	1.20
-	11	1.12	-	15	0.0	-	21	0.0	-	8	0.0	-	26	1.39
-	12	1.8	-	16	0.0	-	22	0.0	-	11	0.0	XII	7	0.0
-	13	1.4	-	17	1.3	-	23	1.7	-	12	0.0	-	12	0.0
-	14	1.½	-	18	1.3	-	25	1.9	-	14	0.0	-	16	0.0
-	15	1.0	-	20	0.0	-	26	1.5	-	15	0.0	-	18	0.0
-	16	0.0	-	21	0.0	-	27	1.5	-	16	0.0	-	20	1.3
-	17	0.0	-	22	0.0	-	28	1.5	-	17	0.0	-	22	1.3
-	19	0.0	-	23	0.0	-	29	1.4½	-	18	0.0	-	23	1.½
-	20	0.0	-	24	0.0	-	30	1.5	-	21	0.0	-	28	0.0
-	22	0.0	-	27	0.0	-	31	1.4	-	22	0.0	-	29	0.0
-	23	0.0												

Die zweiten der hier gegebenen Zahlen geben nicht, wie bei den übrigen Serien, die Anzahl der Flecken, sondern sind der Rubrik „Area mm quadrati“ entnommen, in welcher eine Einheit 21,56 Millionstel der Fläche der Sonnenscheibe entsprechen soll.

376) Annals of the astronomical Observatory of Harvard College. Vol. 7—8. Cambridge 1871—1876 in 4°.

Band 7 enthält die „Observations of Solar Spots 1847 to 1849 by William Cranch Bond“, — eine schöne Serie von Positionsbestimmungen, welche von 112 Tafeln begleitet ist, welche theils ganze Sonnenbilder, theils eine Reihe von Detailzeichnungen merkwürdiger Fleckengruppen enthalten. —

Band 8 enthält neben Anderm unter dem Titel „Astronomical Engravings illustrating Solar Phenomena“ Darstellungen der Sonnenfinsternisse von 1869 und 1870, — der Protuberanzen aus den Jahren 1872 und 1873, — und der Sonnenflecken aus den Jahren 1870 bis 1873.

377) Results of astronomical and meteorological Observations made at the Radcliffe Observatory, Oxford, in the year 1875, under the superintendence of the Rev. Robert Main. Oxford 1877 in 8°.

Dieser Band enthält auf pag. 217—266 einen „Observations and Delineations of solar Spots, made with the Heliometer in the years 1874—5“ betitelten Abschnitt, in welchem von einer grossen Anzahl der von 1874 XI 19 bis 1875 XII 23 sichtbaren Sonnenflecken theils kleine Zeichnungen und Beschreibungen, theils Vergleichungen mit den Sonnenrändern gegeben sind.

378) Aus einem Schreiben des Herrn Prof. Fearnley, datirt: Christiania den 14. März 1878. (Forts. zu Nr. 349.)

Ich beehre mich das Resultat der magnetischen Beobachtungen in 1878 in der gewöhnlichen Form *) mitzutheilen:

1877	Magnet. Declin.		Variat.
	I	II	2—9^h
Januar	13°57',8	57',6	2',49
Februar	57 ,4	57 ,5	3 ,42
März	56 ,5	57 ,1	5 ,37
April	55 ,6	56 ,0	7 ,11
Mai	54 ,6	55 ,0	7 ,18
Juni	54 ,3	54 .3	8 ,25
Juli	53 ,7	53 ,7	8 ,34
August	52 ,7	52 ,2	7 ,72
September	51 ,4	51 ,6	5 ,12
October	50 ,9	50 ,6	4 ,60
November	50 ,4	50 ,5	2 ,22
Dezember	49 ,8	51 ,2	0 ,48
Jahr	13°53',74	53',92	5',200

*) Vergl. dafür z. B. Nr. 321.

Bei dem unerwartet kleinen Jahresmittel der Variation 5',200 gegen 5',485 in 1876 und 5',665 in 1875 bleibt es noch zweifelhaft, ob die Epoche des Minimums schon vorüber ist.

379) Lamont, Meteorologische und magnetische Beobachtungen der k. Sternwarte bei München. Jahrgang 1877.

Aus den täglichen Variationsbeobachtungen wurden von Herrn Lamont folgende mittlere Werthe für die extremen Stände abgeleitet, wobei ein Scalentheil mit 0,985 Minuten übereinkömmt.

1877	Minimum		Maximum		Variationen	
	Stand	um	Stand	um	Scalenth.	Minuten
I	10,73	9^h	14,24	1^h	3,51	3,46
II	10,54	9	14,41	1	3,87	3,81
III	8,99	9	15,84	1	6,85	6,75
IV	6,49	8	15,71	1	9,22	9,08
V	5,67	8	14.25	1	8,58	8,45
VI	4,45	7	14,12	2	9,67	9,52
VII	4,14	8	13,47	2	9,33	9,19
VIII	3,56	7	12,27	1	8,71	8,58
IX	2,72	8	11,02	1	8,30	8,18
X	3,24	9	10,02	1	6,78	6,68
XI	3,92	8	7,61	12	3,69	3,63
XII	4,12	7	6,08	1	1,96	1,93
			Jahresmittel .		6,71	6,61

Da (nach Nr. 360) für 1876 die Variation in München 6',79 betrug, so hat die Variation im Jahre 1877 noch ein wenig abgenommen, stimmt aber immer noch befriedigend mit dem von mir dafür in Nr. XLVI vorausberechneten Werthe 7',11, und ist namentlich immer noch etwas grösser als der von mir für München ermittelte Minimalwerth 6',56.

380) Geschichte der Astronomie von Rudolf Wolf. München 1877 in 8° (Bd. 16 der Geschichte der Wissenschaften in Deutschland).

Es darf dieses Werk wohl hier kurz angezeigt werden, da es auf pag. 177—178, 389—395, 546—547 und 650—666 eine

ziemlich einlässliche Geschichte der Arbeiten gibt, über welche sich meine Sonnenfleckenliteratur verbreitet. — Ich benutze diese Gelegenheit theils um die freundlichen und anerkennenden Recensionen zu verdanken, welche diesem Werke zu Theil geworden sind, — theils um meine Freude darüber zu bezeugen, dass auch der sel. Karl v. Littrow, welcher (wie unter Anderm der äusserst lesenswerthe Artikel zeigt, der seinem Andenken in der Allg. Augsburger Zeitung von 1878 Nr. 310—11 gewidmet wurde) mit Fug und Recht vor mir angegangen worden war, diese Geschichte zu schreiben, mit seinem Stellvertreter zufrieden gewesen zu sein scheint, da er mir am 1. Novbr. 1877, d. h. kurz nach Empfang des ihm von mir bestimmten Exemplares und auch nur zwei Wochen vor seinem unerwartet frühen Tode, aus Venedig von seinem Krankenlager aus noch die paar Worte schreiben liess: „Tausend Dank für das schöne Geschenk Ihrer Astronomie, die ich hier, wohin die Aerzte mich für dieses Semester gebannt haben, mit Heisshunger verschlinge.“

381) Mémoire sur la période commune à la fréquence des taches solaires et à la variation de la déclinaison magnétique. Par Mr. le Docteur Rudolf Wolf (Memoirs of the Roy. Astron. Society. Vol. 43, 1875—77).

Diese Abhandlung enthält gegenüber dem von mir etwas früher in Nr. 42 und 43 meiner Mittheilungen Gegebenen nichts wesentlich Neues als eine übersichtliche Zusammenstellung der Sonnenfleckenliteratur. Sie ist auf Aufforderung der englischen Gesellschaft entstanden und nach ihrem Wunsche, unter gefälliger Mithülfe des Herrn François Terby in Löwen, von mir in französischer Sprache abgefasst worden, um die Reproduction eines von mir für die Kensington-Ausstellung gemachten und dann jener Gesellschaft geschenkten Diagrammes als erläuternder Text zu begleiten, und zunächst den englischen Astronomen, welche sich für meine Arbeiten interessiren, aber nicht deutsch lesen, dann aber auch manchen Andern, für welche meine Special-Publicationen unzugänglich oder zu weitläufig sind, eine kurze Uebersicht der von mir erhaltenen Hauptresultate zu geben. — Herr Dr. Oswald

Lohse schrieb mir anlässlich dieser Abhandlung am 18. Febr. 1878 aus Potsdam: „Ihre werthvolle Schrift, das Ergebniss eines unermüdlichen und über einen langen Zeitraum ausgedehnten Strebens, ist in meinen Besitz gelangt, und sage ich Ihnen für diese schöne Gabe besten Dank. — Es wird wohl gegenwärtig nur noch Wenige geben, die an der Realität eines Zusammenhanges der von Ihnen discutirten Erscheinungen zweifeln; aber eine weitere Ausdehnung der Untersuchungen auf andere scheinbar nicht im Zusammenhange zu denkende Erscheinungen innerhalb unsers Planetensystems wird meist mit Achselzucken entgegengenommen, und gerade aus diesem Grunde ist Ihre Schrift von grösstem Werthe, denn sie gibt die Grundlagen für eine Prüfung und schliessliche Erklärung des Zusammenhanges zwischen allen den parallel laufenden periodischen Phänomenen. — Was die gebührende Würdigung Ihrer Arbeit anbelangt, so kann dieselbe von Niemand versagt werden, der ein Interesse an der Entwicklung der Sonnenphysik hat."

382) Steph. Brantner, Entstehungsprocess einer Sonnenflecken-Gruppe. Beobachtet am 26. September 1815 um halb ein Uhr Nachmittag zu Maidring (Sirius 1878).

Herr Dr. Herm. Klein theilt aus einem Manuscripte von Brantner folgende „von vier saubern Zeichnungen" begleitete Notiz mit: „Schon gestern (25. Sept. 1815) sah ich um Mittagszeit die Sonne mit dem 2füss. Reichenb. Achromaten an, fand sie aber ganz rein, nebel- und fleckenlos. Heute, etwa gegen 12½ Uhr that ich ein Gleiches, und sah am südöstlichen Theile der Sonne, eine, ihrer Länge, Breite und besondern Aussehens wegen mir besonders auffallende Nebel-Wolke, daran ich nicht das geringste Kernchen entdecken konnte. Ich betrachtete eben daher diesen Wolken-Nebel mit besonderer Anfmerksamkeit, und, während ich ihn etwa 3 bis 4^m lang ansah, bemerkte ich daran plötzlich eine schnelle Veränderung seines Aussehens; diess dauerte beiläufig 30^s lang, und sogleich war der Wolken-Nebel mit einer Menge schwarzer Pünktchen, besonders an den Rändern getüpfelt. Die Gestalts-Veränderung wurde momentan schneller, heftiger,

wimmelnd, einige schwarze Kernpunkte wurden wie mit braunem Nebel wiederum übergossen, einige verschwanden ganz, und es wurde wiederum licht dazwischen. Nach noch etwa einer halben Minute war nun eine ganze Flecken-Gruppe in der Sonne gebildet. Die Bewegungen und Veränderungen verloren sich, und das Aussehen der Gruppe hielt Bestand. — Welch' ungeheure Metamorphosen müssen daher nicht, in sehr kleinen Zeiträumen, unendlich schnell und heftig auf dem grossen Sonnenkörper vor sich gehen!" — Diese Erzählung interessirte mich um so mehr, als ich 1848 wiederholt solchen Fleckenbildungen gewissermaassen zusehen konnte, — vergl. meine damaligen Berichte in den Berner-Mittheilungen.

383) Spörer, Beobachtungen der Sonnenflecken I (Publication der astron. Ges. XIII, 1874), II (Forts. der Publ. XIII, 1876) und III (Publicationen des astro-physic. Observatoriums zu Potsdam Nr. 1, 1878).

Ich zeige diese wichtigen Publicationen hier nur, um sie nicht scheinbar noch länger zu ignoriren, vorläufig an, und behalte mir vor, sobald ich etwas freiere Zeit haben werde, einlässlich über sie einzutreten.

384) Hermann Fritz, Die Beziehungen der Sonnenflecken zu den magnetischen und meteorologischen Erscheinungen der Erde. Eine von der holländischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Haarlem gekrönte Preisschrift. Haarlem 1878 in 4° (276 Seiten, 3 Tafeln).

Ich zeige diese höchst interessante, ein förmliches Repertorium aller einschlagenden Kenntnisse darstellende Arbeit, hier ebenfalls nur vorläufig an, mir vorbehaltend bei beabsichtigten neuen Untersuchungen jeweilen auf dieselbe zurückzukommen.

385) Rudolf Wolf, Beobachtungen der Sonnenflecken auf der Sternwarte in Zürich im Jahre 1878 (Fortsetzung zu 365).

1878			1788			1878			1878			1878		
I	1	0.0	III	13	1.3	V	10	0.0	VI	29	1.1	VIII	21	0.0
-	3	0.0	-	14	1.4	-	11	0.0	-	30	0.0	-	22	0.0
-	4	0.0	-	15	1.5	-	13	0.0	VII	1	0.0	-	23	0.0
-	7	0.0	-	16	1.4	-	14	0.0	-	2	0.0	-	24	0.0
-	10	0.0	-	17	1.3	-	15	0.0	-	4	0.0	-	25	0.0
-	11	0.0	-	20	0.0	-	16	0.0	-	5	0.0	-	26	0.0
-	12	0.0	-	21	0.0	-	17	0.0	-	6	0.0	-	27	0.0
-	13	0.0	-	22	0.0	-	18	0.0	-	7	0.0	-	28	0.0
-	17	0.0	-	24	0.0	-	19	0.0	-	8	0.0	-	29	0.0
-	19	0.0	-	25	0.0	-	20	0.0	-	9	0.0	-	30	0.0
-	20	0.0	-	26	0.0	-	21	0.0	-	10	0.0	-	31	0.0
-	22	0.0	-	27	0.0	-	—	1.1	-	12	0.0	IX	1	0.0
-	23	1.3	-	28	0.0	-	22	0.0	-	13	0.0	-	2	0.0
-	24	1.4	-	29	0.0	-	23	0.0	-	14	0.0	-	3	1.1
-	25	1 3	-	30	0.0	-	24	0.0	-	15	0.0	-	4	1.2
-	27	1.1	-	31	0.0	-	26	1.2	-	16	0.0	-	5	1.1
-	28	0.0	IV	1	0.0	-	27	1.2	-	17	0.0	-	6	1.1
-	29	0.0	-	2	0.0	-	28	1.3	-	18	0.0	-	7	1.1
-	30	0.0	-	3	0.0	-	29	1.4	-	19	0.0	-	8	1.1
II	3	1.5	-	5	0.0	-	30	1.5	-	20	0.0	-	9	1.1
-	4	2.9	-	6	0.0	-	—	2.6	-	21	0.0	-	10	1.1
-	5	2.7	-	7	0.0	-	31	2.7	-	22	0.0	-	11	1.1
-	10	0.0	-	8	0.0	VI	1	1.4	-	23	0.0	-	12	1.1
-	11	0.0	-	9	0.0	-	2	1.3	-	24	0.0	-	15	0.0
-	13	0.0	-	12	0.0	-	5	0.0	-	25	0.0	-	16	0.0
-	14	0.0	-	13	0.0	-	6	0.0	-	27	0.0	-	17	0.0
-	15	0.0	-	14	0.0	-	7	0.0	-	28	0.0	-	18	0.0
-	16	0.0	-	15	0.0	-	8	0.0	-	29	0.0	-	19	0.0
-	17	0.0	-	16	0.-	-	9	0.0	-	30	0.0	-	20	0.0
-	18	0.0	-	17	0.0	-	10	0.0	-	31	0.0	-	22	0.0
-	20	0.0	-	18	0.0	-	11	0.0	VIII	1	0.0	-	23	0.0
-	21	0.0	-	19	0.-	-	12	0.0	-	2	0.0	-	25	0.0
-	22	0.0	-	20	0.0	-	13	0.0	-	4	0.0	-	26	0.0
-	23	0.0	-	24	0.0	-	14	0.0	-	5	0.0	-	27	0.0
-	24	0.0	-	25	0.0	-	15	0.0	-	6	0.0	-	28	0.0
-	25	0.0	-	27	0.0	-	16	0.0	-	7	0.0	-	29	0.0
-	27	0.0	-	28	0.0	-	17	0.0	-	8	0.0	-	30	0.0
-	28	0.0	-	29	0.0	-	18	0.0	-	9	0.0	X	4	0.0
III	2	0.0	V	1	0.0	-	19	0.0	-	10	0.0	-	5	0.0
-	3	1.3	-	2	0.0	-	21	0.0	-	11	0.0	-	6	0.0
-	4	2.5	-	3	0.0	-	22	0.0	-	12	0.0	-	7	0.0
-	5	2.4	-	4	0.0	-	23	0.0	-	13	0.0	-	8	0.0
-	6	1.1	-	5	0.0	-	25	0.0	-	15	0.0	-	9	0.0
-	8	1.1	-	6	0.0	-	26	1.2	-	16	0.0	-	10	0.0
-	9	0.0	-	8	0.0	-	27	1.2	-	17	0.0	-	11	0.0
-	10	0.0	-	9	0.0	-	28	1.3	-	18	0.0	-	12	0.0

1878			1878			1878			1878			1878		
X	13	0.0	X	26	0.0	XI	8	1.1	XI	25	0.0	XII	16	0.0
-	15	0.0	-	27	0.0	-	10	0.0	-	26	0.0	-	18	0.0
-	16	0.0	-	28	0.0	-	11	0.0	-	27	0.0	-	19	1.1*)
-	17	0.0	-	29	1.1	-	12	0.0	-	28	0.0	-	21	0.0
-	18	0.0	-	30	1.1	-	13	0.0	-	29	0.0	-	22	0.0
-	19	0.0	XI	1	1.1	-	15	0.0	XII	7	0.0	-	23	0.0
-	20	0.0	-	2	1.1	-	16	0.0	-	10	0.0	-	27	0.0
-	21	0 0	-	3	1.1	-	17	0.0	-	11	0.0	-	28	0.0
-	22	0.0	-	4	1.2	-	20	0.0	-	12	0.0	-	31	0.0
-	23	0.0	-	5	1.2	-	22	0.0	-	13	0.0			
-	24	0.0	-	6	1.1	-	23	0.0	-	14	0.0			
-	25	0.0	-	7	1.1	-	24	0.0	-	15	0.0			

386) Robert Billwiller und Alfred Wolfer, Beobachtungen der Sonnenflecken auf der Sternwarte in Zürich im Jahre 1878 (Forts. zu 366).

Die Herren Billwiller und Wolfer haben in Fortsetzung der frühern Beobachtungen im Jahr 1878 folgende Zählungen gemacht, wobei die mit * bezeichneten Beobachtungen von Herrn Wolfer herrühren:

1878			1878			1878			1878			1878		
I	3	0.0	I	23	1.3 *	II	16	0.0 *	III	6	2.5 *	IV	1	0.0*
	—	0.0*	-	24	1.8 *	-	17	0.0 *	-	8	1.4 *	-	2	0.0*
-	4	0.0	-	25	1.7 *	-	18	0.0	-	9	1.2 *	-	3	1.1*
	—	0.0*	-	27	1.6		—	0.0 *	-	10	0.0 *	-	5	0.0*
-	5	0.0*		—	1.6 *	-	20	0.0	-	13	1.15*	-	6	0 0*
-	7	0.0*	-	28	1.5		—	0.0 *	-	14	1.19*	-	7	0.0*
-	8	0.0*		—	1.1 *	-	21	0.0	-	15	1.18*	-	8	0.0
-	10	0.0	-	29	0.0 *		—	0.0 *	-	16	1.16*		—	0.0*
	—	0.0*	-	30	0.0 *	-	22	0.0 *	-	17	1.10*	-	9	0.0
-	11	0.0*	II	3	2.20*	-	23	0.0 *	-	21	0.0 *		—	0.0*
-	12	0.0	-	4	2.19	-	24	0.0 *	-	22	0.0 *	-	10	0.0
	—	0.0*		—	2.36*	-	25	0.0 *	-	24	0.0 *		—	0.0*
-	13	0.0*	-	5	2.31*	-	27	0.0 *	-	25	0.0 *	-	11	0.0*
-	16	0.0*	-	10	0.0 *	-	28	0.0 *	-	26	0.0 *	-	12	0.0*
-	18	0.0	-	11	0.0 *	III	2	0.0 *	-	27	0.0 *	-	13	0.0
	—	0.0*	-	12	0.0 *	-	3	1.7 *	-	28	0.0 *		—	0.0*
-	19	0.0*	-	13	0.0 *	-	4	1.9	-	29	0.0 *	-	14	0.0*
-	22	1.4	-	14	0.0 *		—	2.19*	-	30	0.0 *	-	15	0.0
	—	0.0*	-	15	0.0 *	-	5	2.11*	-	31	0.0 *		—	0.0*

*) Schon nahe am Austritte, aber ganz schöner Flecken.

1878			1878			1878			1878			1878		
IV	16	0.0 *	V	30	3 40*	VII	7	0.0 *	VIII	15	0.0 *	X	—	0.0 *
-	17	0.0 *	-	31	3 38*	-	8	0.0 *	-	16	0.0 *	-	5	0.0
-	18	0.0 *	VI	1	3.36*	-	9	0.0	-	17	0.0 *		—	0.0 *
-	19	0.0 *	-	2	3.23*		—	0.0 *	-	18	0.0 *	-	6	0.0 *
-	20	0.0	-	4	2.14*	-	10	0.0 *	-	22	0.0 *	-	7	0.0 *
	—	0.0 *	-	5	1.5 *	-	12	0.0 *	-	23	0.0 *	-	8	0.0 *
-	21	0.0 *	-	6	1.2 *	-	13	0.0	-	24	0.0 *	-	9	0.0 *
-	22	0.0 *	-	7	0.0 *		—	0.0 *	-	25	0.0 *	-	10	0.0 *
-	23	0.0 *	-	8	0.0 *	-	14	0.0 *	-	26	0.0 *	-	11	0.0
-	24	0.0 *	-	9	0.0 *	-	15	0.0	-	27	0.0 *		—	0.0 *
-	25	0.0	-	10	0.0		—	0.0 *	-	28	0.0 *	-	12	0.0 *
	—	0.0 *		—	0.0 *	-	16	0.0	-	30	0.0 *	-	15	0.0 *
-	26	0.0 *	-	11	0.0		—	0.0 *	-	31	0.0 *	-	16	0.0
-	27	0.0 *		—	0.0 *	-	17	0.0	IX	1	0.0 *		—	0.0 *
-	28	0.0 *	-	12	0.0 *		—	0.0 *	-	2	1.4 *	-	17	0.0
-	29	0.0 *	-	13	0.0	-	18	0.0 *	-	3	1.3 *		—	0.0 *
-	30	0.0 *		—	0.0 *	-	19	0.0	-	4	1.5	-	18	0.0 *
V	2	0.0 *	-	14	0.0 *		—	0.0 *		—	1.1 *	-	19	0.0 *
-	3	0.0 *	-	15	0.0 *	-	20	0.0	-	5	1.6	-	20	0.0
-	4	0.0 *	-	16	0.0 *		—	0.0 *		—	1.2 *		—	0.0 *
-	5	0.0 *	-	17	0.0 *	-	21	0.0 *	-	6	1.8	-	21	0.0 *
-	6	0.0	-	18	0.0 *	-	22	0.0 *		—	1.2 *	-	22	0.0 *
	—	0.0 *	-	19	0.0 *	-	23	0.0 *	-	7	1.10	-	23	0.0 *
-	8	0 0 *	-	21	0.0	-	24	0.0 *		—	1.1 *	-	24	0.0
-	9	0.0		—	0.0 *	-	25	0.0 *	-	8	1.1 *		—	0.0 *
	—	0.0 *	-	22	0.0	-	27	0.0 *	-	9	1.1 *	-	25	0.0 *
-	10	0.0		—	0.0 *	-	28	0.0	-	11	1.1 *	-	26	0.0
	—	0.0 *	-	23	1.1 *		—	0.0 *	-	14	0.0 *		—	0.0 *
-	11	0.0 *	-	25	0.0 *	-	29	0.0 *	-	15	0.0 *	-	27	0.0 *
-	13	0.0 *	-	26	1.14	-	30	0.0 *	-	16	0.0 *	-	29	1.1 *
-	14	0.0 *		—	1.8 *	-	31	0.0 *	-	17	0 0	-	30	1.3 *
-	15	0.0 *	-	27	1.18	VIII	1	0.0		—	0.0 *	-	31	1.1 *
-	16	0.0 *		—	1.17*		—	0.0 *	-	18	0.0	XI	1	1.3 *
-	17	0.0 *	-	28	1.9 *	-	2	0.0 *		—	0.0 *	-	4	1.1 *
-	18	0.0 *	-	29	1.6 *	-	3	0.0 *	-	20	0.0 *	-	5	0.0
-	19	0.0 *		—	0.0	-	4	0.0	-	22	0.0 *	-	6	1.1 *
-	20	0.0 *	-	30	0.0		—	0.0 *	-	26	0.0	-	7	1.1 *
-	21	1.2 *		—	0.0 *	-	5	0.0 *		—	0.0 *	-	8	0.0
-	22	1.1 *	VII	1	0.0	-	6	0.0 *	-	27	0.0 *	-	10	0.0
-	23	0.0 *		—	0.0 *	-	7	0.0 *	-	28	0.0 *		—	0.0 *
-	24	0.0 *	-	2	0.0 *	-	8	0.0 *	-	29	0.0 *	-	11	0.0 *
-	26	1.10*	-	4	0.0 *	-	9	0.0 *	-	30	0.0 *	-	12	0.0 *
-	27	1.23	-	5	0.0	-	10	0.0 *	X	1	0.0 *	-	13	0.0 *
	—	1.14*		—	0.0 *	-	11	0.0 *	-	2	0.0 *	-	14	0.0 *
-	28	2.16*	-	6	0.0	-	12	0 0 *	-	3	0.0 *	-	15	0.0 *
V	29	2.16*		—	0.0 *	-	13	0.0 *	-	4	0.0	-	16	0.0 *

1878			1878			1878			1878			1878		
XI	17	0.0 *	XI	25	0.0 *	XII	7	0.0 *	XII	14	0.0	XII	23	0.0 *
-	18	0.0 *	-	26	0.0	-	8	0.0 *		—	0.0 *	-	24	0.0 *
-	20	0.0 *	-	27	0.0 *	-	10	0.0	-	15	0.0 *	-	28	0.0 *
-	22	0.0 *	-	28	0.0 *		—	0.0 *	-	16	0.0	-	29	0.0 *
-	23	0.0 *	-	29	0.0 *	-	12	0.0 *		—	0.0 *	-	31	0.0 *
-	25	0.0	XII	3	0.0	-	13	0.0 *	-	18	0.0			

387) Friedrich Weber in Peckeloh, Sonnenflecken-beobachtungen im Jahre 1878. (Fortsetzung zu Nr. 372).

Herr Weber hat, theils nach der Wochenschrift für Astronomie, theils nach directer Mittheilung an mich, folgende Zählungen erhalten:

1878			1878			1878			1878			1878		
I	1	0.0	II	14	0.0	III	20	0.0	IV	19	0.0	V	20	0.0
-	3	0.0	-	15	0.0	-	21	0.0	-	20	0.0	-	21	0.0
-	4	0.0	-	16	0.0	-	22	0.0	-	21	0.0	-	22	0.0
-	5	0.0	-	17	0.0	-	23	0.0	-	22	0.0	-	23	0.0
-	7	0.0	-	18	0.0	-	24	0.0	-	23	0.0	-	24	0.0
-	8	0.0	-	19	0.0	-	25	0.0	-	24	0.0	-	25	0.0
-	9	0.0	-	20	0.0	-	26	0.0	-	25	0.0	-	26	1.3
-	10	0.0	-	21	0.0	-	27	0.0	-	26	0.0	-	27	1.10
-	11	0.0	-	22	0.0	-	28	0.0	-	27	0.0	-	28	1.19
-	12	0.0	-	23	0.0	-	29	0.0	-	28	0.0	-	29	1.21
-	15	0.0	-	24	0.0	-	30	0.0	-	29	0.0	-	30	1 35
-	16	0.0	-	25	0.0	-	31	0.0	-	30	0.0	-	31	2 36
-	19	0 0	-	26	0.0	IV	1	0.0	V	1	0.0	VI	1	2.34
-	22	1.9	-	27	0.0	-	2	0.0	-	2	0.0	-	2	2.27
-	23	1.9	III	2	0.0	-	3	0.0	-	3	0.0	-	4	2.12
-	24	1.9	-	3	0.0	-	4	0.0	-	5	0.0	-	5	1.2
-	25	1.10	-	4	2.11	-	5	0.0	-	6	0.0	-	6	1.1
-	26	1.9	-	5	1.6	-	6	0.0	-	7	0.0	-	7	0.0
-	27	1.5	-	7	0 0	-	7	0.0	-	8	0.0	-	8	0.0
-	28	0.0	-	8	0.0	-	8	0.0	-	9	0.0	-	9	0.0
-	31	0.0	-	9	0.0	-	9	0.0	-	10	0.0	-	10	0.0
II	1	0.0	-	10	0.0	-	10	0.0	-	11	0.0	-	11	0.0
-	2	0.0	-	11	0.0	-	11	0.0	-	12	0.0	-	12	0.0
-	3	0.0	-	12	1.12	-	12	0.0	-	13	0.0	-	13	0.0
-	6	0.0	-	13	1.14	-	13	0.0	-	14	0.0	-	14	0.0
-	7	0.0	-	14	1.16	-	14	0.0	-	15	0.0	-	16	0.0
-	10	0.0	-	15	1.20	-	15	0.0	-	16	0.0	-	17	0.0
-	11	0.0	-	16	1.14	-	16	0.0	-	17	0.0	-	18	0.0
-	12	0.0	-	17	1.7	-	17	0.0	-	18	0.0	-	19	0.0
-	13	0.0	-	19	0.0	-	18	0.0	-	19	0.0	-	20	0.0

1878		
VI	21	0.0
-	22	1.2
-	23	1.2
-	24	1.1
-	25	0.0
-	26	0.0
-	27	1.8
-	28	1.13
-	29	1.4
-	30	0.0
VII	1	0.0
-	2	0.0
-	3	0.0
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0
-	10	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	16	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0

1878		
VII	24	0.0
-	25	0.0
-	26	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0
-	29	0.0
-	30	0.0
-	31	0.0
VIII	2	0.0
-	3	0.0
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0
-	10	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	16	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	24	0.0
-	25	0.0

1878		
VIII	26	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0
-	29	0.0
-	30	0.0
-	31	0.0
IX	1	0.0
-	2	1.2
-	4	1.4
-	5	1.4
-	6	1.3
-	7	1.4
-	8	1.2
-	10	1.2
-	11	1.3
-	12	1.2
-	13	1.1
-	14	1.1
-	15	0.0
-	16	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	24	0.0
-	25	0.0
-	26	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0

1878		
IX	29	0.0
-	30	0.0
X	1	0.0
-	2	0.0
-	3	0.0
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0
-	10	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	24	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0
-	30	1.2
-	31	1.2
XI	1	1.4
-	2	1.7
-	3	1.4
-	5	1.4

1878		
XI	8	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	1.1
-	21	1.1
-	23	0.0
-	24	0.0
-	26	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0
XII	1	0.0
-	2	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0
-	9	0.0
-	11	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	18	0 0
-	20	0.0
-	23	0.0
-	24	0.0
-	25	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0
-	31	0.0

388) Beobachtungen der Sonnenflecken in Moncalieri und Bra. Aus dem Bulletino meteorologico dell' osservatorio del r. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri und aus directen Mittheilungen. (Forts. zu Nr. 369.)

Es wurden folgende Zählungen erhalten:

1878			1878			1878			1878			1878		
I	2	0.0	I	5	0.0	I	12	0.0	I	15	0.0	I	18	0.0
-	3	0.0	-	6	0.0	-	13	0.0	-	16	0.0	-	24	1.4
-	4	0.0	-	10	0.0	-	14	0.0	-	17	0.0	-	25	1.5

1878			1878			1878			1878			1878		
I	26	1.4	III	16	1.8	V	26	1.2	VII	27	0.0	IX	28	0.0
-	27	1.1	-	17	1.5	-	29	2.8	-	28	0.0	-	29	0.0
-	28	0.0	-	18	1.1	-	30	2.8	-	30	0.0	-	30	0.0
-	31	0.0	-	19	0.0	VI	1	2.8	-	31	0.0	X	1	0.0
II	1	0.0	-	20	0.0	-	3	2.11	VIII	1	0.0	-	2	0.0
-	2	0.0	-	21	0.0	-	5	1.3	-	4	0.0	-	3	0.0
-	3	2.11	-	22	0.0	-	6	0.0	-	7	0.0	-	4	0.0
-	4	2.14	-	24	0.0	-	7	0 0	-	9	0.0	-	5	0.0
-	5	2.10	-	25	0.0	-	8	0.0	-	10	0.0	-	9	0.0
-	8	2.8	-	26	0.0	-	10	0.0	-	11	0.0	-	10	0.0
-	9	0.0	-	27	0.0	-	15	0.0	-	17	1.1	-	14	0.0
-	10	0.0	IV	1	0.0	-	17	0.0	-	18	0.0	-	20	0.0
-	11	0.0	-	2	0.0	-	20	0.0	-	20	0.0	-	22	0.0
-	12	0.0	-	6	0.0	-	24	1.1	-	21	0.0	-	26	0.0
-	15	0.0	-	10	0.0	-	26	1.2	-	25	0.0	-	31	1.1
-	16	0.0	-	14	0.0	-	27	1.2	-	26	0.0	XI	1	1.1
-	17	0.0	-	16	0.0	-	30	0.0	-	31	0.0	-	3	1.1
-	18	0.0	-	17	0.0	VII	1	0.0	IX	1	0.0	-	4	1.1
-	20	0.0	-	18	0.0	-	2	0.0	-	2	0.0	-	5	1.1
-	21	0.0	-	19	0.0	-	3	0.0	-	3	1.1	-	6	1.1
-	22	0.0	-	25	0.0	-	4	0.0	-	4	1.1	-	7	1.1
-	23	0.0	-	26	0.0	-	5	0.0	-	5	1.1	-	9	0.0
-	24	0.0	-	27	0.0	-	6	0.0	-	6	1.1	-	10	0.0
-	25	0.0	-	28	0.0	-	9	0.0	-	7	1.1	-	12	0.0
-	26	0.0	V	2	0.0	-	10	0.0	-	8	1.1	-	15	0.0
-	27	0.0	-	3	0.0	-	11	0.0	-	10	1.1	-	16	0.0
-	28	0.0	-	4	0.0	-	12	0.0	-	12	1.1	-	23	0.0
III	3	1.7	-	5	0.0	-	14	0.0	-	15	0.0	XII	7	0.0
-	4	2.7	-	8	0.0	-	16	0.0	-	16	0.0	-	8	0.0
-	5	2.6	-	9	0.0	-	17	0.0	-	17	0.0	-	9	0.0
-	6	2.4	-	10	0.0	-	18	0.0	-	18	0.0	-	10	0.0
-	8	1.1	-	13	0.0	-	19	0.0	-	19	0.0	-	14	0.0
-	9	1.1	-	14	0.0	-	20	0.0	-	20	0.0	-	15	0.0
-	10	1.1	-	15	0.0	-	21	0.0	-	23	0.0	-	22	0.0
-	11	1.2	-	16	0.0	-	22	0.0	-	24	0.0	-	24	0.0
-	12	1.7	-	17	0.0	-	23	0.0	-	25	0.0	-	27	0.0
-	13	1.7	-	18	0.0	-	24	0.0	-	26	0.0	-	28	0.0
-	14	1.7	-	21	0.0	-	26	1.1	-	27	0.0	-	30	0.0
-	15	1·8	-	22	0.0									

NB. Herr Prof. Denza macht mich darauf aufmerksam, dass 1877 XII 20, 21, 22 in Moncalieri der Fleckenstand (1.1) beobachtet wurde, während in Nr. 369 fälschlich (0.0) angegeben ist.

389) Bulletino meteorologico dell' osservatorio del collegio romano. Vol XVII-XVIII. (Forts. zu 375.)

Herr Professor Ferrari in Rom hat 1878 folgende Gruppenzählungen und Flächenbestimmungen erhalten, und mir davon theils durch Uebersendung des gedruckten Bulletino, theils durch schriftliche Mittheilung Kenntniss gegeben:

1878			1878			1878			1878			1878		
I	5	0.0	III	18	1.1	VI	6	1.0,3	VIII	5	0.0	X	5	0.0
-	6	0.0	-	19	0.0	-	7	0.0	-	11	0.0	-	6	0.0
-	8	0.0	-	20	0.0	-	8	0.0	-	13	0.0	-	7	0.0
-	14	0.0	-	27	0.0	-	9	1.0,3	-	14	0.0	-	8	0.0
-	15	0.0	IV	1	0.0	-	10	1.1	-	15	0.0	-	10	0.0
-	18	0.0	-	2	0.0	-	12	0.0	-	16	0.0	-	12	0.0
-	19	0.0	-	3	0.0	-	13	0.0	-	17	0.0	-	15	1.1
-	20	1.2	-	4	0.0	-	17	0.0	-	18	0.0	-	16	0.0
-	21	1.2	-	7	1.1	-	21	0.0	-	19	0.0	-	17	0.0
-	22	0.0	-	10	0.0	-	22	0.0	-	20	0.0	-	30	1.6
-	24	1.4	-	11	0.0	-	23	1.0,5	-	21	0.0	-	31	1.5
-	25	0.0	-	12	0.0	-	27	1.7	-	22	0.0	XI	1	1.6
II	1	0.0	-	14	0.0	-	28	1.7	-	23	0.0	-	3	1.7
-	2	0.0	-	15	0.0	-	30	0.0	-	26	0.0	-	4	1.6
-	4	2.9	-	18	0.0	VII	1	0.0	-	27	0.0	-	8	1.6
-	5	2.13	-	20	0.0	-	2	0.0	-	28	0.0	-	9	1.5
-	6	2.9	-	24	0.0	-	5	0.0	-	29	0.0	-	10	0.0
-	7	2.7	-	27	0.0	-	6	0.0	-	30	0.0	-	12	0.0
-	8	2.4	-	28	0.0	-	7	0.0	-	31	0.0	-	13	0.0
-	9	0.0	-	29	0.0	-	8	0.0	IX	1	0.0	-	15	0.0
-	13	0.0	V	9	0.0	-	9	0.0	-	3	1.6	-	16	0.0
-	15	0.0	-	10	0.0	-	10	0.0	-	4	1.12	-	17	0.0
-	16	0.0	-	11	0.0	-	12	0.0	-	5	1.9	-	21	1.1
-	17	0.0	-	13	0.0	-	13	0.0	-	6	1.10	-	22	1.4
-	18	0.0	-	16	0.0	-	14	0.0	-	7	1.10	-	23	1.0,2
-	19	0.0	-	17	0.0	-	15	0.0	-	11	1.10	-	29	1.0,5
-	20	0.0	-	18	0.0	-	16	0.0	-	14	1.3	-	30	0.0
-	21	0.0	-	19	0.0	-	17	0.0	-	15	0.0	XII	2	0.0
-	23	0.0	-	20	0.0	-	18	0.0	-	16	0.0	-	5	0.0
-	24	0.0	-	23	0.0	-	19	0.0	-	17	0.0	-	8	0.0
-	26	0.0	-	25	1.7	-	20	0.0	-	18	0.0	-	10	0.0
-	27	0.0	-	26	1.20	-	21	0.0	-	19	0.0	-	11	0.0
III	4	2.16	-	29	1.21	-	22	0.0	-	20	0.0	-	14	0.0
-	5	2.7	-	30	1.21	-	28	0.0	-	22	0.0	-	15	0.0
-	6	2.1	-	31	2.21	-	29	0.0	-	23	0.0	-	16	0.0
-	8	1.1	VI	1	2.22	-	30	0.0	-	27	0.0	-	18	0.0
-	12	1.11	-	2	2.16	-	31	0.0	-	28	0.0	-	22	0.0
-	13	1.16	-	3	2.10	VIII	1	0.0	-	30	0.0	-	28	0.0
-	14	1.15	-	4	2.5	-	2	0.0	X	1	0.0	-	31	0.0
-	15	1.16	-	5	1.1	-	4	0.0	-	2	0.0			

Vergl. Nr. 375 für die Bedeutung der Flächenzahlen.

390) Beobachtungen der Sonnenflecken in Athen. — Schriftliche Mittheilung von Herrn Director Jul. Schmidt. (Forts. zu Nr. 368.)

Es wurden von den Herren Schmidt und Würlisch folgende Zählungen erhalten:

1878			1878			1878			1878			1878		
I	1	0.0	II	11	0.0	III	22	0.0	V	1	0.0	VI	10	0.0
-	2	0.0	-	12	0.0	-	23	0.0	-	2	0.0	-	11	0.0
-	4	0.0	-	13	0.0	-	24	0.0	-	3	0.0	-	12	0.0
-	5	0.0	-	14	0.0	-	25	0.0	-	4	0.0	-	13	0.0
-	6	0.0	-	15	0.0	-	26	0.0	-	5	0.0	-	14	0.0
-	7	0.0	-	16	0.0	-	27	0.0	-	6	0.0	-	15	0.0
-	8	0.0	-	17	0.0	-	28	0.0	-	7	0.0	-	16	0.0
-	9	0.0	-	18	0.0	-	29	0.0	-	8	0.0	-	17	0.0
-	10	0.0	-	19	0.0	-	30	0.0	-	9	0.0	-	18	0.0
-	11	0.0	-	20	0.0	-	31	0.0	-	10	0.0	-	19	0.0
-	15	0.0	-	21	0.0	IV	1	0.0	-	11	0.0	-	20	0.0
-	16	0.0	-	22	0.0	-	2	0.0	-	12	0.0	-	21	0.0
-	17	0.0	-	23	0.0	-	4	0.0	-	14	0.0	-	22	0.0
-	18	0.0	-	24	0.0	-	5	0.0	-	15	0.0	-	23	0.0
-	19	0.0	-	25	0.0	-	6	0.0	-	16	0.0	-	24	0.0
-	20	0.0	-	26	0.0	-	7	0.0	-	17	0.0	-	25	0.0
-	21	0.0	-	27	0.0	-	8	0.0	-	18	0.0	-	26	1.1
-	22	0.0	-	28	0.0	-	9	0.0	-	19	0.0	-	27	1.3
-	23	1.6	III	1	0.0	-	10	0.0	-	20	0.0	-	28	1.3
	—	1.8	-	2	0.0	-	11	0.0	-	21	0.0	-	29	1.3
-	24	1.7	-	3	1.5	-	12	0.0	-	22	0.0	-	30	0.0
-	25	1.7	-	4	1.6	-	13	0.0	-	23	0.0	VII	1	0.0
-	26	1.3	-	5	1.4	-	14	0.0	-	24	0.0	-	2	0.0
-	27	1.2	-	6	1.1	-	15	0.0	-	25	0.0	-	3	0.0
-	28	0.0	-	7	0.0	-	16	0.0	-	26	1.2	-	4	0.0
-	29	0.0	-	8	0.0	-	17	0.0	-	27	1.5	-	5	0.0
-	30	0.0	-	9	0.0	-	18	0.0	-	28	1.6	-	6	0.0
-	31	0.0	-	10	0.0	-	19	0.0	-	29	1.10	-	7	0.0
II	1	0.0	-	11	1.1	-	20	0.0	-	30	1.10	-	8	0.0
-	2	0.0	-	12	1.6	-	21	0.0	-	31	1.10	-	9	0.0
-	3	0.0	-	13	1.—	-	22	0.0	VI	1	1.9	-	10	0.0
-	4	1.12	-	14	1.9	-	23	0.0	-	2	1.—	-	11	0.0
-	5	2.13	-	15	1.9	-	24	0.0	-	3	1.6	-	12	0.0
	—	2.16	-	16	1.8	-	25	0.0	-	4	1.4	-	13	0.0
-	6	2.15	-	17	1.4	-	26	0.0	-	5	1.2	-	14	0.0
-	7	2.12	-	18	1.2	-	27	0.0	-	6	0.0	-	15	0.0
-	8	2.5	-	19	0.0	-	28	0.0	-	7	0.0	-	16	0.0
-	9	0.0	-	20	0.0	-	29	0.0	-	8	0.0	-	17	0.0
-	10	0.0	-	21	0.0	-	30	0.0	-	9	0.0	-	18	0.0

1878			1878			1878			1878			1878		
VII	19	0.0	VIII	22	0.0	IX	24	0.0	X	27	0.0	XI	29	0.0
-	20	0.0	-	23	0.0	-	25	0.0	-	28	0.0	-	30	0.0
-	21	0.0	-	24	0.0	-	26	0.0	-	29	1.1	XII	1	0.0
-	22	0.0	-	25	0.0	-	27	0.0	-	30	1.1	-	2	0.0
-	23	0.0	-	26	0.0	-	28	0.0	-	31	1.1	-	3	0.0
-	24	0.0	-	27	0.0	-	29	0.0	XI	1	1.1	-	4	0.0
-	25	0.0	-	28	0.0	-	30	0.0	-	2	1.2	-	5	0.0
-	26	0.0	-	29	0.0	X	1	0.0	-	3	1.2	-	6	0.0
-	27	0.0	-	30	0.0	-	2	0.0	-	4	1.1	-	7	0.0
-	28	0.0	-	31	0.0	-	3	0.0	-	5	1.1	-	8	0.0
-	29	0.0	IX	1	0.0	-	4	0.0	-	6	1.1	-	9	0.0
-	30	0.0	-	2	1.1	-	5	0.0	-	7	1.1	-	10	0.0
-	31	0.0	-	3	1.1	-	6	0.0	-	8	1.1	-	11	0.0
VIII	1	0.0	-	4	1.1	-	7	0.0	-	9	1.1	-	12	0.0
-	2	0.0	-	5	1.1	-	8	0.0	-	10	0.0	-	13	0.0
-	3	0.0	-	6	1.1	-	9	0.0	-	11	0 0	-	14	0.0
-	4	0.0	-	7	1.1	-	10	0.0	-	12	0.0	-	15	0.0
-	5	0.0	-	8	1.1	-	11	0.0	-	13	0.0	-	16	0.0
-	6	0.0	-	9	1.1	-	12	0.0	-	14	0.0	-	17	0.0
-	7	0.0	-	10	1.1	-	13	0.0	-	15	0.0	-	18	0.0
-	8	0.0	-	11	1.1	-	14	0 0	-	16	0.0	-	19	0.0
-	9	0.0	-	12	1.1	-	15	0.0	-	17	0.0	-	20	0.0
-	10	0.0	-	13	1.1	-	16	0.0	-	18	0.0	-	21	0.0
-	11	0.0	-	14	0.0	-	17	0.0	-	19	0.0	-	22	0.0
-	12	0.0	-	15	0.0	-	18	0.0	-	20	0.0	-	23	0.0
-	13	0.0	-	16	0.0	-	19	0.0	-	21	1.1	-	24	0.0
-	14	0.0	-	17	0.0	-	20	0.0	-	22	0.0	-	25	0.0
-	15	0.0	-	18	0.0	-	21	0.0	-	23	0.0	-	26	0.0
-	16	0.0	-	19	0.0	-	22	0.0	-	24	0.0	-	27	0.0
-	17	0.0	-	20	0.0	-	23	0.0	-	25	0.0	-	28	0.0
-	18	0.0	-	21	0.0	-	24	0 0	-	26	0.0	-	29	0.0
-	19	0.0	-	22	0.0	-	25	0.0	-	27	0.0	-	30	0.0
-	20	0.0	-	23	0.0	-	26	0.0	-	28	0.0	-	31	0.0
-	21	0.0												

391) Beobachtungen der Sonnenflecken in Madrid. — Schriftliche Mittheilung von Herrn Director Aguilar. (Fortsetzung zu Nr. 367.)

Es wurden durch Herrn Adjunkt Ventosa folgende Zählungen erhalten:

1878			1878			1878			1878			1878		
I	1	0.0	I	4	0.0	I	8	0.0	I	11	1.2	I	15	1.1
-	2	0.0	-	5	0.0	-	9	0.0	-	12	0.0	-	16	2 2
-	3	0.0	-	7	1.2	-	10	2 2	-	14	0.0	-	17	0.0

1878			1878			1878			1878			1878		
I	18	0.0	III	17	1.6	V	12	0.0	VII	5	0.0	VIII	22	0.0
-	19	1.1	-	18	1.1	-	13	0.0	-	6	0.0	-	23	0.0
-	20	1.4	-	19	0.0	-	14	1.1	-	7	0.0	-	24	0.0
-	21	3.5	-	20	1.1	-	15	0.0	-	8	0.0	-	25	0.0
-	24	1.9	-	21	1.3	-	16	0.0	-	9	0.0	-	26	0.0
-	26	2.3	-	22	1.1	-	17	0.0	-	10	0.0	-	27	0.0
-	27	1.2	-	23	0.0	-	18	0.0	-	11	0.0	-	28	0.0
-	28	0.0	-	24	0.0	-	19	0.0	-	12	0.0	-	29	0.0
-	29	0.0	-	25	0.0	-	20	0.0	-	13	0.0	-	30	0.0
-	31	0.0	-	26	0.0	-	21	1.2	-	14	0.0	-	31	0.0
II	2	1.10	-	29	0.0	-	22	1.1	-	15	0.0	IX	1	0.0
-	3	2.16	-	30	0.0	-	23	0.0	-	16	0.0	-	2	1.1
-	4	2.21	-	31	0.0	-	25	2.3	-	17	0.0	-	3	1.1
-	5	2.21	IV	1	0.0	-	26	1.3	-	18	0.0	-	5	1.1
-	6	2.14	-	2	1.1	-	27	1.5	-	19	0.0	-	6	1.1
-	7	2.15	-	3	1.1	VI	3	2.17	-	20	0.0	-	7	1.1
-	8	2.11	-	4	0.0	-	4	3.12	-	21	0.0	-	9	1.1
-	9	1.2	-	5	0.0	-	5	2.7	-	22	1.1	-	10	1.2
-	11	0.0	-	6	0.0	-	6	1.1	-	23	0.0	-	11	1.1
-	12	0.0	-	8	1.1	-	7	0.0	-	24	0.0	-	12	2.2
-	13	0.0	-	9	0.0	-	8	0.0	-	25	0.0	-	13	1.1
-	14	0.0	-	10	0.0	-	9	1.3	-	26	1.2	-	14	1.1
-	15	0.0	-	11	0.0	-	10	1.3	-	27	0.0	-	15	0.0
-	16	0.0	-	12	0.0	-	11	1.2	-	30	0.0	-	16	0.0
-	18	0.0	-	13	0.0	-	12	0.0	-	31	0.0	-	17	1.1
-	19	0.0	-	14	0.0	-	13	0.0	VIII	1	0.0	-	18	0.0
-	25	0.0	-	15	0.0	-	14	0.0	-	2	0.0	-	19	0.0
-	26	0.0	-	16	0.0	-	15	0.0	-	3	0.0	-	21	0.0
-	27	0.0	-	17	0.0	-	16	0.0	-	4	0.0	-	22	0.0
-	28	1.2	-	18	0.0	-	17	0.0	-	5	0.0	-	23	0.0
III	1	0.0	-	19	0.0	-	18	0.0	-	6	0.0	-	24	0.0
-	2	0.0	-	20	0.0	-	19	0.0	-	7	0.0	-	25	0.0
-	3	2.9	-	21	0.0	-	20	0.0	-	8	0.0	-	26	0.0
-	4	3.7	-	22	0.0	-	21	0.0	-	9	0.0	-	27	0.0
-	5	2.5	-	23	0.0	-	22	1.1	-	10	0.0	-	28	0.0
-	6	2.5	-	24	0.0	-	23	1.2	-	11	0.0	-	29	0.0
-	7	0.0	-	25	0.0	-	24	1.2	-	12	0.0	-	30	0.0
-	8	1.3	V	2	1.1	-	25	0.0	-	13	0.0	X	1	0.0
-	9	1.1	-	3	1.2	-	26	1.4	-	14	0.0	-	2	0.0
-	10	0.0	-	4	0.0	-	27	1.7	-	15	0.0	-	3	0.0
-	11	1.5	-	6	0.0	-	29	1.2	-	16	0.0	-	8	1.1
-	12	1.10	-	7	0.0	-	30	0.0	-	17	1.1	-	9	0 0
-	13	1.5	-	8	0.0	VII	1	1.1	-	18	0.0	-	10	0.0
-	14	1.10	-	9	0.0	-	2	0.0	-	19	0.0	-	11	0.0
-	15	1.8	-	10	0.0	-	3	0.0	-	20	0.0	-	12	0.0
-	16	1.5	-	11	1.2	-	4	0 0	-	21	0.0	-	13	0.0

1878			1878			1878			1878			1878		
X	15	1.1	XI	6	1.1	XI	18	0.0	XII	4	0.0	XII	14	0.0
-	17	0.0	-	7	1.1	-	19	1.1	-	5	0.0	-	15	0.0
-	21	0.0	-	9	1.1	-	21	1.5	-	6	0.0	-	19	1.1
-	22	0.0	-	10	0.0	-	22	1.1	-	7	1.1	-	20	1.1
-	26	0 0	-	11	0.0	-	26	0.0	-	8	0.0	-	21	0 0
-	28	1.1	-	12	0.0	-	29	0.0	-	9	0.0	-	24	0.0
-	29	1.1	-	14	0.0	-	30	1.1	-	10	0.0	-	26	0.0
-	30	1.2	-	16	0.0	XII	2	0 0	-	11	0.0	-	27	0.0
XI	5	1.1	-	17	0.0	-	3	0.0						

392) Beobachtungen der magnetischen Declinations-Variation zu Montsouris bei Paris A. 1878. (Forts. zu 370).

Nach den Comptes rendus wurden folgende mittlere monatliche Bestimmungen erhalten:

1878	Maximum	3^h	21^h	Minimum	Variation
Januar	17°9′,2	6 ,6	4′,6	3′,7	3 ‘75
Februar	9 ,3	7 ,7	3 ,4	2 ,8	5 ,40
März	9 ,9	9 ,1	1 ,8	1 ,8	7 ,70
April	9 ,1	9 ,1	0 ,3	0 ,3	8 ,80
Mai	16 67,0	66 ,5	60 ,2	59 ,1	7 ,10
Juni	66,8	66 ,8	58 ,2	55 ,7	9 ,85
Juli	65,1	64 ,9	56 ,6	55 ,1	9 ,15
August	66,3	65 ,1	57 ,9	57 ,8	7 ,85
September	66,2	63 ,7	56 ,9	55 ,8	9 ,10
October	63,5	61 ,8	56 ,6	56 ,4	6 ,15
November	60,9	59 ,5	56 ,4	55 ,8	4 ,10
December	60,2	58 ,5	57 ,1	54 ,7	3 ,45
Mittel					6′,87

wo die Variation von mir nach der in 361 aufgestellten Formel

$$v = \frac{1}{2} (\text{Max.} + 3^h - 21^h - \text{Min.})$$

berechnet worden ist.

393) Aus einem Schreiben von Herrn Director C. Hornstein, datirt Prag den 11. Jänner 1879.

Ihrem Wunsche entsprechend theile ich Ihnen in Nach-

stehendem die Resultate bezüglich der tägl. Variation der Declination während des verflossenen Jahres mit:

1878 Jänner	2′,07		1878 Juli	8′,15
Februar	3 ,62		August	7 ,78
März	4 ,57		September	5 ,51
April	7 ,37		October	4 ,15
Mai	7 ,37		November	2 ,54
Juni	9 ,71		Dezember	2 ,77

Jahr 5′,47

Wegen der seit 1870 fehlenden Beobachtungsstunden 20^h ist noch die Correction + 0′,18 anzubringen. Daher ist die tägliche Variation der magnetischen Declination für Prag im Jahre 1878

$$v = 5',65.$$

394) Aus einem Schreiben des Herrn Prof. Fearnley, datirt: Christiania den 14. Januar 1879. (Forts. zu Nr. 378).

Es freut mich Ihrem Wunsche sogleich entgegenkommen zu können, indem ich hier das Resultat unserer Variationsbeobachtungen der magnet. Declination in der gewöhnlichen Form abschreibe:

1878	Magnet. Declin. I	Magnet. Declin. II	Variat. $2-9^h$
Januar	13°49′,5	13°50′,9	0′,57
Februar	49 ,0	49 ,5	2 ,93
März	48 ,0	48 ,2	6 ,05
April	47 ,4	47 ,4	8 ,33
Mai	46 ,5	47 ,0	6 ,79
Juni	46 ,0	45 ,9	9 ,26
Juli	45 ,7	45 ,7	8 ,45
August	45 ,3	44 ,8	7 ,54
September	44 ,3	44 ,1	5 ,79
October	43 ,5	43 ,9	3 ,42
November	42 ,7	43 ,0	1 ,97
Dezember	42 ,7	43 ,4	1 ,15
Jahr	13°45′,68	13°46′,13	5′,193

Also ein auffallend lange anhaltendes Minimum, fast wie in den Jahren 64—68, nur etwas tiefer, wie aus folgender Zusammenstellung ersichtlich ist:

Periode	1835,5 bis 1845,5	1846,5 bis 1856,5	1857,5 bis 1867,5	1868,5 bis 1878,5
Jahr 1	—	6′,12	5′,51	6′,65
2	—	7 ,39	7 ,56	7 ,82
3	—	9 ,18 m	9 ,13 m	9 ,95 m
4	—	8 ,61	8 ,42	9 ,86
5	—	8 ,49	7 ,81	9 .21
6	—	6 ,89	6 ,88	7 ,72
7	—	7 ,17	7 ,00	7 ,09
8	5′,48	6 ,59	6 ,00	5 ,66
9	5 ,76	6 ,00	5 ,72	5 ,48
10	5 ,23 m	5 ,16	5 ,70	5 ,20
11	5 ,81	5 ,02 m	5 ,69 m	5 ,19 m

Ihre 11 jährige Periode scheint sich somit auch diessmal ganz genau wiederholen zu wollen. — Beim Eintritt der neuen Periode Sie herzlich begrüssend, zeichnet etc.

395) Memorie della Società degli spettroscopisti italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini. (Forts. zu Nr. 373.)

Die Herren Prof. Tacchini und G. De Lisa haben in Palermo in Fortsetzung ihrer Serie folgende Beobachtungen erhalten:

1878			1878			1878			1878			1878		
I	2	0.0	II	15	0.0	III	3	2.13	III	21	1.7	IV	10	0.0
-	4	0.0	-	16	0.0	-	4	2.11	-	22	1.3	-	11	0.0
-	19	1.2	-	17	0.0	-	5	2.9	-	23	1.4	-	12	1.2
-	24	1.2	-	18	0.0	-	6	2.6	-	25	0.0	-	13	0.0
-	30	0.0	-	21	0.0	-	7	1.5	-	27	0.0	-	14	0.0
II	5	2.33	-	22	0.0	-	8	1.5	-	28	0.0	-	15	0.0
-	8	2.19	-	23	0.0	-	9	1.4	-	30	0.0	-	16	0.0
-	10	1.2	-	24	0.0	-	10	0.0	IV	1	0.0	-	18	0.0
-	11	0.0	-	25	0.0	-	14	1.10	-	3	1.2	-	19	0.0
-	12	0.0	-	26	0.0	-	15	1.7	-	4	0.0	-	20	0.0
-	13	0.0	-	27	0.0	-	16	1.3	-	6	0.0	-	23	0.0
-	14	0.0	III	2	0.0	-	20	0.0	-	9	0.0	-	24	0.0

1877			1877			1877			1877			1877		
IV	25	0.0	VI	6	1.2	VII	12	0.0	VIII	11	0.0	X	3	0.0
-	26	0.0	-	7	0.0	-	13	0.0	-	12	0.0	-	5	1.1
-	27	0.0	-	8	0.0	-	14	0.0	-	13	0.0	-	6	0.0
-	28	0.0	-	9	1.5	-	15	0.0	-	14	0.0	-	7	1.1
-	29	0.0	-	10	1.2	-	16	0.0	-	15	0.0	-	10	0.0
V	1	0.0	-	12	0.0	-	17	0.0	-	16	0.0	-	11	0.0
-	4	0.0	-	13	0.0	-	18	0.0	-	17	1.1	-	12	0.0
-	5	0.0	-	14	0.0	-	19	0.0	-	18	0.0	-	15	1.4
-	6	0.0	-	18	0.0	-	20	0.0	-	19	0.0	-	17	0.0
-	8	0.0	-	20	0.0	-	21	1.6	-	20	0.0	-	20	0.0
-	9	0.0	-	21	0.0	-	22	0.0	-	21	0.0	-	25	0.0
-	11	1.1	-	22	0.0	-	23	0.0	-	22	0.0	-	26	0.0
-	13	0.0	-	23	2.5	-	24	0.0	-	23	0.0	-	27	0.0
-	14	0.0	-	25	2.6	-	25	0.0	-	26	0.0	XI	13	0.0
-	17	0.0	-	26	1.4	-	26	1.2	-	27	0.0	-	15	0.0
-	18	0.0	-	27	1.9	-	27	0.0	-	28	0.0	-	16	0.0
-	19	0.0	-	28	1.2	-	28	0.0	-	29	0.0	-	18	0.0
-	20	0.0	-	29	1.4	-	29	0.0	-	30	0.0	-	19	0.0
-	22	0.0	-	30	0.0	-	30	0.0	-	31	0.0	-	20	1.1
-	24	0.0	VII	1	0.0	-	31	0.0	IX	1	0.0	-	23	1.1
-	25	1.2	-	2	0.0	VIII	1	0.0	-	10	1.3	-	25	0 0
-	26	2 4	-	3	0.0	-	2	0.0	-	15	0.0	-	29	0.0
-	29	2.14	-	4	0.0	-	4	0.0	-	18	0.0	-	30	0.0
-	30	3.23	-	6	0.0	-	5	0.0	-	20	0.0	XII	5	0.0
-	31	3.22	-	7	0.0	-	6	0.0	-	22	0.0	-	9	0.0
VI	1	3.31	-	8	0.0	-	7	0.0	-	29	0.0	-	10	0.0
-	2	3.26	-	9	0.0	-	8	0.0	-	30	0.0	-	17	0.0
-	3	3.36	-	10	0.0	-	9	0.0	X	1	0.0	-	20	0.0
-	4	3.18	-	11	0.0	-	10	0.0	-	2	0.0	-	27	0.0
-	5	3.10												

396) Aus einem Schreiben des Hrn. Prof. Schiaparelli in Mailand vom 6. Februar 1879. (Forts. zu 351.)

Je suis en mesure de Vous communiquer les moyennes excursions de l'aiguille aimantée entre 20^h et 2^h de temps moyen, calculées comme pour les années précédentes. Mr. le Dr. Rajna a eu la bonté de les calculer pour moi. On voit que la minimum correspond à 1878, ou peut-être il n'est pas encore arrivé.

Mesi	1877	1878
Gennajo	2′,62	1′,86
Febbrajo	3 ,17	3 ,37
Marzo	6 ,02	5 ,73
Aprile	7 ,90	7 ,95
Maggio	7 ,56	6 ,80
Giugno	7 ,69	8 ,27
Luglio	8 ,63	8 ,08
Agosto	7 ,83	7 ,36
Settembre	6 ,18	4 ,75
Ottobre	5 ,65	5 ,25
Novembre	3 ,17	2 ,22
Dicembre	1 ,83	1 ,95
Medie annuali	5′,68	5′,30

397) Monthly Weather Review, June 1877 to Dec. 1878.

Herr General Meyer publicirt, unter Beigabe einiger durch Prof. Hinrichs in Jowa City und Andere erhaltenen Ergänzungen, folgende, durch Hrn. Admiral Rodgers, Superintendent of the Naval Observatory, zugesandte Sonnenfleckenzählungen:

1877			1877			1877			1877			1877		
VI	11	1.13	VII	4	1.3	VII	25	0.0	VIII	22	1 2	IX	16	2.5
-	13	0.0	-	5	0.0	-	26	0.0	-	24	1.8	-	17	2.12
-	19	0.0	-	7	0.0	-	31	1.5	-	25	1.8	-	19	2.18
-	20	0.0	-	8	0.0	VIII	3	1.1	-	26	1.8	-	21	1.6
-	21	0.0	-	9	0.0	-	4	0.0	-	28	1.6	-	22	2.10
-	22	0.0	-	10	0.0	-	5	0.0	-	29	1.2	-	24	0.0
-	23	1.2	-	11	0.0	-	6	0.0	-	30	1.2	-	25	2.3
-	24	1.2	-	12	0.0	-	8	0.0	IX	1	0.0	-	26	2 3
-	25	1.5	-	13	0.0	-	11	0.0	-	2	0.0	-	27	1.2
-	26	1.6	-	14	0.0	-	12	0.0	-	3	1.2	-	29	1.1
-	27	0.0	-	15	0.0	-	14	0.0	-	4	1.2	-	30	1.2
-	29	1.2	-	17	1.1	-	17	0.0	-	8	1.6	X	2	0.0
-	30	1.2	-	18	1.1	-	18	0.0	-	9	1.9	-	5	0.0
VII	1	2.4	-	22	0.0	-	19	0.0	-	12	2.6	-	6	0.0
-	2	1.3	-	24	0.0	-	20	0.0	-	15	2.5	-	7	0.0

1877		
X	10	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	16	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	31	2.30
XI	1	2.30
-	3	2.20
-	4	2.12
-	7	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	1.6
-	14	1.14
-	16	1.8
-	18	0.0
-	29	1.9
-	30	1.9
XII	1	1.9
-	2	1.4
-	3	1.2
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	16	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	20	1.1
-	31	1.4

1878		
I	2	0.0
-	3	0.0
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0

1878		
I	8	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	15	0.0
-	16	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	22	1.6
-	23	1.6
-	24	1.12
-	25	1.12
-	26	1.10
-	29	0.0
-	30	0.0
II	3	2.14
-	4	2.26
-	5	2.30
-	6	2.35
-	7	2.25
-	12	0.0
-	16	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	25	0.0
-	26	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0
III	1	0.0
-	3	1.8
-	5	2.5
-	6	1.3
-	8	1.9
-	9	1.5
-	11	1.10
-	13	1.14
-	16	1.24
-	18	1.2
-	19	0.0
-	20	1.1
-	21	1.2
-	22	1.1
-	23	1.1
-	25	0.0
-	26	0.0
-	29	0.0

1878		
IV	1	0.0
-	2	1.1
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	25	0.0
-	26	0.0
-	29	0.0
-	30	0.0
V	1	0.0
-	2	1.2
-	3	0.0
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	10	1.2
-	11	0.0
-	13	0.0
-	16	0.0
-	18	0 0
-	21	1.1
-	22	0.0
-	23	0.0
-	25	2.3
-	27	2.13
-	28	2.18
-	29	2.18
VI	1	2.—
-	3	3.28
-	4	3.12
-	5	1.5
-	7	0.0
-	10	0.0
-	11	0.0

1878		
VI	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	16	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	24	1.2
-	25	0.0
-	26	1.8
-	27	1.8
VII	1	0.0
-	2	0.0
-	3	0.0
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0
-	11	0.0
-	13	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	25	0.0
-	26	0.0
-	28	0.0
VIII	2	0.0
-	4	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	0 0
-	10	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	21	0.0
-	23	0.0
-	24	0.0
-	28	0.0
-	29	0.0
IX	4	1.1
-	9	1.1
-	13	1.1

1878		
IX	14	0.0
-	16	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0
-	30	0.0
X	1	0.0
-	2	0.0
-	3	0.0
-	4	0.0
-	6	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0
-	10	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	16	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	28	1.1
-	29	2.3
-	31	1.1
XI	1	1.1
-	2	1.2
-	4	1.1
-	5	1.1
-	7	1.1
-	8	1.1
-	9	0.0
-	10	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	16	0.0
-	20	1.2
-	21	0.0
-	23	0.0
-	24	0.0

1878			1878			1878			1878			1878		
XI	25	0.0	XII	3	0.0	XII	12	0.0	XII	20	0.0	XII	26	0.0
-	26	0.0	-	4	0.0		13	0.0	-	21	0.0	-	27	0.0
-	29	0.0	-	5	0.0	-	14	0.0	-	22	0.0	-	28	0.0
-	30	0.0	-	6	0.0	-	16	0.0	-	23	0.0	-	29	0.0
XII	1	0.0	-	8	0.0		18	1.1	-	24	0.0	-	30	0.0
-	2	0.0	-	11	0.0	-	19	1.1	-	25	0.0	-	31	0.0

398) H. Leppig, Beobachtungen der Sonnenflecken zu Leipzig in den Jahren 1873—1878. (Forts. zu Nr. 307).

Herr Leppig hat (theils nach d. Astr. Nachr. 2224—26, theils nach brieflicher Mittheilung) in den Jahren 1873—78 in Fortsetzung seiner Beobachtungen folgende Zählungen erhalten:

1873			1873			1873			1873			1873		
I	3	6.21	III	24	6.12	V	25	2.4	VII	12	2.4	VIII	26	6.47
-	5	6.11	-	25	4.17	-	26	4.13	-	14	2.8	-	27	5 50
-	6	3.8	-	26	4.14	-	27	4.13	-	15	2.3	IX	4	5.11
-	7	7.23	-	27	7.20	-	28	4 20	-	16	2.7	-	5	5.18
-	9	4.7	-	28	7.18	-	30	7.24	-	17	3.5	-	6	4.9
-	12	5 8	-	29	5.13	-	31	6.22	-	21	2.4	-	8	3.15
-	18	5.22	-	30	9.19	VI	2	7.20	-	22	5.13	-	9	3.10
-	20	2.10	-	31	9.22	-	3	5.17	-	23	5.23	-	14	3.4
-	21	3.7	IV	1	5.21	-	4	4.11	-	24	6.22	-	15	4.7
-	22	4 14	-	2	6.20	-	5	5.14	-	26	6.29	-	16	3.9
-	24	6.14	-	4	5.16	-	7	4.10	-	27	5.20	-	19	2.8
-	26	4.13	-	10	8.28	-	12	0.0	-	31	4.8	-	20	4.13
II	2	6.19	-	11	7 34	-	15	0.0	VIII	2	6.10	-	24	5.17
-	3	6.21	-	14	5 17	-	16	0.0	-	3	6.11	-	25	6 22
-	12	4.14	-	15	4 18	-	17	0.0	-	4	3.9	-	26	5.14
-	13	6.25	-	16	5.15	-	18	1.1	-	5	3.9	-	27	3.8
-	20	7.31	-	21	2.5	-	19	1.1	-	6	3.11	-	28	3.9
-	21	7.29	-	27	7.23	-	20	2.3	-	8	2.4	X	2	5.22
-	25	7.29	-	28	6.15	-	21	2.3	-	10	2.4	-	6	4.12
-	26	6.24	V	2	4.9	-	23	2.3	-	11	1.4	-	7	4.12
-	27	5.19	-	5	3.13	-	24	3.4	-	12	2.5	-	8	3.12
III	1	6.24	-	6	4.8	-	30	6.14	-	14	5.16	-	11	3.12
-	2	5.16	-	9	3.10	VII	3	4.13	-	15	4.8	-	12	3.11
-	8	7.18	-	10	3.10	-	4	5.19	-	16	4.11	-	16	4.20
-	9	9.25	-	11	3.7	-	5	3.11	-	18	4.7	-	18	2.6
-	10	10.21	-	12	3.8	-	7	3.10	-	20	5.11	-	20	2.2
-	11	11 35	-	16	1.1	-	8	3.10	-	21	4.12	-	21	4.9
-	12	6.19	-	17	1.1	-	9	2.6	-	22	7.19	-	24	2.3
-	17	3.10	-	21	1.1	-	10	2.6	-	23	7.18	-	28	4.10
-	23	3.14	-	23	2.4	-	11	2.4	-	25	5.28	XI	1	2.2

1873		
XI	5	2.6
-	6	3.8
-	8	5.13
-	10	5.20
-	11	5 20
-	12	6.13
-	13	6.18
-	14	6.24
-	25	2.6
-	26	1.2
XII	2	3.5
-	7	3.9
-	8	4.12
-	9	4.9
-	19	3.9
-	22	2.4
-	26	4.17
-	29	3.8
-	30	3.3

1874		
I	4	2.2
-	6	4.6
-	7	5.11
-	8	4.11
-	9	3.8
-	10	4.14
-	13	3.9
-	16	4.14
-	18	4.8
-	21	3.7
-	22	4.7
-	25	4.15
-	26	4.13
-	28	5.18

1874		
II	1	6.18
-	4	6.17
-	5	6.14
-	7	4.8
-	12	4.7
-	14	4.8
-	16	5.8
-	17	4.7
-	19	5.12
-	20	5.16
-	24	6.11
-	26	5.10
III	2	3.9
-	3	3.8
-	4	4.18
-	9	1.1
-	10	2.4
-	12	2.5
-	13	2.6
-	16	3.9
-	20	1.1
-	23	1.7 [1])
-	24	2.2
-	26	4.7
IV	1	3.10
-	4	2.7
-	7	4.9
-	8	4.6
-	11	4.10
-	12	2.6
-	13	3.7
-	21	2.4
-	22	1.1
-	23	1.1

1874		
IV	24	1.1
V	6	4.9
-	7	4.12
-	8	4.15
-	16	2.6
-	19	2.6
-	20	2.6
-	21	2.6
-	26	1.1
-	27	1.1
-	31	4.10
VI	1	3.8
-	3	2.5
-	4	2.2
-	5	2.2
-	6	1.1
-	11	2.6
-	13	2.4
-	17	3.14
-	18	2.11
-	19	2.11
-	20	1.8
-	22	1.5
-	26	3.3
-	29	3.13
VII	2	5.18
-	4	5.14
-	7	4.16
-	8	5.14
-	10	4.12
-	14	5.9
-	15	5.14
-	16	4.10
-	17	6.14

1874		
VII	18	6.14
-	19	2.10
-	20	2.10
-	23	3.15
-	27	3.9
-	29	2.13
-	30	4.22
VIII	3	5.20
-	4	4.17
-	5	4.12
-	6	4.20
-	7	4.23
-	8	3 10
-	11	3.8
-	12	3.9
-	14	1.9
-	17	3.21
-	20	5.21
-	21	4.15
-	22	4.13
-	25	2.3
-	30	2.6
IX	1	1.5
-	4	1.5
-	5	1.3
-	9	1.1
-	10	2.5
-	12	2.9
-	15	0.0
-	17	2.3
-	20	2.2
-	21	3.3
-	22	3.6
-	23	2.3

1874		
IX	24	2.5
-	26	3.6
-	27	3.6
-	28	3.5
-	29	4.9
-	30	4.14
X	1	3.11
-	2	2.8
-	6	1.5
-	10	3.10
-	12	2.6
-	13	1.4
-	15	2.3
-	16	3.7
-	19	4.6
-	22	2.4
-	23	2 3
-	25	1.1
-	27	1.1
-	28	1.1
XI	3	1.2
-	8	2.6
-	11	1.8
-	15	2.14
-	30	1.1
XII	3	0.0
-	4	1.5
-	5	1.5
-	7	2.8
-	8	3.10
-	10	4.10
-	11	3.11
-	13	2.9
-	27	3.9

[1]) In A. N. steht 7.7, was, nach den Serien von Zürich, Peckeloh etc. zu schliessen, wohl ein Druckfehler ist.

(Fortsetzung folgt.)

Die wahre Theorie der Fresnel'schen Interferenz-Erscheinungen.

Von

H. F. Weber.

In dem klassischen Versuche durch welchen Thomas Young die gegenseitige Interferenz zweier Wellensysteme demonstrirte wurde die Interferenz durch Wellen erzeugt die erhebliche Diffraction erlitten hatten. Young's Interferenzerscheinung ist eine reine Diffractionserscheinung.

Fresnel sah in diesem Character des Young'schen Versuches eine Complication und versuchte die Interferenz auf einfachere Weise, mit Ausschluss der Diffraction herzustellen. Er glaubte dieses Ziel durch seinen Doppelspiegel und durch sein Doppelprisma völlig erreicht zu haben; er sagt ausdrücklich: «les franges produites par «un verre prismatique ou par deux miroirs formant un «angle très-obtus n'appartiennent pas à la diffraction, «puisqu'elles ne sont point formées par des rayons diffractés «ou infléchis, mais par deux faisceaux lumineux régulièrement réfléchis ou réfractés.» (Mém. sur la diffraction de la lumière, p. 446). Von dieser Anschauung aus musste er folgenden Zusammenhang zwischen der Lichtstärke H in irgend einem Orte Q des Interferenzraumes, der Lage dieses Ortes und der Wellenlänge λ gewinnen:

$$H = 4\, H_0 \, . \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = 4\, H_0 \, . \cos^2 \frac{2\, \pi \delta y}{\lambda\, (a + w)}$$

wo r_1 und r_2 die Entfernungen bedeuten, welche der Ort Q

von den beiden virtuellen Bildern der die Interferenz erzeugenden Lichtlinie besitzt, wo 2δ der gegenseitige Abstand dieser beiden Bilder ist, wo y die seitliche Entfernung des Ortes Q von der durch die gemeinschaftliche Kante des Interferenzapparates und durch die Mitte zwischen den beiden virtuellen Lichtbildern gelegten Ebene bedeutet, wo $a + w$ die Entfernung des Ortes Q von der durch diese beiden Bilder geführten Ebene angibt und wo endlich H_0 eine gewisse Constante darstellt. Hiernach würden die durch den Doppelspiegel oder das Doppelprisma erzeugten Interferenzerscheinungen folgenden einfachen Gesetzen unterworfen sein:

1) Alle Interferenzfransen die demselben $a + w$ entsprechen haben genau gleiche Breite
$$B = \frac{\lambda(a + w)}{2\delta};$$
2) diese Breite wächst für dasselbe δ und λ genau proportional mit der Entfernung $a + w$;
3) die Helligkeitsminima sind sämmtlich unter einander gleich, und zwar gleich null;
4) die Helligkeitsmaxima haben ebenfalls sämmtlich die gleiche Lichtstärke $4H_0$.
5) Bei Anwendung von weissem Licht zur Herstellung der Interferenz ist die mittlere Zone der centralen Franse stets weiss und auf beiden Seiten von einem gelblichen, weiter nach aussen roth gefärbten Saum umgeben.

Fresnel hat versichert, durch Beobachtung und Messung alle diese Consequenzen seiner Theorie bestätigt gefunden zu haben. Unzählige Male sind seit Fresnel's Tagen die Fresnel'schen Interferenzen als Grunderscheinungen erzeugt worden und alle Beobachter haben die Uebereinstimmung

der Fresnel'schen Theorie mit den Erscheinungen anerkannt.

Diese Uebereinstimmung zwischen der Theorie und der Wirklichkeit besteht aber nicht; eine genauere Betrachtung der Fresnel'schen Interferenzen lässt erkennen, dass keine einzige der soeben genannten Folgerungen der Theorie den Erscheinungen entspricht.

Die Breiten der Interferenzfransen sind für dieselbe Entfernung $a + w$ ganz beträchtlich ungleich. In gewissen Entfernungen $a + w$ ist die centrale Franse schmäler als ihre Nachbarn, letztere breiter als die darauf folgenden Fransen u. s. w.; andere Entfernungen $a + w$ gibt es, in denen das Umgekehrte stattfindet; in bestimmten Entfernungen $a + w$ endlich sind die mittleren Fransen genau gleich breit.

Die Werthe der verschiedenen Helligkeitsminima sind deutlich wahrnehmbar verschieden.

Die Helligkeitsmaxima sind ganz beträchtlich ungleich; die schmäleren Fransen haben schwächere Maxima, die breiteren Fransen stärkere Maxima. Diese Ungleichheit der Lichtstärkemaxima ist so gross, dass sie schon auf den ersten Blick geradezu eindringlich in die Augen fällt.

Die mittlere Zone der centralen Franse zeigt sich bei Beleuchtung des Interferenzapparats mit weissem Licht niemals weiss, sondern immer gefärbt. Die Art der Färbung wechselt mit der Entfernung von der gemeinschaftlichen Kante des Interferenzapparats in der buntesten Weise. Geht man von der Nähe des Interferenzapparats aus, der Richtung der wachsenden w entlang, so gewahrt man folgende Reihenfolge von Färbungen in der mittleren Zone der centralen Franse:

	(Fortsetzung)	(Fortsetzung)
weiss	grüngelb	gelb
gelblichweiss	gelb	orange
gelb	braungelb	lichtroth
braungelb	rothbraun	grünlichgelb
fleischroth	lichtroth	gelblichweiss
blaugrau	lavendelgrau	weisslich
grünlichgrau	grünlichgelb	u. s. w.

Die Erscheinungen stehen also in vollem Widerspruch mit der Fresnel'schen Theorie. Die letztere muss also auf falschen Principien beruhen.

Schon die blosse Betrachtung der Form des von Fresnel gegebenen Helligkeitsausdruckes drängt übrigens zu der Ueberzeugung hin, dass Fresnel's Theorie unrichtig sein muss. Die Erfahrung zeigt, dass die Interferenz, d. h. eine oscillirende Lichtintensität, nur innerhalb eines ganz bestimmt begrenzten Raumes auftritt und dass ausserhalb dieses Raumes constante Helligkeit vorhanden ist. Diese eigenthümliche räumliche Vertheilungsweise der Lichtstärke ist aber in Fresnel's Intensitätsformel nicht enthalten.

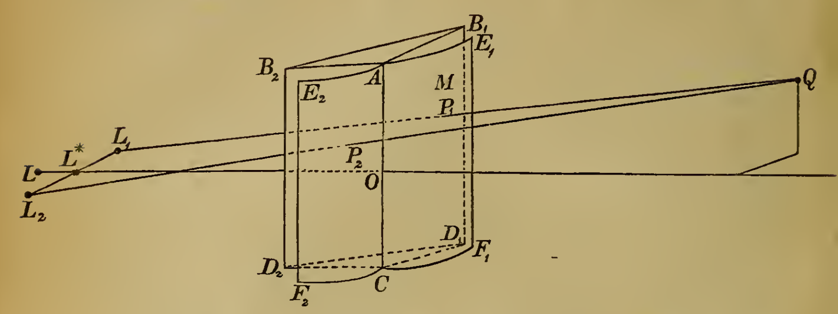
Eine eingehende Reflexion über das Zustandekommen der Fresnel'schen Interferenzerscheinungen deckt den Fehler in Fresnel's Theorie auf. Die von Fresnel ohne jede weitere Begründung gemachte Annahme, dass in seinen Interferenzerscheinungen keine Diffractionswirkungen vorkommen, ist unrichtig. Die Fresnel'schen Interferenzerscheinungen sind ebenso reine Diffractionserscheinungen wie die Young'schen; die ersteren werden durch die Combination zweier *innerer* Diffractionsfransensysteme hervorgebracht, die letzteren resultiren durch das Zusammenwirken zweier *äusserer* Diffractionsfransensysteme.

In der folgenden Abhandlung entwickele ich, von dem von Fresnel mit soviel Scharfsinn und Erfolg in die Diffractionstheorie eingeführten Huyghens'schen Princip ausgehend, die exacte Theorie der Fresnel'schen Interferenzerscheinungen. Durch die Zurückführung der von Fresnel in die Diffractionstheorie eingeführten «Fresnel'schen Integrale» auf zwei mit den Bessel'schen Functionen in engstem Zusammenhange stehende transcendente Functionen gewinne ich einen verhältnissmässig sehr einfachen allgemeinen Ausdruck der Lichtintensität, welche in irgend einem Orte des Interferenzgebiets vorhanden ist. In einer näheren Betrachtung dieses allgemeinen Helligkeitsausdrucks wird sodann gezeigt, dass ein vollkommener Einklang besteht zwischen der aus den Principien der Diffraction entwickelten Theorie und den beobachtbaren Erscheinungen.

1.

Um einen bestimmten Fall zu haben möge angenommen werden, die zu behandelnde Interferenzerscheinung werde durch das Fresnel'sche Doppelprisma erzeugt. Die für diesen Fall erhaltenen Resultate lassen sich unmittelbar auf den Fall übertragen in welchem die Interferenz mit Hülfe des Fresnel'schen Doppelspiegels hergestellt wird. Es sei (Fig. S. 38) L die punctförmige Lichtquelle und $A B_1 B_2 C D_1 D_2$ das Doppelprisma mit vertical stehenden brechenden Kanten. Die Lichtquelle möge so gelegen sein, dass das von ihr auf die hintere Fläche $B_1 B_2 D_1 D_2$ des Doppelprisma herabgelassene Loth durch die den beiden Prismen gemeinsame Kante AC in O hindurchgeht. Die durch LO gehende horizontale Ebene möge als horizontale Hauptebene, die durch L und die

Kante AC gelegte Ebene als verticale Mittelebene bezeichnet werden.



Die von der punctförmigen Lichtquelle L ausgehende sphärische Wellenfläche tritt nach dem Durchgang durch das Doppelprisma in Form zweier gleicher, rechteckig begrenzter sphärischer Wellenflächen ACE_1F_1 und ACE_2F_2 hervor, von denen die erstere ihren Mittelpunct in L_1, die andere in L_2 haben möge. Die Linie L_1L_2 liegt in der horizontalen Hauptebene; die Abstände der Orte L_1 und L_2 von der Geraden LO sind gleich; die Mitte der Geraden L_1L_2 sei mit L^* bezeichnet, der Abstand $L^*L_1 = L^*L_2$ sei gleich δ gesetzt. Die horizontal laufende Seite der rechteckigen Begrenzung der sphärischen Wellenflächen habe die Länge b; die vertical laufende Seite dieser Begrenzung sei von der Länge h. Die Strecke L^*O sei mit a bezeichnet. Die Längen b und h sind sehr klein gegenüber der Entfernung a.

Die auf den beiden sphärischen Wellenflächen gelegenen Aethertheilchen haben in jedem Zeitmomente übereinstimmende Bewegungszustände. Um den einfachsten Fall der Rechnung zu haben nehmen wir an, die von diesen Aethertheilchen ausgeführten Oscillationen seien geradlinig und überall gleich gerichtet. Der Ausdruck für die Aus-

weichung s_1 aus der Gleichgewichtslage eines auf der Wellenfläche $A\,C\,E_1\,F_1$ gelegenen Aetheriheilchens zur Zeit t sei

$$s_1 = A \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

Bezeichnen wir mit s_2 die zu derselben Zeit stattfindende Ausweichung aus der Gleichgewichtslage für ein auf der Wellenfläche $A\,C\,E_2\,F_2$ gelegenes Aethertheilchen, so ist ebenfalls

$$s_2 = A \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

Die zu lösende Aufgabe ist: die Lichtintensität zu finden, die durch das Zusammenwirken der von diesen beiden Wellenflächen ausgehenden Oscillationen in irgend einem Orte Q des Raumes hervorgerufen wird.

Zur Lösung dient das Fundamentalprincip der Diffractionstheorie, das Huyghens'sche Princip. Ist M der Ort irgend eines Flächenelements $d\omega$ der beiden Wellenflächen, bezeichnet ϱ die Entfernung dieses Ortes von dem Orte Q, für welchen die Lichtintensität gesucht wird und bedeutet S die resultirende Ausweichung, welche durch das Zusammenwirken aller der von den beiden Wellenflächen ausgehenden Oscillationen in Q zur Zeit t erzeugt wird, so ist:

$$S = \int \frac{A}{\lambda \varrho} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\varrho}{\lambda} \right) d\omega$$

wo λ die Wellenlänge der von den Wellenflächen ausgehenden Oscillationen darstellt und wo die Integration über alle Elemente der beiden Wellenflächen auszudehnen ist. Dabei ist die Voraussetzung gemacht, dass der Winkel zwischen der Verbindungslinie ϱ und der in M nach Aussen

gerichteten Normale der Wellenfläche so klein ist, dass sein cosinus der Einheit gleich gesetzt werden darf.

Das auszuwerthende Integral kann als die Summe zweier Theile betrachtet werden:

$$S = \int \frac{A}{\lambda \varrho_1} \cos\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\varrho_1}{\lambda}\right)\right) d\omega_1 + \int \frac{A}{\lambda \varrho_2} \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\varrho_2}{\lambda}\right) d\omega_2 =$$
$$= S_1 + S_2;$$

in dem ersten Theile bezieht sich die Integration nur auf die sämmtlichen Elemente der Wellenfläche $A\,C\,E_1\,F_1$, in dem letzten nur auf die Elemente der Wellenfläche $A\,C\,E_2\,F_2$. Zur Berechnung dieser beiden Flächenintegrale möge ein rechtwinkliges Coordinatensystem zu Grunde gelegt werden, dessen Anfangspunct in L^* liegt, dessen z-Axe die Richtung $L^* \rightarrow O$ hat, dessen y-Axe in die Richtung $L^* \rightarrow L_1$ fällt und dessen x-Axe vertical nach oben läuft. Wir beschäftigen uns zunächst mit dem ersten Integrale S_1 und drücken die Grössen ϱ_1 und $d\omega_1$ durch Coordinatenwerthe aus.

Das beliebige Element $d\omega_1$ der Wellenfläche $A\,C\,E_1\,F_1$ habe die Coordinaten $x_1 y_1 z_1$; die Coordinaten des Ortes Q seien $x\,y\,z$. Es ist dann:

$$\varrho_1{}^2 = x^2 + y^2 + z^2 + x_1{}^2 + y_1{}^2 + z_1{}^2 - 2\,x x_1 - 2\,y y_1 - 2\,z z_1$$

Es gelten aber die Gleichungen:

$$x^2 + (y - \delta)^2 + z^2 = r_1{}^2$$

und

$$x_1{}^2 + (y_1 - \delta)^2 + z_1{}^2 = r^2$$

wenn r_1 die Länge $Q\,L_1$ und r den Radius der sphärischen Wellenfläche $A\,C\,E_1\,F_1$ bezeichnet. Aus diesen beiden Gleichungen lassen sich unter der Voraussetzung, dass die Glieder vierter Ordnung $\left(\frac{x}{r_1}\right)^4$, $\left(\frac{x_1}{r}\right)^2$, $\left(\frac{y-\delta}{r_1}\right)^2$, $\left(\frac{y_1-\delta}{r}\right)^2 \ldots$

gegen eins verschwindend klein sind, folgende Werthe für z und z_1 ableiten:

$$z = r_1 - \frac{x^2}{2r} - \frac{(y-\delta)^2}{2r}$$

$$z_1 = r - \frac{x_1^2}{2r} - \frac{(y_1-\delta)^2}{2r}$$

Durch Verwendung der vier letzten Gleichungen lässt sich der obige Werth von ϱ_1^2 in folgende Form bringen:

$$\varrho_1^2 = (r_1 - r)^2 + \frac{r_1}{r}\left[x_1 - x\frac{r}{r_1}\right]^2 + \frac{r_1}{r}\left[y_1 - \frac{yr + \delta(r_1 - r)}{r_1}\right]^2$$

Werden die Verhältnisse so gewählt, dass die kleinen Grössen vierter Ordnung $\left[\frac{x_1,\, x,\, y_1,\, y,\, \delta}{r_1 - r,\, z,\, a}\right]^4$ verschwindend klein gegen eins sind, so erhält ϱ_1 den Werth:

$$\varrho_1 = r_1 - r + \frac{z}{2a(z-a)}\left[x_1 - x\frac{a}{z}\right]^2$$

$$+ \frac{z}{2a(z-a)}\left[y_1 - \frac{ya + \delta(z-a)}{z}\right]^2$$

Ersetzen wir endlich das Flächenelement $d\omega_1$ in erster Annäherung durch seine Projection $dx_1\, dy_1$ auf die xy-Ebene und stellen wir wegen der geringen Variation welche die Entfernung ϱ_1 von Flächenelement zu Flächenelement erleidet den Factor $\frac{1}{\varrho_1}$ als angenähert constant, und zwar als gleich $\frac{1}{z-a}$, vor das Integralzeichen, so erhalten wir als sehr angenähert richtigen Werth des ersten Integrales S_1 folgenden Ausdruck:

$$S_1 = \frac{A}{\lambda(z-a)} \int\limits_{x_1=-h_0}^{x_1=h-h_0} \int\limits_{y_1=0}^{y_1=b} \cos\left\{2\pi\left[\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda} - \frac{r_1}{\lambda}\right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{z}{2a(z-a)\lambda}\left(x_1 - \frac{xa}{z}\right)^2 - \frac{z}{2a(z-a)\lambda}\left(y_1 - \frac{ya + \delta(z-a)}{z}\right)^2\right]\right\} . dx_1\, dy_1$$

in welchem die Länge h_0 das Kantenstück CO bezeichnet.

In analoger Weise lässt sich der entsprechende Ausdruck für das Integral S_2 gewinnen. Nehmen wir an, die Coordinaten des beliebigen Elements $d\omega_2$ der Wellenfläche ACE_2F_2 sind $x_2\, y_2\, z_2$ (die y-Axe soll in diesem Falle die Richtung $L^* \rightarrow L_2$ haben) und machen wir dieselben Voraussetzungen bezüglich der Grössen $x_2, y_2, d\omega_2$ und ϱ_2, die wir soeben in Betreff der Grössen $x_1, y_1, d\omega_1$ und ϱ_1 gemacht haben, so erhalten wir:

$$S_2 = \frac{A}{\lambda(z-a)} \int\limits_{x_2=-h_0}^{x_2=h-h_0} \int\limits_{y_2=0}^{y_2=b} \cos\left\{2\pi\left[\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda} - \frac{r_2}{\lambda}\right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{z}{2a(z-a)\lambda}\left(x_2 - \frac{xa}{z}\right)^2 - \frac{z}{2a(z-a)\lambda}\left(y_2 - \frac{-ya+\delta(z-a)}{z}\right)^2\right]\right\}. dx_2\, dy_2$$

Die in diesem Ausdrucke vorkommende Länge r_2 stellt die Strecke L_2Q vor. Um kürzere Formen für S_1 und S_2 zu erzielen, soll gesetzt werden:

$z = a + w$	$x\dfrac{a}{a+w} = \alpha$	$\dfrac{\delta w + ay}{a+w} = \beta_1$	$y_1 - \beta_1 = v_1$
$\dfrac{\pi}{\lambda}\dfrac{a+w}{a \cdot w} = m$	$x_1 - \alpha = u_1$ $x_2 - \alpha = u_2$	$\dfrac{\delta w - ay}{a+w} = \beta_2$	$y_2 - \beta_2 = v_2$

Nach Einführung dieser neuen Bezeichnung nimmt die Summe der beiden Flächenintegrale folgende Form an:

$$S = \frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda}\right) - 2\pi\frac{r_1}{\lambda} - mu_1^2 - mv_1^2\right]. du_1\, dv_1$$

$$+ \frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda}\right) - 2\pi\frac{r_2}{\lambda} - mu_2^2 - mv_2^2\right]. du_2\, dv_2$$

oder:

$$S = \left\{ \frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \cos\left[2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m u_1^2 + m v_1^2\right] . du_1\, dv_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \cos\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m u_2^2 + m v_2^2\right) . du_2\, dv_2 \right\} \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda}\right)$$

$$+ \left\{ \frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \sin\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m u_1^2 + m v_1^2\right) . du_1\, dv_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{A}{\lambda w} \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \sin\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m u_2^2 + m v_2^2\right) . du_2\, dv_2 \right\} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda}\right)$$

Hieraus lässt sich sofort die in dem Orte Q auftretende Lichtstärke ableiten. Bringt man den Satz in Anwendung

$$P . \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda}\right) + Q \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda}\right) =$$

$$= \sqrt{P^2 + Q^2} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda}\right) - \text{arc}\, tg\, \frac{Q}{P}\right]$$

und berücksichtigt, dass die Lichtstärke H in einem Orte gleichzusetzen ist dem Mittelwerthe, welchen die lebendige Kraft der in diesem Orte stattfindenden Aetheroscillation während der Dauer einer Schwingung besitzt, dass also

$$H = \frac{1}{2} \frac{\mu}{T} \int\limits_0^T \left(\frac{dS}{dt}\right)^2 . dt,$$

wo μ die Masse des oscillirenden Aethertheilchens und S die zur Zeit t vorhandene Ausbiegung aus der Gleichgewichtslage bedeutet, so findet man als Ausdruck der in Q unter dem Zusammenwirken der von beiden Wellen-

flächen ausgehenden Oscillationen auftretenden Lichtintensität H folgende Form:

$$
\left.
\begin{aligned}
H = \mu \frac{\pi^2 A^2}{T^2 \lambda^2 w^2} \Bigg[& \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \cos\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m u_1^2 + m v_1^2\right) du_1\, dv_1 + \\
& + \int\limits_{u_2=-h-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \cos\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m u_2^2 + m v_2^2\right) du_2\, dv_2 \Bigg]^2 \\
+ \mu \frac{\pi^2 A^2}{T^2 \lambda^2 w^2} \Bigg[& \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \sin\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m u_1^2 + m v_1^2\right) du_1\, dv_1 + \\
& + \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \sin\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m u_2^2 + m v_2^2\right) du_2\, dv_2 \Bigg]^2
\end{aligned}
\right\} \ldots\ldots (1)
$$

Die hier auftretenden Doppelintegrale können auf Producte einfacher Integrale zurückgeführt werden:

$$
\begin{aligned}
& \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} {\cos \atop \sin} \left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m u_1^2 + m v_1^2\right) du_1\, dv_1 = \\
& + \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} {\cos \atop \sin} \left(m u_1^2\right) du_1 \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \cos\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m v_1^2\right) du_1 \mp \\
& + \int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} {\sin \atop \cos} \left(m u_1^2\right) du_1 \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \sin\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m v_1^2\right) dv_1
\end{aligned}
$$

und

$$
\int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} {\cos \atop \sin} \left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m u_2^2 + m v_2^2\right) du_2\, dv_2 =
$$

$$= \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\left(m u_2^2\right) du_2 \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \cos\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda} + m v_2^2\right) dv_2 \mp$$

$$\mp \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\left(m u_2^2\right) du_2 \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \sin\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda} + m v_2^2\right) dv_2$$

Somit ist die Bestimmung der in Q resultirenden Helligkeit auf die Auswerthung Fresnel'scher Integrale reducirt. In dem folgenden Abschnitt führe ich die Fresnel'schen Integrale auf die verallgemeinerte Bessel'sche Function und auf eine mit letzterer auf das engste zusammenhängende Function zurück und decke damit die eigentliche Natur dieser Integrale auf.

2.

Die ursprüngliche, von Bessel eingeführte Definition der Bessel'schen Function ist

$$2\pi I^h_{(k)} = \int\limits_0^{2\pi} \cos(h\varphi - k\cos\varphi)\, d\varphi$$

wo der Index h eine ganze Zahl vorstellt. Bessel stellte die Function I durch folgende nach aufsteigenden Potenzen des Arguments k fortschreitende convergente Reihe dar:

$$I^h_{(k)} = \frac{k^h}{2.4\ldots 2h}\left(1 - \frac{k^2}{2(2h+2)} + \frac{k^4}{2.4(2h+2)(2h+4)} - \ldots\right)$$

entwickelte die drei Fundamentaleigenschaften:

$$I^{h+1}_{(k)} = \frac{2h}{k} I^h_{(k)} - I^{h-1}_{(k)}$$

$$\frac{dI^h_{(k)}}{dk} = \frac{1}{2}\left(I^{h-1}_{(k)} - I^{h+1}_{(k)}\right)$$

$$I^{h+1}_{(k)} = \frac{h}{k} I^h_{(k)} - \frac{dI^h_{(k)}}{dk}$$

und zeigte, dass die Function die Differentialgleichung erfüllt:

$$\frac{d^2 I^h_{(k)}}{dk^2} + \frac{1}{k}\frac{dI^h_{(k)}}{dk} + \left(1 - \frac{h^2}{k^2}\right) I^h_{(k)} = 0$$

Später hat dann Jacobi einen weiteren allgemeinen Ausdruck der Function I in Form einer semiconvergenten Reihe gegeben, welcher für sehr grosse Werthe des Argumentes k die Natur der Transcendente vor Augen legt und zur numerischen Berechnung derselben von ausserordentlicher Brauchbarkeit ist:

$$(-1)^{\frac{h}{2}(h-1)} I^h_{(k)} = \frac{\sin\left[k + (-1)^h \frac{\pi}{4}\right]}{\sqrt{\frac{\pi}{2}k}} \left\{1 - \frac{(1-4h^2)(3^2-4h^2)}{\Pi 2 \,.\, (8k)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(1^2-4h^2)(3^2-4h^2)(5^2-4h^2)(7^2-4h^2)}{\Pi 4 \,.\, (8k)^4} - \cdots \right\}$$

$$- \frac{\cos\left[k + (-1)^h \frac{\pi}{4}\right]}{\sqrt{\frac{\pi}{2}k}} \left\{\frac{1^2-4h^2}{\Pi 1 . (8k)^1} - \frac{(1^2-4h^2)(3^2-4h^2)(5^2-4h^2)}{\Pi 3 \,.\, (8k)^3} + \cdots \right\}$$

Diese semiconvergenten Reihen haben die Eigenschaft, dass jedes neu hinzukommende Glied das Maximum des Unterschiedes zwischen dem Functionswerthe und der Summe der angewandten Glieder bezeichnet.

Ich verallgemeinere die Definition der Bessel'schen Function dadurch, dass ich setze

$$I^h_{(k)} = \int_0^\pi \cos(h\varphi - k\sin\varphi)\, d\varphi,$$

wo der Index h eine ganz beliebige Zahl sein soll, und führe als verwandte Transcendente die Function:

$$E^h_{(k)} = \int_0^\pi \sin(h\varphi - k\sin\varphi)\, d\varphi$$

ein. Die beiden Functionen lassen sich zunächst durch folgende, nach aufsteigenden Potenzen des Arguments fortschreitende, convergente Reihen darstellen:

$$I^h_{(k)} = \frac{\sin h\pi}{h}\left\{1 + \frac{k^2}{h^2-2^2} + \frac{k^4}{(h^2-2^2)(h^2-4^2)} + \dots\right\}$$

$$-\sin h\pi\left\{\frac{k^1}{h^2-1^2} + \frac{k^3}{(h^2-1^2)(h^2-3^2)} + \frac{k^5}{(h^2-1^2)(h^2-3^2)(h^2-5^2)} + \dots\right\}$$

$$E^h_{(k)} = \frac{1-\cos h\pi}{h}\left\{1 + \frac{k^2}{(h^2-2^2)} + \frac{k^4}{(h^2-2^2)(h^2-4^2)} + \dots\right\}$$

$$+(1+\cos h\pi)\left\{\frac{k^1}{h^2-1^2} + \frac{k^3}{(h^2-1^2)(h^2-3^2)} + \frac{k^5}{(h^2-1^2)(h^2-3^2)(h^2-5^2)} + \dots\right\}$$

Aus diesen Ausdrucksformen der beiden Functionen lassen sich leicht folgende vier Eigenschaften derselben deduciren:

$$I^{h+1}_{(k)} = \frac{2h}{k} I^h_{(k)} - I^{h-1}_{(k)} - \frac{\sin h\pi}{k} \quad \dots\dots (2_a)$$

und $$E^{h+1}_{(k)} = \frac{2h}{k} E^h_{(k)} - E^{h-1}_{(k)} - \frac{2(1-\cos h\pi)}{k} \quad \dots\dots (2_b)$$

$$\frac{dI^h_{(k)}}{dk} = \frac{1}{2}\left(I^{h-1}_{(k)} - I^{h+1}_{(k)}\right) \dots\dots \quad \text{und} \quad \frac{dE^h_{(k)}}{dk} = \frac{1}{2}\left(E^{h-1}_{(k)} - E^{h+1}_{(k)}\right)$$

$$I^{h+1}_{(k)} = \frac{h}{k} I^h_{(k)} - \frac{dI^h_{(k)}}{dk} - \frac{\sin h\pi}{k} \quad \dots\dots (3_a)$$

und $$E^{h+1}_{(k)} = \frac{h}{k} E^h_{(k)} - \frac{dE^h_{(k)}}{dk} - \frac{1-\cos h\pi}{k} \quad \dots\dots (3_b)$$

$$\frac{d^2I^h_{(k)}}{dk^2} + \frac{1}{k}\frac{dI^h_{(k)}}{dk} + \left(1 - \frac{h^2}{k^2}\right) I^h_{(k)} - \frac{\sin h\pi}{k} + \frac{h}{k^2}\sin h\pi = 0$$

und $$\frac{d^2E^h_{(k)}}{dk^2} + \frac{1}{k}\frac{dE^h_{(k)}}{dk} + \left(1 - \frac{h^2}{k^2}\right) E^h_{(k)} + \frac{1+\cos h\pi}{k} + \frac{h(1-\cos h\pi)}{k^2} = 0$$

Zwischen den beiden Transcendenten bestehen folgende Zusammenhänge:

$$I^{h}_{(k)} \cdot \sin h\pi = E^{h}_{(k)} \cdot \cos h\pi - E^{-h}_{(k)} \quad \ldots . (4)$$

$$E^{h}_{(k)} \cdot \sin h\pi = - I^{h}_{(k)} \cdot \cos h\pi + I^{-h}_{(k)} \quad \ldots . (5)$$

Zur Darstellung der beiden Functionen für grosse Argumentwerthe und zur deutlichen Einsicht in die Natur der beiden Transcendenten können folgende semiconvergente Reihen dienen:

$$\left.\begin{aligned}
I^{h}_{(k)} = & -\frac{\sin h\pi}{h}\left(\frac{h^2}{k^2} + \frac{h^2(h^2-2^2)}{k^4} + \frac{h^2(h^2-2^2)(h^2-4^2)}{k^6} + \ldots\right) \\
& + \sin h\pi \left(\frac{1}{k} + \frac{h^2-1^2}{k^3} + \frac{(h^2-1^2)(h^2-3^2)}{k^5} + \ldots\right) \\
& + \cos\left[k-(2h+1)\frac{\pi}{4}\right]\left(1 - \frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)}{\Pi 2 \,.\, (8k)^2} + \right. \\
& \left. + \frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)(4h^2-5^2)(4h^2-7^2)}{\Pi 4 \,.\, (8k)^4} - \ldots\right)\sqrt{\frac{2\pi}{k}} \\
& - \sin\left[k-(2h+1)\frac{\pi}{4}\right]\left(\frac{4h^2-1^2}{\Pi 1 \,.\, 8k} - \frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)(4h^2-5^2)}{\Pi 3 \,.\, (8k)^3} + \ldots\right)\sqrt{\frac{2\pi}{k}} \\
E^{h}_{(k)} = & -\frac{(1-\cos h\pi)}{h}\left(\frac{h^2}{k^2} + \frac{h^2(h^2-2^2)}{k^4} + \frac{h^2(h^2-2^2)(h^2-4^2)}{k^6} + \ldots\right) \\
& - (1 + \cos h\pi)\left(\frac{1}{k} + \frac{h^2-1^2}{k^3} + \frac{(h^2-1^2)(h^2-3^2)}{k^5} + \ldots\right) \\
& - \sin\left[k-(2h+1)\frac{\pi}{4}\right]\left(1 - \frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)}{\Pi 2 \,.\, (8k)^2} + \right. \\
& \left. + \frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)(4h^2-5^2)(4h^2-7^2)}{\Pi 4 \,.\, (8k)^4} - \ldots\right)\sqrt{\frac{2\pi}{k}} \\
& - \cos\left[k-(2h+1)\frac{\pi}{4}\right]\left(\frac{4h^2-1^2}{\Pi 1 \,.\, 8k} - \frac{(4h^2-1^2)(4h^2-3^2)(4h^2-5^2)}{\Pi 3 \,.\, (8k)^3} + \ldots\right)\sqrt{\frac{2\pi}{k}}
\end{aligned}\right\} \ldots . (6)$$

Diese Reihen haben die Eigenschaft, dass die Summe aller dem n^{ten} Gliede folgenden Glieder kleiner ist als das n^{te} Glied. Die beiden ersten der vier Reihen stehen

übrigens in einem engen Zusammenhang mit den von C. Neumann eingeführten Bessel'schen Functionen zweiter Art. In dem speciellen Fall, dass der Index h der Functionen den Werth $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \ldots$ annimmt, vereinfachen sich die obigen Ausdrücke erheblich, weil dann die dritte und vierte Reihe von selbst abbrechen und nur eine endliche Anzahl von Gliedern enthalten; für den Fall $h = \frac{1}{2}$ z. B. findet sich:

$$I^{\frac{1}{2}}_{(k)} = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \sin k + 2\left(\frac{1}{2k} - \frac{1.3}{(2k)^3} + \frac{1.3.5.7}{(2k)^5} - \ldots\right)$$
$$- 2\left(\frac{1}{(2k)^2} - \frac{1.3.5}{(2k)^4} + \frac{1.3.5.7.9}{(2k)^6} - \ldots\right)$$

$$E^{\frac{1}{2}}_{(k)} = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \cos k - 2\left(\frac{1}{2k} - \frac{1.3}{(2k)^3} + \frac{1.3.5.7}{(2k)^5} - \ldots\right)$$
$$- 2\left(\frac{1}{(2k)^2} - \frac{1.3.5}{(2k)^4} + \frac{1.3.5.7.9}{(2k)^6} + \ldots\right)$$

Es soll jetzt gezeigt werden, dass die Fresnel'schen Integrale durch die Functionen $I^{\frac{1}{2}}$ und $E^{\frac{1}{2}}$ ausgedrückt werden können. Setzen wir in den Relationen (3_a) und (3_b) $h = \frac{1}{2}$ und $k = mu^2$, so gehen dieselben über in:

$$I^{\frac{3}{2}}_{(mu^2)} = \frac{1}{2mu^2} I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - \frac{1}{2mu} \cdot \frac{dI^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}}{du} - \frac{1}{mu^2}$$

$$E^{\frac{3}{2}}_{(mu^2)} = \frac{1}{2mu^2} E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - \frac{1}{2mu} \cdot \frac{dE^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}}{du} - \frac{1}{mu^2}$$

Aus den Beziehungen (2_a) und (2_b) nebst (4) und (5) lässt sich aber für diesen speciellen Fall $h = \frac{1}{2}$ und $k = mu^2$ ableiten:

$$I^{\frac{3}{2}}_{(mu^2)} = \frac{1}{mu^2} I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - \frac{2}{mu^2}$$

$$E^{\frac{3}{2}}_{(mu^2)} = \frac{1}{mu^2} E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - \frac{2}{mu^2}$$

Aus diesen 4 Beziehungen ergeben sich die beiden folgenden:

$$I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - 2\,mu^2\,E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + u\frac{dI^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}}{du} - 2 = 0$$

$$E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + 2\,mu^2\,I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + u\frac{dE^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}}{du} - 2 = 0$$

oder auch

$$\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) + u\frac{d}{du}\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) + $$
$$+ 2\,mu^2\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) = 4 \;\ldots\ldots\; (7)$$

$$\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) + u\frac{d}{du}\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) -$$
$$- 2\,mu^2\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) = 0 \;\ldots\ldots\; (8)$$

Multipliciren wir die Gleichung (7) mit $\cos mu^2$, die Gleichung (8) mit $\sin mu^2$ und addiren wir die erhaltenen Producte, so erhalten wir:

$$4\cos mu^2 = \frac{d}{du}\left\{\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right).\,u\,.\cos mu^2 + \right.$$
$$\left. + \left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right).\,u\,.\sin mu^2\right\}$$

Wird dagegen die Gleichung (7) mit $\sin mu^2$, die Gleichung (8) mit $-\cos mu^2$ multiplicirt, so liefert die Addition der entstandenen Producte die Gleichung:

$$4 \sin mu^2 = \frac{d}{du}\left\{\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) . u . \sin mu^2 - \right.$$
$$\left. - \left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) . u . \cos mu^2\right\}$$

Die beiden allgemeinen Fresnel'schen Integrale haben demnach folgende Werthe:

$$\int \cos (mu^2) . du = \frac{1}{4}\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) . u . \cos mu^2 +$$
$$+ \frac{1}{4}\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) . u . \sin mu^2 + C$$

$$\int \sin (mu^2) . du = \frac{1}{4}\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} + E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) . u . \sin mu^2 -$$
$$- \frac{1}{4}\left(I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} - E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)}\right) . u . \cos mu^2 + C$$

Die Constante C hat den Werth Null, sobald die untere Grenze der beiden Integrale null ist.

Führen wir die oben erhaltenen semiconvergenten Reihen für $I^{\frac{1}{2}}$ und $E^{\frac{1}{2}}$ in die soeben erhaltenen Resultate ein, so können wir sofort die Grenzwerthe angeben, welchen die beiden Fresnel'schen Integrale bei wachsendem Argumente zustreben. Es ist

$$\frac{u}{4} I^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} = \frac{u}{4}\left\{\sqrt{\frac{2\pi}{mu^2}} \sin mu^2 + 2\left(\frac{1}{2\,mu^2} - \frac{1.3}{(2\,mu^2)^3} + \ldots\right) - \right.$$
$$\left. - 2\left(\frac{1}{(2\,mu^2)^2} - \frac{1.3.5}{(2\,mu^2)^4} + \ldots\right)\right\}$$

$$\frac{u}{4} . E^{\frac{1}{2}}_{(mu^2)} = \frac{u}{4}\left\{\sqrt{\frac{2\pi}{mu^2}} \cos mu^2 - 2\left(\frac{1}{2\,mu^2} - \frac{1.3}{(2\,mu^2)^3} + \ldots\right) - \right.$$
$$\left. - 2\left(\frac{1}{(2\,mu^2)^2} - \frac{1.3.5}{(2\,mu^2)^4} + \ldots\right)\right\}$$

Hieraus ergibt sich:

$$\int_0^u \cos(mu^2)\,du = u\left\{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\,mu^2}} + \left(\frac{1}{2\,mu^2} - \frac{1.3}{(2\,mu^2)^3} + \ldots\right)\sin mu^2 - \right.$$
$$\left. - \left(\frac{1}{(2\,mu^2)^2} - \frac{1.3.5}{(2\,mu^2)^4} + \ldots\right)\cos mu^2\right\}$$

$$\int_0^u \sin(mu^2)\,du = u\left\{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\,mu^2}} - \left(\frac{1}{2\,mu^2} - \frac{1.3}{2\,(mu^2)^3} + \ldots\right)\cos mu^2 - \right.$$
$$\left. - \left(\frac{1}{(2\,mu^2)^2} - \frac{1.3.5}{(2\,mu^2)^4} + \ldots\right)\sin mu^2\right\}$$

Daraus geht hervor: haben die obere Grenze u und die Constante m der Fresnel'schen Integrale so grosse Werthe, dass schon $\frac{2}{\sqrt{2\,\pi\,mu^2}}$ verschwindend klein gegenüber eins wird, so ist

$$\int_0^u \cos(mu^2)\,.\,du = \int_0^u \sin(mu^2)\,du = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\,m}}\,.$$

3.

Nach dieser Zurückführung der Fresnel'schen Integrale auf die Functionen $I^{\frac{1}{2}}$ und $E^{\frac{1}{2}}$ gehen wir wieder zu dem früher gefundenen unentwickelten Ausdruck (1) für die Lichtstärke H im Orte Q zurück und ersetzen zunächst die Grösse $\frac{\mu\,.\,\pi^2\,.\,A^2}{T^2\,.\,\lambda^2\,.\,w^2}$ durch $\frac{H_0}{\lambda^2\,.\,w^2}$, wo H_0 die in den beiden Wellenflächen $A\,C\,E_1\,F_1$ und $A\,C\,E_2\,F_2$ vorhandene Lichtstärke bezeichnet. Es ist:

$$H = H_0 \frac{1}{\lambda^2 w^2} \left[\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \cos\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m u_1^2 + m v_1^2\right) du_1 dv_1 + \right.$$

$$\left. + \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \cos\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m u_2^2 + m v_2^2\right) du_2 dv_2 \right]^2$$

$$+ H_0 \frac{1}{\lambda^2 w^2} \left[\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \sin\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m u_1^2 + m v_1^2\right) du_1 dv_1 + \right.$$

$$\left. + \int\limits_{u_2=-h_0-\alpha}^{u_2=h-h_0-\alpha} \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \sin\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m u_2^2 + m v_2^2\right) du_2 dv_2 \right]^2$$

Diese Summe zweier Quadrate lässt sich zunächst in ein Product aus zwei Factoren zerlegen, von denen jeder die Summe zweier Quadrate ist und von denen der eine nur die Variable u, der andere nur die Variablen v_1 und v_2 enthält.

$$H = H_0 \frac{1}{\lambda^2 w^2} \left\{ \left[\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \cos\left(m u_1^2\right) du_1 \right]^2 + \left[\int\limits_{u_1=-h_0-\alpha}^{u_1=h-h_0-\alpha} \sin\left(m u_1^2\right) du_1 \right]^2 \right\} \times$$

$$\left\{ \left[\int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \cos\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m v_1^2\right) dv_1 + \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \cos\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m v_2^2\right) dv_2 \right]^2 + \right.$$

$$\left. + \left[\int\limits_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1} \sin\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + m v_1^2\right) dv_1 + \int\limits_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2} \sin\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + m v_2^2\right) dv_2 \right]^2 \right\}$$

Der erste eingeklammerte Factor steht in keinem Zusammenhange mit dem durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme hervorgerufenen Interferenzphänomen; wir

wollen denselben aus diesem Grunde nicht näher betrachten, sondern nur soviel hervorheben, dass der Grenzwerth, welchem derselbe bei wachsenden Grenzen $u_1 = h - (h_0 + \alpha)$ und $u_1 = h_0 + \alpha$ zustrebt, $\frac{\pi}{m}$ ist. Dieser Factor möge daher von jetzt an kurz mit $\frac{\pi}{m} X^2$ bezeichnet werden, wo die Grösse X^2 eine (aus den letzten Formeln des vorigen Abschnittes leicht ableitbare) Function von $m\,(h - h_0 - \alpha)^2$ und $m\,(h_0 + \alpha)^2$ bedeutet, die sich bei wachsenden Werthen dieser Grössen der Einheit nähert.

Der Behandlung des zweiten eingeklammerten Factors möge die beschränkende Voraussetzung zu Grunde gelegt werden, dass die in den obern Grenzen der Integrale auftretende Grösse b (die Breite der Wellenflächen) so gross sei und dass die in den oberen und unteren Grenzen vorkommenden Strecken β_1 und β_2 (die Entfernungen der Durchstosspuncte P_1 und P_2 von der Kante AC) sich innerhalb solcher Grenzen halten, dass die Grössen

$$\frac{2}{\pi\,(b-\beta_1)\sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}} \quad \text{und} \quad \frac{2}{\pi\,(b-\beta_2)\sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}$$

verschwindend klein gegenüber der Einheit sind. Da der reciproke Werth der Wellenlänge im Nenner dieser Grössen erscheint, wird diese Voraussetzung schon bei einer mässigen Breite b der die Interferenz erzeugenden Wellenflächen erfüllt sein. (Ist z. B. $b = 20^{mm}$, $\beta_1 = \beta_2 = 2^{mm}$, $\lambda = 0^{mm},0006$ und $a = w = 1000^{mm}$, so ist jede der beiden angegebenen Grössen von der Ordnung 0.01.) Unter dieser Voraussetzung ist dann:

$$\int_0^{b-\beta_1} \frac{\cos}{\sin}\left(m v_1^2\right) dv_1 = \int_0^{b-\beta_2} \frac{\cos}{\sin}\left(m v_2^2\right) dv_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}$$

und die Quadratensumme.

$$\left[\int_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1}\cos\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda}+mv_1^2\right)dv_1+\int_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2}\cos\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda}+mv_2^2\right)dv_2\right]^2+$$
$$+\left[\int_{v_1=-\beta_1}^{v_1=b-\beta_1}\sin\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda}+mv_1^2\right)dv_1+\int_{v_2=-\beta_2}^{v_2=b-\beta_2}\sin\left(2\pi\frac{r_2}{\lambda}+mv_2^2\right)dv_2\right]^2$$

geht über in:

$$\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\cos\left(\frac{2\pi r_1}{\lambda}\right)+A_1.\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda}\cos m\beta_1^2+B_1\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda}\sin m\beta_1^2\\ -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda}-A_1\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda}.\sin m\beta_1^2+B_1\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda}\cos m\beta_1^2\\ +\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda}+A_2\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda}\cos m\beta_2^2+B_2\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda}\sin m\beta_2^2\\ -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda}-A_2\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda}\sin m\beta_2^2+B_2\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda}\cos m\beta_2^2\end{array}\right]^2$$

$$+\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda}+A_1\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda}\cos m\beta_1^2+B_1\sin\frac{2\pi r_1}{\lambda}\sin m\beta_1^2\\ +\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda}+A_1\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda}\sin m\beta_1^2-B_1\cos\frac{2\pi r_1}{\lambda}\cos m\beta_1^2\\ +\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda}+A_2\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda}.\cos m\beta_2^2+B_2.\sin\frac{2\pi r_2}{\lambda}\sin m\beta_2^2\\ +\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2m}}\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda}+A_2.\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda}\sin m\beta_2^2-B_2\cos\frac{2\pi r_2}{\lambda}\cos m\beta_2^2\end{array}\right]^2$$

wo Kürze halber

$$A_1=\frac{\beta_1}{4}\left\{I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right\}\qquad B_1=\frac{\beta_1}{4}\left\{I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}-E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right\}$$
$$A_2=\frac{\beta_2}{4}\left\{I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}+E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right\}\qquad B_2=\frac{\beta_2}{4}\left\{I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}-E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right\}$$

gesetzt worden ist. Der Umstand, dass die Summe

$\frac{2\pi r_1}{\lambda} + m\beta_1^2$ gleich der Summe $\frac{2\pi r_2}{\lambda} + m\beta_2^2$ ist, sobald die Grössen $\left(\frac{x}{z}\right)^2$ und $\left(\frac{y}{z}\right)^2$ verschwindend klein gegen die Einheit sind (was in allen Fresnel'schen Interferenzapparaten immer realisirt sein wird, da x und y nur die Längen null bis einige mm. besitzen, z dagegen mehrere m. lang ist), vereinfacht diese Ausdrücke ganz erheblich. Nach mancherlei Umgestaltungen lässt sich die Summe der beiden zuletzt angeschriebenen Quadrate in folgende Form bringen:

$$\frac{\pi}{m}\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + 2\sqrt{\frac{\pi}{m}}(A_1 + A_2)\cos\frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\sin\left[m\beta_1^2 - \frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + \frac{\pi}{4}\right]$$
$$- 2\sqrt{\frac{\pi}{m}}(B_1 + B_2)\cos\frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\cos\left[m\beta_1^2 - \frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + \frac{\pi}{4}\right] +$$
$$+ (A_1 + A_2)^2 + (B_1 + B_2)^2$$

oder, da nach einer soeben gemachten Bemerkung $\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = m\beta_1^2 - m\beta_2^2$ ist,

$$\frac{\pi}{m}\cos^2\left(\frac{m\beta_1^3 - m\beta_2^2}{2}\right) + 2\sqrt{\frac{\pi}{m}}(A_1 + A_2)\cos\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right)\sin\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$
$$- 2\sqrt{\frac{\pi}{m}}(B_1 + B_2)\cos\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right) +$$
$$+ (A_1 + A_2)^2 + (B_1 + B_2)^2$$

Nach der Einführung der oben angegebenen Werthe für A_1, A_2, B_1 und B_2 verwandelt sich diese Form in die folgende:

$$\frac{\pi}{m}\cos^2\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right) + 2\sqrt{\frac{2\pi}{m}}\left(\frac{\beta_1}{4} I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + \frac{\beta_2}{4} I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right)\sin\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2}\right)$$

$$+2\sqrt{\frac{2\pi}{m}}\left(\frac{\beta_1}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2+m\beta_2^2}{2}\right)$$

$$+2\left(\frac{\beta_1}{4}I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)^2+2\left(\frac{\beta_1}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)^2$$

Dieses ist aber die Summe zweier Quadrate:

$$\left[\sqrt{\frac{\pi}{m}}\cos\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right)\sin\left(\frac{m\beta_1^2+m\beta_2^2}{2}\right)+\sqrt{2}\left(\frac{\beta_1}{4}I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right]^2$$

$$+\left[\sqrt{\frac{\pi}{m}}\cos\left(\frac{m\beta_1^2-m\beta_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2+m\beta_2^2}{2}\right)+\sqrt{2}\left(\frac{\beta_1}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\frac{\beta_2}{4}E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right]^2$$

Nachdem an dieser Quadratensumme zwei leicht zu übersehende Umformungen vorgenommen worden sind, resultirt als Ausdruck der Lichtintensität im Orte Q der folgende Werth:

$$=H_0\frac{1}{\lambda^2 w^2}\frac{\pi^2}{4\,m^2}X^2\left\{\left[\sin m\beta_1^2+\sin m\beta_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\left(\beta_1 I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\beta_2 I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right]^2 + \left[\cos m\beta_1^2+\cos m\beta_2^2+\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\left(\beta_1 E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}+\beta_2 E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right]^2\right\} \quad \ldots (9)$$

In diesem Ausdrucke kann die Grösse $H_0\left(\frac{\pi}{2\,\lambda\,w\,m}\right)^2$ wegen $m=\frac{\pi}{\lambda}\,\frac{a+w}{a\,.\,w}$ durch den einfachern Werth $H_0\,.\,\frac{1}{4}\,.\left(\frac{a}{a+w}\right)^2$ ersetzt werden.

An diesem Endresultate möge zunächst erläutert werden, in welchem Grade die von Fresnel gegebene Theorie seiner Interferenzapparate fehlerhaft ist. Drücken wir die Functionen $I^{\frac{1}{2}}$ und $E^{\frac{1}{2}}$ durch semiconvergente Reihen aus, so erhalten wir (für positive β_1 und β_2):

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\left(\beta_1\, I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + \beta_2\, I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right) = \sin m\beta_1^2 + \sin m\beta_2^2 +$$

$$+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\, m\beta_1^2}} - \frac{1.3}{\sqrt{2\, m\beta_1^2}^{\,5}} + \dots\right) - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\, m\beta_1^2}^{\,3}} - \frac{1.3.5}{\sqrt{2\, m\beta_1^2}^{\,7}} + \dots\right)$$

$$+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\, m\beta_2^2}} - \frac{1.3}{\sqrt{2\, m\beta_2^2}^{\,5}} + \dots\right) - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\, m\beta_2^2}^{\,3}} - \frac{1.3.5}{\sqrt{2\, m\beta_2^2}^{\,7}} + \dots\right)$$

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}}\left(\beta_1\, E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + \beta_2\, E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right) = \cos m\beta_1^2 + \cos m\beta_2^2 -$$

$$-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\, m\beta_1^2}} - \frac{1.3}{\sqrt{2\, m\beta_1^2}^{\,5}} + \dots\right) - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\, m\beta_1^2}^{\,3}} - \frac{1.3.5}{\sqrt{2\, m\beta_1^2}^{\,7}} + \dots\right)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\, m\beta_2^2}} - \frac{1.3}{\sqrt{2\, m\beta_2^2}^{\,5}} + \dots\right) - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\, m\beta_2^2}^{\,3}} - \frac{1.3.5}{\sqrt{2\, m\beta_2^2}^{\,7}} + \dots\right)$$

Gesetzt es wäre sowohl $m\beta_1^2$ als auch $m\beta_2^2$ so gross, dass schon die Werthe $\frac{1}{\sqrt{2\pi m \beta_1^2}}$ und $\frac{1}{\sqrt{2\pi m \beta_2^2}}$ verschwindend klein ausfallen, so würde sich der Ausdruck der Lichtintensität in den einfacheren Werth verwandeln:

$$H = H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 . X^2 . 4 \cos^2\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right)$$

$$= H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 . X^2 . 4 \cos^2\left\{\frac{\pi(a+w)}{2\lambda . a . w}\left(\left[\frac{a\delta + wy}{a+w}\right)^2 - \left(\frac{a\delta - wy}{a+w}\right)^2\right]\right\}$$

$$= H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 . X^2 . 4 \cos^2\left(\frac{2\pi\delta y}{\lambda(a+w)}\right)$$

Dieser Ausdruck ist aber, von dem für die Interferenzerscheinung unwesentlichen Factor $\left(\frac{a}{a+w} . X\right)^2$ abgesehen, identisch mit dem von Fresnel gegebenen. Die von Fresnel entwickelte Theorie würde also nur dann mit den von ihm aufgestellten Grundsätzen der Diffractionstheorie, d. h. mit dem Huyghens'schen Princip harmoniren, wenn die Grössen

$\frac{1}{\sqrt{2\pi m \beta_1^2}}$ und $\frac{1}{\sqrt{2\pi m \beta_2^2}}$ verschwindend klein wären. Diese Grössen haben aber in allen Fällen ganz erhebliche Werthe. Lassen wir z. B. den Ort Q mitten in dem Interferenzfelde liegen, also $y = o$ sein, so wird $\beta_1 = \beta_2$ und die Grösse $\frac{1}{\sqrt{2\pi m \beta}}$ wird gleich $\frac{\sqrt{\frac{\lambda}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{\pi \frac{\delta}{a}}$ oder gleich $\frac{\sqrt{\frac{\lambda}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{\pi \, tg\, i}$, wenn der Winkel $L_1\, O\, L_2$ mit $< i$ bezeichnet wird; nehmen wir $a = w = 1000^{mm}$, $\lambda = 0.00064$, $< i = 20'$ (Verhältnisse wie sie wohl meistens bei Fresnel-schen Interferenzapparaten vorkommen werden), so erhält $\frac{\sqrt{\frac{\lambda}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{\pi \, tg\, i}$ den Werth $\frac{1}{12}$. Durch Vergrösserung von a und w lässt sich die Grösse dieses Werthes nur sehr unerheblich herabdrücken; sollte derselbe durch Vergrösserung von a und w z. B. bei demselben i auf 0.01 herabgesetzt werden, so wäre $a = w = 70$ Meter zu nehmen. Viel leichter liesse sich dieser Zweck durch Vergrösserung des Winkels i erreichen; nur würde man mit der Vergrösserung dieses Winkels nicht über eine gewisse Grenze hinausgehen dürfen, wenn die Interferenzfransen in mässiger Entfernung vom Interferenzapparate noch eine genügende Breite behalten sollen.

Wären nun aber auch in dieser Weise für die Orte in unmittelbarer Nähe der xz-Ebene die Grössen $\frac{1}{\pi \beta_1 \sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}$ und $\frac{1}{\pi \beta_2 \sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}$ so weit verkleinert worden, dass für diese Orte die Functionen

$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}$ und $\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}$ gleich den Grössen $\sin(m\beta^2)$ und $\cos(m\beta^2)$ gesetzt werden dürften, so wäre dieses doch nicht mehr gestattet für Orte, die erheblich seitwärts von der xz-Ebene liegen, wie die Zusammenhänge

$$\beta_1 = \frac{\delta w + ya}{w + a} \quad \text{und} \quad \beta_2 = \frac{\delta w - ya}{w + a}$$

sofort erkennen lassen.

Der erlangte allgemeine Ausdruck für die in Q auftretende Lichtintensität lässt ohne Weiteres erkennen, dass für die Orte, für welche y erheblich $> \pm \frac{w}{a}\delta$ ist, d. h. für Orte, die ausserhalb des keilförmigen Raumes liegen, der durch die Ebenen $L_1 AC$ u. $L_2 AC$ aus dem allgemeinen Raume ausgeschnitten wird, die Lichtstärke H einen c o n s t a n t e n Werth besitzt. Ist nämlich y bedeutend grösser als $+\frac{w}{a}\delta$, so wird $\beta_1 = \frac{ya + \delta w}{a + w}$ so gross, dass $\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_1 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} = \sin m\beta_1^2$ und $\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_1 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} =$ $= \cos m\beta_1^2$ gesetzt werden darf; der Werth $\beta_2 = \frac{-ya + \delta w}{a + w}$ nimmt dagegen einen erheblichen negativen Werth an, so dass $\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_2 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}$ angenähert gleich $-\sin m\beta_2^2$ und $\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_2 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}$ angenähert gleich $-\cos m\beta_2^2$ ist. Der hieraus resultirende Werth der Lichtstärke ist $H = H_0 \left(\frac{a}{a + w}\right)^2 X^2$. Aus der Form des allgemeinen Ausdruckes (9) der Lichtintensität kann also sofort ersehen werden, dass die Lichtintensität der Hauptsache nach

nur innerhalb der räumlichen Grenzen $y = +\frac{w}{a}\delta$ und $y = -\frac{w}{a}\delta$ eine oscillirende sein kann. Schon aus dem Umstande, dass dieses Factum in Fresnel's Helligkeitsausdruck nicht enthalten ist, kann a priori geschlossen werden, dass die von Fresnel zur Herleitung dieses Ausdruckes angestellten Betrachtungen falsch sein müssen.

Bei der Ableitung des allgemeinen Intensitätsausdruckes (9) sind wir von der Voraussetzung ausgegangen, dass eine punctförmige Lichtquelle L das Doppelprisma oder den Doppelspiegel beleuchtet. Das erlangte Resultat kann jetzt dazu benutzt werden, den allgemeinen Helligkeitsausdruck für den Fall herzuleiten, dass eine durch L gehende und zur Kante AC parallel stehende Lichtlinie das Doppelprisma bestrahlt. Zu diesem Zweck ist der allgemeine Ausdruck (9) einer Integration bezüglich der Richtung der x innerhalb gewisser Grenzen zu unterziehen. Der durch diese Operation hervorgehende Ausdruck der Helligkeit hat dieselbe Form wie der obige; an die Stelle der Function X^2 tritt nur eine andere, etwa X_1^2.

4.

Nachdem der allgemeine Ausdruck der Lichtintensität

$$= H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 \frac{1}{4} \cdot X_1^2 \left\{\left[\sin m\beta_1^2 + \sin m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}}\left(\beta_1 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + \beta_2 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right]^2 + \left[\cos m\beta_1^2 + \cos m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}}\left(\beta_1 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + \beta_2 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right]^2\right\}$$

gefunden worden ist, soll jetzt die Vertheilung der Lichtintensität über die verschiedenen y etwas genauer betrachtet werden. Zu diesem Zwecke sind zunächst der

erste und der zweite Differentialquotient von H nach y zu bilden. Diese Differentialquotienten lassen sich unter Anwendung der folgenden Formeln leicht angeben:
es ist zunächst

$$\frac{d}{dy}(\sin m\beta_1^2) = +2\, m\beta_1 \frac{a}{a+w} \cos(m\beta_1^2)$$

$$\frac{d}{dy}(\sin m\beta_2^2) = -2\, m\beta_2 .\frac{a}{a+w} \cos(m\beta_2^2)$$

$$\frac{d}{dy}(\cos m\beta_1^3) = -2\, m\beta_1 \frac{a}{a+w} . \sin(m\beta_1^2)$$

$$\frac{d}{dy}(\cos m\beta_2^2) = +2\, m\beta_2 \frac{\alpha}{\alpha+w} . \sin(m\beta_2^2);$$

ferner ist:

$$\frac{d}{dy}\left(\beta_1 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + \beta_2 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right) =$$

$$= \frac{a}{a+w}\left(I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + 2\, m\beta_1^2 . \frac{d\, I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}}{d\beta_1} - I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)} - 2\, m\beta_2^2 \frac{d\, I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}}{d\beta_2}\right)$$

Durch Anwendung der im Abschnitte (2) gegebenen Relation

$$I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)} + 2\, m\beta^2 \frac{d\, I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}}{d\beta} = 2 + 2\, m\beta^2 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}$$

verwandelt sich die rechte Seite der letzten Gleichung in den einfacheren Werth:

$$\frac{a}{a+w}\left(2\, m\beta_1^2 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} - 2\, m\beta_2^2 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)$$

Unter Benutzung der ebenfalls früher im Abschnitte (2) gegebenen Beziehung:

$$E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)} + 2\, m\beta^2 . \frac{d E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}}{d\beta} = 2 - 2\, m\beta^2\, I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}$$

lässt sich die der letztgefundenen analoge Relation gewinnen:

$$\frac{d}{dy}\left(\beta_1 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + \beta_2 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right) = \frac{a}{a+w}\left(-2\,m\beta_1^2\, I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} + 2\,m\beta_2^2\, I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)$$

Mit Benutzung dieser Formeln findet man als Endresultat:

$$\frac{dH}{dy} = H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^3 . m\,(\beta_1+\beta_2) . X_1^2$$

$$\left\{\left(\cos m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_1 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\sin m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_2 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right.$$

$$\left. - \left(\sin m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_1 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\cos m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_2 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right\}$$

Hieraus lässt sich in ganz analoger Weise folgender Ausdruck für $\frac{d^2 H}{dy^2}$ gewinnen:

$$\frac{d^2 H}{dy^2} = -H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^4 . 2\,m^2\,(\beta_1+\beta_2)^2 . X_1^2$$

$$\left\{\left(\sin m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_1 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\sin m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_2 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right.$$

$$\left. + \left(\cos m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_1 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\cos m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_2 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)\right\}$$

Die Lage der Maxima und Minima der Lichtintensität längs der Richtung der y ist also durch die Gleichung bestimmt:

$$(10) \ldots\ldots \left(\cos m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_1 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\sin m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_2 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right) =$$

$$\left(\sin m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_1 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\cos m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_2 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)$$

Da der zweite Differentialquotient für die durch diese Gleichung bedingten Werthe von y die Form

$$\frac{d^2H}{dy^2} = -H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^4 . 2m^2 . (\beta_1+\beta_2)^2 . X_1^2 \left\{\left(\sin m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_1 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)^2 + \right.$$

$$+ \left(\cos m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_1 . E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)^2 \left\} \frac{\sin m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_2 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}}{\sin m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_1 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}}\right.$$

annimmt, so entspricht dem durch die Gleichung (10) bestimmten y ein $\begin{cases}\text{Maximum}\\ \text{Minimum}\end{cases}$ der Lichtintensität, wenn die Grössen $\left(\sin m\,\beta_2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_2 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)$ und $\left(\sin m\,\beta_1^2 + \right.$ $\left. + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} . \beta_1 . I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)$ für dieses y $\begin{cases}\text{gleiche}\\ \text{ungleiche}\end{cases}$ Vorzeichen haben.

5.

Die nähere Bestimmung der Lage der Maxima und Minima der Lichtintensität aus der allgemeinen Gleichung (10) ist, sobald diese Bestimmung ganz allgemein durchgeführt werden soll, eine äusserst mühsame Aufgabe. Auf diese allgemeine Bestimmung will ich nicht eingehen; ich will mich begnügen, die Lage der Minima und Maxima in der Nähe der verticalen Hauptebene, also für Orte mit verhältnissmässig kleinen y, möglichst genau zu bestimmen, weil dieser specielle Fall der Rechnung keine Schwierigkeiten bietet und dieser Fall zugleich von eminenter practischer Wichtigkeit ist, da wohl in fast allen Fällen, in denen Fresnel'sche Interferenzfransen zur Verwendung kommen, nur die *mittleren* Fransen benutzt werden.

Zur Bestimmung der Lage der Maxima und Minima

für kleine y drücken wir zunächst in der allgemeinen Bedingungsgleichung

$$\left(\cos m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_1 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\sin m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_2 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right)$$

$$-\left(\sin m\beta_1^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_1 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)}\right)\left(\cos m\beta_2^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_2 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)}\right) = 0$$

die Transcendenten $I^{\frac{1}{2}}$ und $E^{\frac{1}{2}}$ durch ihre semiconvergenten Reihen aus:

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_1 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} = \sin m\beta_1^2 + i_1 - e_1 \qquad \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_1 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_1^2)} = \cos m\beta_1^2 - i_1 - e_1$$

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_2 \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)} = \sin m\beta_2^2 + i_2 - e_2 \qquad \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta_2 \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta_2^2)} = \cos m\beta_2^2 - i_2 - e_2$$

wo der Kürze halber

$$i_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\,m\beta_1^2}} - \frac{1.3}{\sqrt{2\,m\beta_1^2}^{\,5}} + \frac{1.3.5.7}{\sqrt{2\,m\beta_1^2}^{\,9}} - \cdots\right)$$

$$i_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\,m\beta_2^2}} - \frac{1.3}{\sqrt{2\,m\beta_2^2}^{\,5}} + \frac{1.3.5.7}{\sqrt{2\,m\beta_2^2}^{\,9}} - \cdots\right)$$

$$e_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\,m\beta_1^2}^{\,3}} - \frac{1.3.5}{\sqrt{2\,m\beta_1^2}^{\,7}} + \cdots\right)$$

$$e_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{2\,m\beta_2^2}^{\,3}} - \frac{1.3.5}{\sqrt{2\,m\beta_2^2}^{\,7}} + \cdots\right)$$

gesetzt ist und führen sodann die Multiplication aus. Das Resultat kann in die Form gebracht werden:

$$- 8 \sin\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right) \cos\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right)$$

$$+ 2\sqrt{2}\,(i_2 - i_1) \cos\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right) \sin\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$+ 2\sqrt{2}\,(i_1 + i_2) \sin\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right) \cos\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$- 2\sqrt{2}\,(e_2 - e_1) \cos\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right) \cos\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$+ 2\sqrt{2}\,(e_1 + e_2) \sin\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right) \sin\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$- 2\, i_2 e_1 + 2\, e_2 i_1 = 0$$

Zur weiteren Behandlung führen wir jetzt die beschränkende Annahme ein: a, w und δ seien so beschaffen und y so klein, dass die Grössen

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\, m\beta_1^2}^{\,3}}, \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi\, m\beta_2^2}^{\,3}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi\, m\beta_2^2}^{\,2}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi\, m\beta_1^2}^{\,2}}$$

und mithin auch die Werthe e_1, e_2 und $\left(i_2^2 - i_1^2\right)$ als verschwindend klein ausser Betracht gelassen werden dürfen. [Ist $a = w = 1000^{\text{mm}}$, $\delta = 3^{\text{mm}}$, $y = 0^{\text{mm}}.5$, $\lambda = 0^{\text{mm}}.00064$, so ist $\frac{1}{\sqrt{2\pi m\beta_1^2}^{\,3}} = 0.0003$, $\frac{1}{\sqrt{2\pi m\beta_1^2}^{\,3}} = 0.001$ und $\frac{1}{\sqrt{2\pi m\beta_2^2}^{\,2}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi m\beta_1^2}^{\,2}} = 0.0048$]. Dann kann die letzte Gleichung in die folgende Form gebracht werden:

$$\left[\cos\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right) - \frac{1}{4\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{m\beta_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{m\beta_2^2}}\right) \cos\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$\left[\sin\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right) - \frac{1}{4\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\sqrt{m\beta_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{m\beta_1^2}}\right) \cos\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right] = 0$$

Die Lagen der Maxima und Minima sind also durch die beiden Gleichungen bestimmt:

$$\cos\frac{2\pi\,\delta\,y}{\lambda(a+w)}-\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}\cdot\frac{\delta.w.(a+w)}{\delta^2w^2-y^2a^2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{\delta^2w^2+y^2a^2}{a.w(a+w)}+\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$\sin\frac{2\pi\,\delta\,y}{\lambda(a+w)}-\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}\cdot\frac{y\,a\,(a+w)}{\delta^2w^2-y^2a^2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{\delta^2w^2+y^2a^2}{a.w(a+w)}+\frac{\pi}{4}\right)=0$$

Für Orte, die in so grosser Nähe der vertikalen Mittelebene ($y = o$) liegen, dass $\left(\frac{y}{\delta}\,\frac{a}{w}\right)^2$ verschwindend klein gegenüber der Einheit ist, nehmen diese Gleichungen die einfachere Form an:

$$\cos\frac{2\pi\,\delta\,y}{\lambda(a+w)}-\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\pi\,tg\,\omega}\;\cos\left(\frac{\pi\,tg^2\,\omega}{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}+\frac{\pi}{4}\right)=0\;\ldots\ldots\;(11)$$

$$\sin\frac{2\pi\,\delta\,y}{\lambda(a+w)}-\frac{y\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\pi\,.\,w\,.\,tg^2\,\omega}\,\sin\left(\frac{\pi\,.\,tg^2\,\omega}{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}+\frac{\pi}{4}\right)=0\;\ldots\ldots\;(12)$$

wo 2ω den Winkel bezeichnet, unter welchem die beiden Lichtquellen von der gemeinschaftlichen Kante AC aus gesehen werden.

Eine Vergleichung dieser beiden Bedingungsgleichungen mit dem oben gegebenen Werth des zweiten Differentialquotienten der Helligkeit nach der Richtung der y lässt erkennen, dass die erste der beiden Gleichungen die Lage der Helligkeitsminima, die letzte der beiden Gleichungen die Lage der Helligkeitsmaxima bestimmt.

Die auf einander folgenden Helligkeitsminima haben

also ungleiche Abstände; die Interferenzfransen sind mithin ungleich breit. Die Interferenzfransen müssen so lange ungleiche Breite haben, als die Grösse $\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\pi \,.\, tg\,\omega}$ einen noch erheblichen Werth besitzt. In den bis jetzt angewandten Fresnel'schen Interferenzapparaten, bei denen zur Erzielung möglichst breiter Fransen ω sehr klein gewählt wurde und deren Construction nur kleine Entfernungen a und w gestattete, ist der Werth dieser Grösse noch recht beträchtlich, z. B. gleich 0.064 für $a = w = 1000^{mm}$ und für $2\omega = 20'$. In solchen Interferenzapparaten muss die Ungleichheit der Fransenbreiten scharf ausgeprägt hervortreten.

Nähere Aufschlüsse über die Ungleichheit der Fransenbreiten ergiebt eine eingehende Betrachtung der Gleichung (11). Ist $\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{tg^2\,\omega}{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)} + \frac{\pi}{4} = \frac{2n+1}{2} \cdot \pi$, dann haben die Fransen in der Nähe der Mittelebene ($y = o$) genau gleiche Breite und zwar diejenige Breite, die sie nach der Fresnel'schen Theorie überall haben müssten; es mag diese Fransenbreite als ideale Fransenbreite bezeichnet werden. Ist $\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\,\frac{tg^2\,\omega}{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}+\frac{\pi}{4}\right) = \begin{cases}\text{positiv,}\\ \text{negativ,}\end{cases}$ so ist die Breite der mittelsten Franse um eine gewisse Grösse $\begin{cases}\text{kleiner,}\\ \text{grösser,}\end{cases}$ als die ideale Breite; ihre Nachbarfransen haben eine um eben soviel $\begin{cases}\text{grössere}\\ \text{kleinere}\end{cases}$ Breite als die ideale Fransenbreite, so dass das arithmetische Mittel dieser beiden Fransenbreiten gleich der idealen Fransen-

breite ist. An diese $\begin{cases}\text{breiteren}\\ \text{schmäleren}\end{cases}$ Nachbarfransen reihen sich in der Richtung von der Mittelebene fort $\begin{cases}\text{schmälere}\\ \text{breitere}\end{cases}$ Fransen an, u. s. w. Für grössere y lässt sich das Gesetz der Variation der Fransenbreite in keine einfache Form bringen.

Von den Abständen der auf einander folgenden Helligkeitsmaxima gelten laut Gleichung (12) ganz analoge Sätze. Es sind aber die Ungleichheiten in den Abständen der auf einander folgenden Helligkeitsmaxima viel kleiner als die Ungleichheiten in den Abständen der auf einander folgenden Helligkeitsminima, da der Quotient der ersten Factoren der zweiten Glieder der Gleichungen (11) und (12) gleich $\frac{y}{\delta} \cdot \frac{a}{w}$ ist. In die vertikale Mittelebene ($y = o$) fällt immer ein Helligkeitsmaximum.

Nachdem die Lage der Maxima und Minima der Helligkeit für die Orte in der Nähe der vertikalen Mittelebene bestimmt worden ist, sollen jetzt die Werthe der in ihnen auftretenden Helligkeiten ermittelt werden. Zu diesem Zwecke ersetzen wir in dem allgemeinen Ausdrucke (9) der Lichtintensität die Transcendenten I und E durch ihre semiconvergenten Reihen

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)} = \sin m\beta^2 + i - e$$

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)} = \cos m\beta^2 - i - e$$

und führen die Quadrirung der beiden Glieder aus. Wir erhalten nach mehreren Umgestaltungen:

$$H = 4\,H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2 \cdot$$

$$\Bigg\{\cos^2\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\left(i_1 + i_2\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$- \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e_1 + e_2\right)\cos\left(\frac{m\beta_1^2 - m\beta_2^2}{2}\right)\sin\left(\frac{m\beta_1^2 + m\beta_2^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right) +$$

$$+ \frac{1}{8}\left(i_1 + i_2\right)^2 + \frac{1}{8}\left(e_1 + e_2\right)^2\Bigg\}$$

Durch die Annahme, dass e_1 und e_2 verschwindend klein sind, dass sich mithin die Functionen i_1 und i_2 auf die ersten Glieder $\frac{1}{\sqrt{2\pi m\beta_1^2}}$ und $\frac{1}{\sqrt{2\pi m\beta_2^2}}$ ihrer Reihen reduciren, eine Annahme, die wir oben zur Bestimmung der Lage der Maxima und Minima der Helligkeit getroffen haben, gewinnen wir hieraus den einfacheren Werth:

$$H = 4\,H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 . X_1^2 \Bigg\{\cos^2 \frac{2\pi\,\delta\,y}{\lambda\,(a+w)} -$$

$$- \frac{1}{2\pi . \sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{w}\right)}} \frac{2\delta\,w\,(a+w)}{\delta^2 w^2 - y^2 a^2} \cdot \cos \frac{2\pi\,\delta\,y}{\lambda\,(a+w)} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\delta^2 w^2 + a^2 y^2}{a . w\,(a+w)} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$+ \frac{1}{16\pi} \frac{1}{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{w}\right)} \left(\frac{2\delta\,w\,(a+w)}{\delta^2 w^2 - y^2 a^2}\right)^2\Bigg\}$$

Da die Lage der Helligkeitsminima durch die Gleichung bestimmt ist:

$$\cos \frac{2\pi\,\delta\,y}{\lambda\,(a+w)} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{w}\right)}} \frac{\delta\,w\,(a+w)}{\delta^2 w^2 - y^2 a^2} \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{a . w\,(a+w)} + \frac{\pi}{4}\right)$$

nimmt die Helligkeit in den Minimis folgenden Werth an:

$$H_{\min} = 4H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 \cdot X_1^2 \,.$$

$$\left(\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\pi} \cdot \frac{tg\,\omega}{tg^2\omega - \left(\frac{y}{w}\right)^2}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\,\frac{tg^2\omega + \left(\frac{y}{w}\right)^2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{w}} + \frac{\pi}{4}\right)$$

Die minimale Helligkeit in der Nähe der Mittelebene ist also wesentlich abhängig von a, w und ω. Sie wird nur dann gleich Null, wenn der Bogen $\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{tg^2\omega + \left(\frac{y}{w}\right)^2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{w}} + \frac{\pi}{4} = \pi . n$ ist; für dasselbe a, w und ω nimmt sie mit wachsendem y zu. Da die wesentlich bestimmende Grösse in dem Ausdrucke der minimalen Helligkeit das Quadrat desjenigen Werthes ist, der die kleinen Ungleichheiten der Fransenbreiten bedingt, so wird die minimale Helligkeit in der Nähe der Mittelebene stets so klein bleiben, dass sie der Beobachtung nahezu als Helligkeit Null erscheinen wird.

Die Lichtstärke, welche in den durch die Gleichung (12) bestimmten Maximis auftritt, hat den Werth:

$$H_{\max} = 4\,H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2 \,.$$

$$\left\{1 - 2\left(\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\,\pi} \cdot \frac{tg\,\omega}{tg^2\omega - \left(\frac{y}{w}\right)^2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{tg^2\omega + \left(\frac{y}{w}\right)^2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{w}} + \frac{\pi}{4}\right)\right.$$

$$\left. + \left(\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\,\pi} \cdot \frac{tg\,\omega}{tg^2\omega - \left(\frac{y}{w}\right)^2}\right)^2\right\}$$

Auch dieses Resultat macht recht evident, wie weit sich Fresnel's Theorie von dem wahren Sachverhalt entfernt. Nach Fresnel's Theorie ist die maximale Helligkeit constant und zwar gleich demjenigen Werthe, der sich aus dem eben gefundenen Ausdrucke ergiebt, wenn an die Stelle des letzten, oscillirenden Factors die Einheit gesetzt wird. In Wahrheit ist diese maximale Helligkeit ganz bedeutenden Schwankungen unterworfen. Für die Orte in unmittelbarer Nähe der vertikalen Mittelebene oscillirt sie zwischen dem kleinsten Werthe

$$4\,H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2\left(1-\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\,\pi}\,\frac{tg\,\omega}{tg^2\,\omega-\left(\frac{y}{w}\right)^2}\right)^2$$

und dem grössten Werthe

$$4\,H_0\left(\frac{a}{a+w}\right)^2 X_1^2\left(1+\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{2\,\pi}\cdot\frac{tg\,\omega}{tg^2\,\omega-\left(\frac{y}{w}\right)^2}\right)^2$$

auf und ab. Die Grösse dieser Schwankung der maximalen Helligkeit im Verhältniss zum Mittelwerthe der maximalen Helligkeit ist angenähert gleich $\frac{2}{\pi}\,\frac{\sqrt{\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{w}\right)}}{tg\,\omega}$; für $a = w = 1000^{\text{mm}}$ und $z\,\omega = 20'$ schwankt demnach der Betrag der maximalen Helligkeit um circa 25% seines Mittelwerthes.

Für die Lage der Maxima und Minima der Lichtintensität und für die Werthe dieser Maxima und Minima ist vor Allem die Grösse des Bogens $\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{\delta^2\,w^2+y^2\,a^2}{a\,.\,w(a+w)}+\frac{\pi}{4}$ maassgebend. Es lässt sich zeigen, dass die Länge $\frac{\delta^2\,w^2+y^2\,a^2}{a\,w\,(a+w)}$

eine einfache Bedeutung besitzt. Eine durch den Ort Q parallel zur yz Ebene gelegte Ebene schneidet die virtuellen linienförmigen Lichtquellen resp. deren Verlängerungen und die Kante AC des Interferenzapparates. Die drei Schnittpuncte sollen der Reihe nach R_1, R_2 und O heissen. Es ist

$$R_1O = a + \frac{\delta^2}{2a} \qquad OQ = w + \frac{y^2}{2w} \qquad R_1Q = a + w + \frac{(\delta - y)^2}{2(a+w)}$$

$$R_2O = a + \frac{\delta^2}{2a} \qquad\qquad R_2Q = a + w + \frac{(\delta + y)^2}{2(a+w)}$$

Daraus folgt:

$$R_1O + OQ - R_1Q = \varDelta_1 = \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{2\,a\,.\,w\,(a+w)} + \frac{\delta y}{a+w}$$

und

$$R_2O + OQ - R_2Q = \varDelta_2 = \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{2\,a\,.\,w\,(a+w)} - \frac{\delta y}{a+w}$$

und

$$\varDelta_1 + \varDelta_2 = \frac{\delta^2 w^2 + y^2 a^2}{a\,.\,w\,(a+w)}$$

Der oben genannte Bogen lässt sich also schreiben:

$$\pi\,\frac{(\varDelta_1 + \varDelta_2)}{\lambda} + \frac{\pi}{4}\,.$$

6.

Zum Schluss sollen noch einige Betrachtungen über die Lichtvertheilung in der vertikalen Mittelebene ($y = o$) angestellt werden. In dem Falle, dass $y = o$ ist, wird $\beta_1 = \beta_2 = \frac{\delta\, w}{a + w} = \beta$ und dadurch reducirt sich der allgemeine Ausdruck der Lichtintensität auf:

$$H = H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 \cdot X_1^2 \cdot$$

$$\left\{\left(\sin m\beta^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}\right)^2 + \left(\cos m\beta^2 + \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)}\right)^2\right\}$$

Durch Einführung der Werthe:

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot I^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)} = \sin m\beta^2 + i - e$$

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi}} \cdot \beta \cdot E^{\frac{1}{2}}_{(m\beta^2)} = \cos m\beta^2 - i - e$$

und durch einige Umformungen lässt sich diese Form in die folgende überführen:

$$H = 4\, H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 \cdot X_1^2 \cdot$$

$$\left\{\left[\cos\left(m\beta^2 + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\, i\right]^2 + \left[\sin\left(m\beta^2 + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\, e\right]^2\right\}$$

In dieser einfachen Formel sind alle die mannigfaltigen Thatsachen ausgedrückt, welche die Beobachtungen an der Mitte der centralen Franse constatiren können. Die Beobachtungen zeigen, dass die Helligkeit der Mitte der centralen Franse bei Anwendung von homogenem Licht ganz beträchtlichen Oscillationen längs der Richtung der w unterworfen ist, deren Amplitude mit wachsendem w langsam abnimmt; dieses steht in genauester Uebereinstimmung mit dem vorstehendem Helligkeitsausdruck. Ferner ist, wie bereits in der Einleitung hervorgehoben worden ist, die Mitte der centralen Franse bei Anwendung von weissem Licht niemals weiss, sondern immer gefärbt und zwar leuchtet diese Mitte in den verschiedenen Entfernungen w

mit ganz verschiedenen Farben. Auch diese Thatsache ist qualitativ in dem vorstehenden Intensitätsausdruck enthalten, denn der Werth von H erscheint als Function der Grössen a, w, δ und der Wellenlänge λ. Dass nun aber auch die bestimmte Farbenfolge in der Mitte der centralen Franse längs der Richtung der w, die in den einleitenden Worten dieser Abhandlung angegeben wurde, in dem gefundenen Werthe von H eingeschlossen ist, lässt sich durch folgende Bemerkung einsehen.

Hätten wir in den drei ersten Abschnitten nicht die Lichtintensität gesucht, welche durch das Zusammenwirken der beiden von den rechteckig begrenzten sphärischen Wellenflächen $ACE_1\,F_1$ und $ACE_2\,F_2$ ausgehenden Wellensystemen in einem auf der vertikalen Mittelebene ($y = o$) gelegenen Orte Q erzeugt wird, hätten wir uns vielmehr die einfachere Aufgabe gestellt, die Lichtstärke H für denselben Ort Q zu bestimmen, wenn derselbe nur von dem einen der beiden Wellensysteme bestrahlt wird, so wären wir zu dem Resultat gelangt:

$$H = H_0 \left(\frac{a}{a+w}\right)^2 . X_1^2 \left\{ \left[\cos\left(m\beta^2 + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\, i \right]^2 + \right.$$

$$\left. + \left[\sin\left(m\beta^2 + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\, e \right]^2 \right\}$$

Die Lichtstärke, welche auf einem in der vertikalen Mittelebene gelegenen Orte Q durch die Interferenz der beiden Wellensysteme erzeugt wird, ist also gleich dem vierfachen Werthe derjenigen Lichtstärke, die in demselben Orte durch die alleinige Thätigkeit des einen Wellensystems hervorgebracht wird. Die resultirende Färbung der Mitte der centralen Interferenzfranse in irgend einer Entfernung w von dem Interferenzapparat ist mithin ge-

nau dieselbe wie die Färbung, die derselbe Ort zeigt, wenn das eine Wellensystem abgeblendet und nur das andere in Wirksamkeit gelassen wird. Dieses theoretische Resultat steht mit den Thatsachen in vollkommenem Einklang.

Auch Billet's Theorie der von ihm eingeführten «Billet'schen Interferenzerscheinungen» enthält den oben besprochenen Fehler der Fresnel'schen Theorie. Auch Billet's Interferenzerscheinungen stehen unter dem Einflusse der Diffraction und sind in ganz analoger Weise theoretisch zu behandeln wie die Fresnel'schen Interferenzerscheinungen. Ich gehe hier nicht näher darauf ein, da die Wiedergabe der Rechnung nichts wesentlich Neues enthalten würde.

In allen Verwendungen, welche die Fresnel'schen und Billet'schen Interferenzfransen in der messenden Physik bisher gefunden haben, ist die fehlerhafte Fresnel'sche Theorie zu Grunde gelegt worden. Es ist zu wünschen, dass die wichtigsten dieser Arbeiten, ich erinnere nur an die scharfsinnig angelegten messenden Versuche über Luftschwingungen von Töpler und Boltzmann, einer Revision unterworfen werden.

Das Londinian am Sentis.

Von

Professor Karl Mayer.

Auf Seite 10 meiner 1876 erschienenen Arbeit über die Tertiärfauna der Umgegend von Einsiedeln steht der Satz: «Aussicht auf Entdeckung von londinischen Conchylienlagern auf der Nordseite der Alpen ist jedenfalls keine oder wenig mehr vorhanden.» Heute nun komme ich zu melden, dass, keine zwei Jahre nachdem ich diesen Ausspruch gethan, sich mir doch noch eine solche Ablagerung und zwar in der altbekannten, bis dahin aber, auf Grund ihrer geoarchitektonischen Lagerung über dem dortigen Parisian für bartonisch gehaltenen Austernschicht des Nordfusses der Fähnern geoffenbart hat. Diese Entdeckung bei uns des Repräsentanten einer wichtigen Tertiär-Abtheilung, welche bis jetzt nicht bloss der Schweiz, sondern überhaupt der ganzen Nordseite der Alpen fehlte, sowie die betreffende Fauna und deren stratigraphischen Verhältnisse sind aber so interessant, dass ich nicht länger zögern zu dürfen glaube, eine ausführliche Mittheilung darüber zu veröffentlichen.

Der so vollständigen und regelmässig abgelagerten Eocän-Serie des anglo-pariser Beckens, mit ihren sieben Stufen (étages) und eilf Unterstufen gegenüber, zeigt sich die entsprechende Tertiärreihe des nordseitigen Alpengebietes merkwürdig verzettelt, so zu sagen, indem hier fast nie mehr als zwei oder drei aufeinander folgende

Stufen übereinander lagern und selbst fast jede Unterstufe ihren eigenen Verbreitungsbezirk besitzt; so das untere Parisian die östlichen Voralpen, bis Neuhaus bei Interlaken; das obere Parisian die westlichen Alpen, vom Titlis an; das untere Bartonian die centralen und westlichen Voralpen, vom Rigi-Rothstock an; während einzig das Ligurian (der Flysch) durch die ganze Länge der Alpen verbreitet ist, und die oberste Eocän-Stufe, das Tongrian, erst in ihrer oberen Abtheilung, unter der Schiefer-Facies und an wenigen Stellen, nämlich im Sernf-Thal, im Schächen-Thal und im Val d'Illiez, vorkömmt. Nachdem es mir indessen in den letzten Jahren gelungen, auf paläontologischem Wege, den einige ganz sichere Ueberlagerungs-Profile unterstützten (nämlich dasjenige von Steinbach bei Einsiedeln, dasjenige von Neuhaus-Niederhorn und die von Renevier aufgenommenen von den Diablerets und von der Dent du Midi), beide Unterstufen des Parisian, sowie das zunächst jüngere Bartonian der Schweizer Alpen festzustellen oder genauer zu begrenzen, zeigte es sich, dass unserer alpinen Eocän-Reihe immer noch die drei untersten Stufen: das Flandrian, das Soissonian und das Londinian fehlten, oder doch dass sie nur, ununterscheidbar, durch die oft mächtigen, untersteocänen Foraminiferen-Schiefer und Mergel der Ostalpen vertreten seien*). Dieses Fehlen bei uns jener im anglo-pariser Becken so verbreiteten Seichtsee-Facies der ältesttertiären Stufen war um so auffallender, als eine davon, das untere Soissonian, mit Sicherheit in dem geologisch mit den eocänen Gebirgen der Ostschweiz übereinstimmenden, aber

---

*) Diese untersttertiären Foraminiferen-Schiefer fehlen, wohl gemerkt, den Westalpen vom Rigi an, so viel ich weiss, vollständig, was eben mit der Verbreitung des Eocäns bei uns ganz übereinstimmt

in Folge zahlreicher Faillen und Ueberkippungen ziemlich verworren construirten Kressenberg bei Traunstein nachgewiesen werden konnte, nämlich durch das Begegnen darin einer Schicht schwarzgrünen, glaukonitischen Sandmergels, mit wenigstens drei der Hauptleitmuscheln des nördlichen Soissonian I, in recht gutem Erhaltungszustande, ich meine die grossen Muscheln Arca (Cucullea) crassatina, Cardita pectuncularis und die ansehnliche Schnecke Turritella bellovaccina. Nach Vollendung, vor drei Jahren, meiner Arbeit über das untere Parisian der Sihlthäler (wozu ich leider die Einleitung nach mitgenommenen Notizen auf der Reise in Italien zu eilig geschrieben und corrigirt), kamen mir, veranlasst durch die Erkenntniss, dass die sog. Gryphea Archiaci, trotz Bellardi's Angaben, im Bartonian von Nizza fehle, neue Bedenken über die der Austernschicht der Fähnern bis dahin zugewiesene Stellung im Bartonian I, und ich entschloss mich, ihre Fauna recht gründlich auszubeuten und einer genauen Revision zu unterwerfen. Zu den vier von Escher Eggerstanden gegenüber oder beim Weissbad gefundenen Arten, gelang es mir richtig, theils aus dem Austernthone selbst, theils und meistens aus den am rechten Abhange des Auer Tobels zerstreuten, concretionirten Blöcken davon, vierundzwanzig weitere Species in circa zweihundert Exemplaren herauszuklopfen und es brachte mir dann ihre im Winter 1877/78 vorgenommene Bestimmung, als schönen Lohn, die Gewissheit, dass wir doch auch das Londinian in der Schweiz hätten.

Wie es nun kam, dass Escher und ich Jahrzehnte lang unsere interessante sog. Ostrea Archiaci-Schicht für viel jünger, als sie in Wirklichkeit ist, halten konnten, wird der geneigte Leser begreiflich finden, wenn er bedenkt,

dass dieselbe in der That stratigraphisch über dem Parisian-Nummulitenkalke der Fähnern folgt, da sie durch diesen von der Kreide getrennt wird, und wenn er erfährt, dass wir drei von den vier damals bekannten Arten unserer Schicht, durch deren Lagerung zu sicher gemacht, für bekannte Species des südlichen Bartonian I, nämlich für Ostrea (Gryphea) Archiaci, Ostrea (Alectryona) Martinsi und Fimbria Escheri, von den Ralligstöcken hielten, welchen Arten jene in der That zunächst stehen. Ueber die Lagerungsverhältnisse am Nord-West-Abhange der Fähnern soll zum Schlusse gesprochen werden. Was aber die drei angezogenen Conchylien-Arten betrifft, so ergab ihre genauere Vergleichung mit typischen Exemplaren, dass, erstens die Fimbria aus der Gruppe der lamellosa sich von der F. Escheri durch gleichseitigere Form und viel weniger, entfernter stehende Lamellen unterscheidet: ich nenne sie F. latilamella; dass zweitens die doppeltgefaltete Auster durch ihre Grösse, ihre längliche und nicht rundliche Form, ihre stärkeren, dachförmigen Rippen etc. von der O. (A.) Martinsi abweicht und ebenfalls neu ist: ich dedicire sie dem Nestor der Schweizer Geologen, Herrn Prof. B. Studer; und dass endlich die so häufige Gryphæen-Auster nicht die wahre Archiaci, welche sicher nur im südlichen Tongrian vorkömmt und Ostrea (Gryphea) Brongniarti heissen muss, ist, sondern eine im alpinen Parisian ausser am Kressenberg (wo sie aber wahrscheinlich in einer besondern, dem Londinian entsprechenden Schicht liegt) seltene, im südlichen Bartonian nicht mehr oder sehr selten vorkommende, dagegen im Londonthon von Heampstead auftretende Art. Da Edwards in seiner Monographie der englischen Eocän-Mollusken diese Art sammt einer zweiten

unter dem barbarischen Namen Ostrea gryphovicina, beschrieben und da der Name O. Archiaci nicht von der O. (Gr.) Brongniarti, für welche er post festum vorgeschlagen worden, abgewendet und neuverwendet werden darf, so nenne ich unsere londinische Leitmuschel O. (Gr.) Escheri.

Nachdem durch diese Berichtigungen ein guter Theil des Wahnes, dass die Austernschicht der Fähnern bartonisch sei, geschwunden, gilt es nun durch die Bestimmung ihrer übrigen Fauna, sowie durch naheliegende Betrachtungen, die ich geopragmatische nennen möchte *), volles Licht über ihre wahre Stellung, das heisst über ihre Zugehörigkeit zum Londinian zu erhalten. Was zuerst die Fauna betrifft, so zählt sie wie gesagt annoch achtundzwanzig Arten. Von diesen nun haben sich eilf als neu erwiesen, wovon fünf sich merkwürdigerweise zunächst an Typen aus der Kreideformation anschliessen, so Pecten (Neithea) Edwardsi, May. an P. (N.) quadricostatus, aus dem Senonian; P. (N.) subaequicostatus an P. (N.) aequicostatus, aus dem Cenomanian; Pecten eocaenicus an P. Espaillači aus dem Senonian und die ganz wenig zweifelhafte Fimbria rediviva an die globulösen Fimbrien der Jura- und Kreide-Formationen, F. corrugata, F. rotundata etc. Die anderen neuen Arten gehören gewöhnlichen, tertiären oder eocänen Typen an, und sind daher ohne Bedeutung. Schon dieses Auftreten von fünf ihre Analogen unter der Kreidefauna habenden Arten in unserer Austernschicht spricht daher bereits zu Gunsten ihres untereocänen und nicht mitteleocänen Alters.

Unter den übrigen siebenzehn Arten lassen sich drei

*) πράγμα, das Geschehene.

Sorten unterscheiden, nämlich erstens solche, die annoch erst aus jüngeren Schichten als das Londinian bekannt sind: dieser wären es sechs, nämlich Cliona cerithiorum, sehr häufig, aus dem Parisian I von Paris und Einsiedeln; Crassatella plicatilis, ebenfalls häufig und sicher, sonst nur im Parisian I a von Paris, Crassatella sinuosa, höchst wahrscheinlich und nicht selten, ebenfalls nur aus dem untersten Parisian von Paris, von Einsiedeln und vom Rigi-Rothstock; Cardium fraterculus? aus dem Parisian I von Paris und der Alpen, Cytherea nitidula, aus dem Parisian und Bartonian beider europäischen Zonen, und Serpula Gundavaensis, aus dem Parisian I der Alpen und dem Bartonian? Indiens, wovon vier also nur aus der auf das Londinian zunächst folgenden Stufe, zwei sogar nur aus der dem Londinian unmittelbar aufgelagerten Schicht bekannt waren, welche vier oder doch zwei Arten demnach eher für das Londinian als für das stratigraphisch nicht so nahe Bartonian sprechen.

Sieben Arten ferner, nämlich Cliona megastoma, Nummulites planulatus? Ostrea Escheri, Mytilus subcarinatus, Cytherea ambigua, Cytherea Parisiensis und Cytherea polita beginnen zwar im Londinian, gehen aber ins Parisian, zwei davon sogar ins Bartonian hinauf, zwei indessen (Nummulites planulatus und Cytherea ambigua) sind, Dank ihrer Häufigkeit im Londinian, bezeichnend für diese Stufe, die zwei im Bartonian wiedererscheinenden Arten, Nummulites planulatus und Cytherea Parisiensis aber, sind in jener Stufe verhältnissmässig selten und daher ohne Bedeutung. Auch die Mehrheit dieser sozusagen kosmopolitischen Arten unserer Fauna deutet daher auf das Londinian als ihre wahre Heimat hin.

Endlich aber zeigen sich die vier restirenden Arten, Avicula papyracea, sehr wahrscheinlich, Cardium difficile, sehr fraglich, Cytherea obliqua, häufig und sicher, und Cytherea Dixoni, nicht selten und sehr wahrscheinlich, als speciell londinische und geben so ein so starkes Ueberwiegen der im Londinian vorkommenden Arten über die ihm fremden, unter den nicht neuen Species (zwölf mit hundertfünfzig Individuen gegen fünf mit zwanzig Exemplaren), dass die Frage nach dem Alter des Austernthones der Fähnern auf paläontologischem Wege gelöst genannt werden kann.

Doch auch in Bezug auf die freilich unwichtigere Natur des Gesteins zeigt es sich, dass das zu fixirende Gebilde besser zum Londinian als zum Bartonian passt — vom oberen Parisian (Gadmenfluh — Diablerets-Zone) kann schon desswegen keine Rede sein, weil es, wenn es an der Fähnern vorkäme, unmittelbar über dem dortigen, vollständigen, unteren Parisian lagern müsste. — Schwarzer, plastischer Thon bildet in der That die Hauptfacies der ersteren Stufe; er kömmt nicht bloss im Londoner Becken, sondern auch an der englischen Südküste, in Belgien, um Ypres, und in Frankreich im Nord-Departement vor. Im Nordsee-Becken ist aber nur bei Barton selbst, dunkler Thon das Gestein des Bartonian; im französischen und belgischen Theile des Beckens herrschen an seiner Statt gelbe bis weisse Sande und Sandsteine. In der Südzone des europäischen Eocäns haben wir zwar sowohl an einer Stelle in der Pilatus-Kette als an einer zweiten, im Vicentinischen, blauen Thon im unteren Bartonian; doch ist dieser Thon hell, weisslichblau, mergelig, und enthält er stets die typische, an diejenige von Barton anklingende Gastropoden-Fauna des südlichen Bartonian I. Er ist

daher, wie auch der schwarze Mergelkalk des alpinen oberen Parisian, nicht leicht mit dem sandigen Thonkalk der Fähnern zu verwechseln.

Endlich aber sprechen die geopragmatischen oder geographischen Verhältnisse unserer Austernschicht merkwürdigerweise oder vielmehr sehr natürlicherweise ebenfalls für ihre Einreihung ins Londinian. Es ist nämlich eine altbekannte Thatsache, dass im Pariser Becken die verschiedenen Tertiär-Stufen und Unter-Stufen, bis zum Bartonian I, das wieder nach Osten zurückgreift*), so übereinander abgelagert sind, dass je die jüngere mehr oder weniger bedeutend über die zunächst ältere, nach Westen oder Südwesten zu, übergreift, so zwar dass das Flandrian II in der marinen Facies nur bei Mons vorkömmt, das Suessonian I schon bis Beauvais und Soissons reicht, das Londinian bis über Compiègne sich ausdehnt, das Parisian I bis über Versailles, das Parisian II aber bis gegen Dreux reicht, was eben deutlich genug eine fortgesetzte Senkung im südwestlichen Theile des Beckens, während der Ablagerung jener Gebilde, anzeigt. Schauen wir nun nach wie es sich mit der geographischen Verbreitung der eocänen Stufen und Unterstufen längs der nordwestlichen Alpen-Abdachung verhält, so finden wir interessanterweise auch hier das gleiche Phänomen wie im Pariser Becken. Die in der Ostschweiz und Oberbayern so entwickelten ältest-eocänen Foraminiferenschiefer reichen, so viel ich weiss, westwärts nicht über den Kanton Schwyz hinaus; wie wir gesehen haben, ist das Suessonian I durch drei seiner

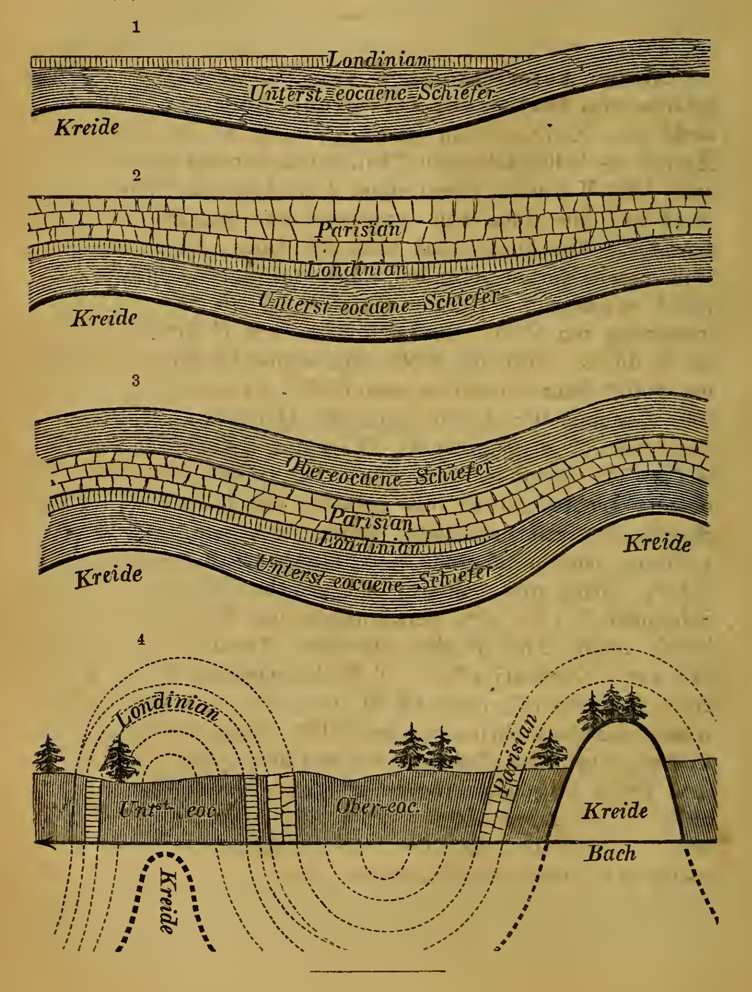
---

*) Das folgende marine Ligurian seinerseits greift sogar bis Magdeburg und Königsberg nach Osten über! während das übrige, ältere Eocäne Norddeutschland fehlt.

wichtigsten Arten in einer eigenen Schicht am Kressenberg vertreten; das Londinian, das sehr wahrscheinlich am Kressenberg ebenfalls vorkömmt, reicht nun bis zur Fähnern; das Parisian I geht bis Neuhaus am Thuner See und nicht weiter nach Westen; das Parisian II aber, das am Titlis zu beginnen scheint, erstreckt sich, überall identisch und unverkennbar entwickelt, bis Gap und Digne in der Provence! Und das Bartonian I der Alpen? Es folgt demjenigen von Paris in der Retour-Bewegung und reicht nicht bloss von Nizza bis zum Rigi-Rothstock, sondern tritt auch typisch unweit Salzburg wieder auf! Wir haben also auch im Alpengebiet, eine andauernde, wenn auch ruckweise Senkungsbewegung im Westen während der halben eocänen Periode, und damit ist bewiesen, dass diese Bewegung eine für das westliche Europa allgemeine war.

Und nun zum Schlusse die Erklärung dieser scheinbaren Ueberlagerung an der Fähnern des Parisian durch das Londinian. «Dieselbe ist, an der Hand hunderter von Profilen im Alpengebiete, wo die gleiche umgekehrte Schichtenfolge als Folge von Gewölbebildung, Zerdrückung der Gewölbeschenkel, Errosion der Gewölbstirne und schliessliche, beliebige Verschiebung des Restes, an allen möglichen Uebergangsstadien nachgewiesen werden kann, leicht und plausibel zu erklären» (Heim). Demnach wurden an der Fähnern, die unmittelbar oder fast unmittelbar übereinander abgelagerten Londinian (1) und Parisian, wovon das zweite indessen, in Folge einer weiteren Senkung des Grundes, respective Ausdehnung des Meeres, in der Gegend verbreiteter wurde (2), mit der Zeit so zusammengeschoben, dass sie ein Gewölbe mit einer Mulde gegen das nächste Kreidegewölbe zu bilden kamen (3).

Durch allmäliges Zusammendrücken der Schichten des eocänen Gewölbes und der Mulde und durch schliessliche nivellirende Erosion entstand dann das jetzige einfache Profil (4) vom Brüllisauer Bach beim Weissbad.



Notizen.

Einige Aufzeichnungen von Horner über Helligkeiten und Farben von Fixsternen, über das Zodiakallicht etc. Die Expedition von Krusenstern, an der bekanntlich Horner als Schiffsastronom Theil nahm, verliess auf der Rückreise 1806 V 8 nach viertägigem Aufenthalt St. Helena, kam V 15 auf die Höhe von Ascension und passirte V 21 den Equator. Aus dieser Zeit habe ich einige Tagebuch-artige Notizen von Horner gefunden, welche mir der Veröffentlichung werth erscheinen. Horner schreibt: „V 16 Abends Sonnenuntergang um $5^h\,55^m$. Rosenschimmer um $6^h\,10^m$ dauert fort bis es dunkel wird, bis $6^h\,30^m$. Sirius und Canopus gut sichtbar $6^h\,10^m$. Schrift nicht zu lesen $6^h\,35^m$. L i c h t s t ä r k e: Sirius 100; Canopus 95; Arctur ähnliche Höhe mit Canopus 95; α Orionis 70; α Centauri 90; Spica und Saturn 70; Sterne 2. Grösse 50. Sirius scheint durch den rothen Schimmer mit blauem Lichte, Arctur mit gelbem; die grössern südlichen Sterne sind alle weisslicht, keiner roth wie Antares oder α Orionis oder Aldebaran. — V 17 Abends Sonnenuntergang $5^h\,55^m$. Sirius und Canopus gut sichtbar um $6^h\,8^m$. Rother Schimmer $6^h\,5$ bis 10^m; verschwindet um $6^h\,15$ bis 18^m. Nubecula major etwa 5° über Horizont; Abstand von Canopus 14°, von α Centauri 47°. — V 18 Morgens um 8^h ein Regenbogen; Chorde 74°, Höhe 19° 30′ und Höhe der Sonne 22° 0′. Abend sehr hell. Sirius hell um $6^h\,10^m$, Sterne 2. Grösse $6^h\,20^m$. Gestern Abend das Zodiakallicht sehr hell, gieng zum Regulus hin; heute zwischen Procyon und den Zwillingen steigend, mehr in den ganzen Löwen hinein, bis etwa 60° Höhe. Canopus in $5^1/_2$° Höhe gleich Sternen 2. Grösse im grossen Bären. Sirius in 7° doch noch der hellste Stern, in $5^1/_2$° intermittirt".

[R. Wolf.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Sitzung vom 6. Januar 1879.

1. Die Gesellschaft erweist durch Aufstehen ihrem seit der letzten Sitzung verstorbenen langjährigen Mitgliede, Herrn Prof. Menzel, die lezte Ehre.

2. Herr Ingenieur Möllinger erklärt seinen Austritt aus der Gesellschaft.

3. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangene Bücher vor:

A. Geschenke.

Vom Eidgenössischen Baubureau.

Schweizerische hydrometrische Beobachtungen. 1878. Januar bis Juni.

Vom Schweizerischen Eisenbahn- und Handelsdepartement.

Rapport mensuel sur les travaux du S. Gotthard. 69. 70.
Rapport trimestriel. Nr. 22.

Von Hrn. Prof. Wolf.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 1878. 1. 2. 3.

B. Als Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Bulletin de la Société Imp. des naturalistes de Moscou 1878. 2.
Proceedings of the meetings of the zool. soc. of London 1878 3.
Bulletin de la société des sciences naturelles de Neuchâtel. B. XI. 2.
Zeitschrift des Ferdinandeums für Tyrol und Vorarlberg. III. 22.
Proceedings of the R. geograph. society. 1879. 1.
Bulletin de la société Belge de microscopie. Procès-verbaux du 28 Novembre.
Jahresbericht XV des Vereins für Erdkunde zu Dresden.
Bericht 17 und 18 des Offenbacher Vereins für Naturkunde.
Jowa weather bulletin Aug.-Oct. 1878.
Schriften des naturwissenschaftlichen Vereins für Schleswig-Holstein. III. 1.

C. Anschaffungen.

Pfeiffer, L. Novitates conchologicae. Abth. I. 53—57.
Palaeontographica. Suppl. III. Lief. II. Heft 2.
Liebig's Annalen der Chemie. Bd. 194. 2. 3.
Poggendorf, J. C. Geschichte der Physik. Lief. 1.
Schweizerische meteorologische Beobachtungen. Jahrg. XIII. (1876). 7. Tit. Reg.

4. Herr Prof. Eberth hält folgenden Vortrag über Cretinismus:

Der Cretinismus ist zwar eine ausgesprochen endemische Störung, aber er tritt doch nicht als eine eigentliche allgemeine Krankheit auf, wenn gleich an manchen Orten neben echtem Cretinismus geistige Imbecillität in den verschiedensten Abstufungen auch unter den übrigen Einwohnern häufiger angetroffen wird. Haben wir es demnach nicht mit einer sehr verbreiteten Krankheit zu thun, so doch mit einer schrecklichen, die unser Interesse nach verschiedenen Richtungen in Anspruch nimmt. Denn weder ihr Alter, noch die veranlassenden Ursachen kennen wir genau und selbst über die anatomischen Veränderungen, wenigstens der frühesten Perioden, sind die Ansichten sehr verschieden. — Indem ich darauf verzichte, ein Gesammtbild der cretinischen Störung zu entwerfen, kann ich es mir doch nicht versagen, um wenigstens eine ungefähre Vorstellung davon zu geben, eine Stelle aus dem Werk Fodérés, eines um das Studium des Cretinismus sehr verdienten Forschers anzuführen: „Hier erkennt man den Menschen nicht mehr. Verschwunden sind jene Vorzüge der Menschheit, Vernunft und Sprache. Er ist nicht mehr der Herr der Erde, der den Himmel und seine Bewegungen misst, sondern das elendeste aller lebenden Wesen, weil er sich nicht einmal selbst ernähren kann.“ Und Virchow sagt von den Cretinen: „Das sind wirklich Verunstaltungen des menschlichen Leibes und menschlichen Wesens, jenen Missgeburten und Mondskälbern vergleichbar, welche der Aberglaube so vieler Jahrhunderte dämonischen Einflüssen zuschrieb und man kann sich des Gedankens kaum erwehren, es möge auf den Hexenglauben nicht wenig eingewirkt haben, in Begattungen mit dem Teufel oder mit Unterschiebung von Teufelskindern eine

plausible Theorie so scheusslicher Verthierung zu finden.“ — Merkwürdiger Weise fehlt jede Kunde aus dem Alterthum über diese Krankheit. Die Angabe, dass schon zu Römerzeiten halbthierische Leute in den Alpen existirt hätten, beruht auf einer falschen Interpretation einer Stelle in Juvenals Satyren. — Ebensowenig ist bewiesen, dass unter den trägen Böotiern, unter den grossköpfigen Scythen am mäotischen Sumpf und den Blemmyern cretinartige Geschöpfe vorgekommen seien. Die früheste sichere Angabe über Cretinen speziell in den Alpen ist ein Testament aus dem 15. Jahrhundert. Danach wurden die Cretinen noch Innocents und Beats genannt, eine Bezeichnung, die sich noch im 16. Jahrhundert in den Kirchenbüchern von Aosta findet. — Einer der ältesten Autoren, der über Cretinismus im Wallis schrieb, Simler (1547), spricht wohl von Gäuchen, womit er die Cretinen meinte, gebraucht aber nirgends das Wort Cretin. Die Ableitung dieser Bezeichnung von dem romanischen *cretira* für *creatura* ist nach Kennern der romanischen Sprache unzulässig. Auch ist es fraglich, ob der Name Cretin auf Creta (Kreide) zurückzuführen ist, obgleich man schon lange unter den Cretinen die Bleichen (Kreideweissen) von den Braunen (Marronen) unterscheidet oder weil Cretinen mitunter auf Kalkboden vorkommen. — Zunächst möchte ich Ihre Aufmerksamkeit auf die anatomischen Verhältnisse des Cretinismus lenken und diese an einem neugebornen Kalbscretin demonstriren. Denn auch bei Thieren kommt Cretinismus und, wie ich annehmen muss, nicht so selten vor. Dieser Kalbscretin ist aber für die Frage nach den anatomischen Veränderungen bei dem Cretinismus darum sehr werthvoll, weil er zu den wenigen j u n g e n Cretinen gehört, die bis jetzt genauer anatomisch untersucht wurden. — An den Photographien dieses Kalbscretins fällt sofort der plumpe, zwergartige Körper auf. Sie würden aber fehlgehen, wenn Sie dieses Kalb als ein einfaches Zwergkalb bezeichnen wollten, denn während bei reinem Zwergwuchs alle Theile kleiner nnd schmächtiger sind, zeichnen sich die Cretinen durch eine verhältnissmässige Entwicklung gewisser Gewebsmassen, so insbesondere der Haut aus, die oft dicke Wülste bildet. Ferner erkennen Sie auf den ersten Blick, dass die

Physiognomie dieses Kalbes eine grosse Aehnlichkeit mit der einer Bulldogge hat. Es ist dies bedingt durch die Kürze der Schädelbasis. Darum ist die Gegend der Nasenwurzel so tief eingezogen, eine Erscheinung, die auch bei menschlichen Cretinen vorkommt und für die Cretinenphysiognomie charakteristisch ist.—Welche Störung nun diese Verkürzung der Schädelbasis erzeugte, lässt sich nur bei jungen Cretinen ermitteln, weil eben bei dem Cretinismus das Wachsthum der Schädelbasis vor der Zeit, mitunter vielleicht schon während der embryonalen Periode aufhört. An diesem Kalbscretin zeigt sich, dass weder Rhachitismus noch entzündliche Prozesse an den Knochen der Schädelbasis das Längenwachsthum dieser gehemmt und dauernd sistirt haben, sondern dass in Folge einer besonderen Wachsthumsstörung, ich will sie kurzweg cretinische nennen, die Längenausdehnung der Schädelbasis und damit ja auch der Gehirnkapsel aufgehoben wurde. — Dieses Längenwachsthum der basalen Schädelknochen, wie der knorplig angelegten Knochen überhaupt, ist abhängig von dem Längenwachsthum derjenigen Theile, welche die Vorgebilde der späteren Knochen sind, der Knorpel nämlich. Um wie viel die knorpligen Anlagen unserer Knochen an Länge gewinnen, um so viel nehmen auch die Knochen in dieser Richtung zu. Mikroskopisch ist dieses Längenwachsthum der Knorpel an den aus Längsreihen von Zellen bestehenden jüngsten Knorpelschichten zu erkennen. Von diesen Schichten findet sich bei jungen Cretinen keine Spur. Die knorpeligen Anlagen der Knochen wachsen mehr allseitig und ungeordnet. Und da das Wachsthum der Knorpel sehr früh erlischt, so treffen die Knochen der Schädelbasis, die oft lange Zeit nach der Geburt noch durch Knorpel getrennt werden, bald aufeinander, verwachsen unter sich und damit hat überhaupt das Wachsthum der Knochen und oft auch des Gehirns ein Ende. —

— Aber diese Störung ist durchaus nicht allein auf die Schädelknochen beschränkt, sondern genau in derselben Weise wie diese sind von ihr die knorplig vorgebildeten Knochen überhaupt betroffen, woher es denn kommt, dass die Cretinen plump und klein sind. — So erscheint uns die cretinische

Störung als eine allgemeine und eigenartige Entwicklungsstörung der skeletogenen (und vielleicht auch anderer) Gewebsmassen, die schon äusserlich in der scheusslichen Missstaltung des ganzen Körpers ihren Ausdruck findet und die, indem sie auch das Wachsthum des Gehirns in sehr hohem Grade beeinträchtigt, den Menschen zu dem bedauernswerthesten und hilflosesten Geschöpfe macht.

5. Herr Prof. Escher macht folgende Mittheilung „über den Einfluss der Cylinderwände auf den Dampfverbrauch“:

Vergleicht man den Verbrauch an Speisewasser einer Dampfmaschinenanlage mit dem theoretischen Dampfverbrauch, wie er sich aus dem Volumen, welches der Kolben während des Einströmens von frischem Dampf beschreibt, und aus den schädlichen Räumen berechnet, so ergibt sich für erstern ein um mindestens 30 bis 40 % grösserer Werth. Die Differenz wird veranlasst: dadurch, dass der Dampf eine gewisse Wassermenge in Staubform aus dem Kessel mit fort reisst; ferner von den Dampfverlusten durch Condensation in der Leitung und durch Undichtheiten des Kolbens und der Steuerungsorgane. Hirn hat zuerst auf eine weitere Verlustquelle aufmerksam gemacht. Während man früher allgemein annahm, dass bei dem raschen Wechsel zwischen Dampf und Cylinderwandung kein irgendwie beträchtlicher Wärmeaustausch stattfinde, stellt Hirn die Ansicht auf, dass ein beträchtlicher Theil des frisch in den Cylinder eintretenden Dampfes sich an den von der vorhergegangenen Ausströmungsperiode her abgekühlten Cylinderwandungen niederschlage, um erst beim Beginn des nächsten Ausströmens wieder zu verdampfen. — Um das Vorhandensein dieser Vorgänge unter Ausschluss der aus Undichtigkeiten herrührenden schwerbestimmbaren Verluste nachweisen zu können, konstruirte ich einen besondern Apparat, bestehend aus einem von zwei Gusseisenplatten gebildeten, flachen Hohlraum, welcher durch zwei Hahnen, regelmässig abwechselnd mit einem Dampfkessel und mit einem Kühlrohr in Verbindung gebracht wurde. Es konnte somit in dem Apparat die Bildung und Wiederverdampfung eines Wasserniederschlages in ähnlicher Weise vor sich gehen, wie sie nach Hirn im Dampfcylinder

stattfindet. Die ganze Dampfmenge, welche durch den Apparat hindurch gieng, konnte als Wasser aufgefangen und gewogen werden; es ergab sich in der That ein bedeutend höheres Dampfgewicht, als nur dem Volumen des Hohlraumes entsprochen haben würde. Der Dampfdruck schien auf die Grösse des Niederschlages wenig Einfluss zu haben; dagegen ergab sich ein deutlicher Einfluss der Geschwindigkeit. Es wurde bei einer Zahl von 20, 30 und 48 Füllungen pro Minute eine Kondensationsmenge pro $\square^m$ innere Cylinderoberfläche von 40,8; 37,6; 31,5 Gramm beobachtet. — Man hat die aus dieser Kondensation hervorgehenden Dampfverluste seit längerer Zeit dadurch zu reduziren gewusst, dass man den Dampfcylinder mit einem weitern Hohlcylinder umgab und den Zwischenraum mit Dampf anfüllte. Durch diesen sogenannten Dampfmantel wird die mittlere Temperatur der Cylinderwandung etwas erhöht und daher die Condensation des eintretenden Dampfes verringert. — Nachdem der Versuchsapparat durch zwei aussen angefügte Platten einen Dampfmantel erhalten hatte, ergab sich, wie zu erwarten war, eine bedeutend schwächere Condensation. Es war dieselbe bei 20 und 30 Spielen in der Minute 9,0 resp 5,9 Gramm pro $\square^m$. Dabei wurde im Dampfmantel condensirt pro $\square^m$ Oberfläche des Versuchsraumes ein Dampfquantum von 11,1 resp. 8,0 Gramm pro Spiel. — Ein weiteres Mittel zur Verminderung der Condensation wäre das Verkleiden der Innenseite der Cylinderwandung mit einem schlechten Wärmeleiter. Das Auffinden eines passenden Materials, welches den vereinten Einflüssen von Dampf, Wärme und Schmierfett widerstehen müsste, ist indessen ausserordentlich schwierig.

B. Sitzung vom 20. Januar 1879.

1. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangene Bücher vor:

A. Geschenke.

Von dem Eidgenössischen Baudepartement.

Rapport trimestriel de la ligne du St. Gotthard. Nr. 23.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Sitzungsberichte der Akademie d. W. zu Wien.
Abth. I. LXXVI. 1—3, LXXVII. 1—4.
II. LXXVI. 2—5, LXXVII. 1—3.
III. LXXVI. 1—5.
Register zu Bd. 65—75.
Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. XIII. 3.
Sitzungsberichte d. math. phys. Klasse der Akad. zu München 1878. 4.
Annuario della società dei Naturalisti in Modena. XII. 4.
Mittheilungen der Schweiz. Entomolog. Ges. V. 7.
Verhandlungen des naturhist. med. Vereins zu Heidelberg. N. F. Bd. II. 3.
Annalen der k. k. Sternwarte in Wien. III. 27.
Annual report of the Curator of the Museum of comparative Zoology at Harvard college 1877—78.
Bulletin of the Museum of comparative Zoology at Harvard college. V. 7.

C. Durch Ankauf.

Palæontographica. Suppl. III. Lief. III. Heft 3.
Pfeiffer, L. Nomenclator Heliceorum viventium I. Cassellis 1878.
Eckhard, C. Beiträge zur Anatomie und Physiologie. VIII. 3,

2. Die entomologische Gesellschaft in Belgien (Brüssel) wünscht mit unserer Gesellschaft in Tauschverkehr zu treten. welchem Anerbieten gerne entsprochen wird.

3. Herr Prof. Schulze hält einen Vortrag „über Eiweisszersetzung im Pflanzenorganismus“. Vergl. für denselben Vierteljahrsschrift XXIII 366—387.

4. Herr Professor Lunge zeigte einen verbesserten minimetrischen Apparat vor. Derselbe dient zur Schätzung der Verunreinigung der Luft durch Kohlensäure (verglichen des Vortragenden Broschüre „zur Frage der Ventilation“, Zürich bei Cäsar Schmidt, 1877). Bei längerer Handhabung des Apparates hat es sich als unbequem herausgestellt, dass das Eintrittsrohr für die Luft jedesmal durch Zusammenpres-

sen eines Kautschukschlauches geschlossen werden muss, wenn man die Kautschukbirne des Apparates zusammendrückt. Diesem lässt sich durch Anbringen eines beliebigen Ventiles an dem Eintrittsrohre abhelfen, und besass der ursprünglich von Angus Smith angegebene Apparat schon ein solches, das aber unzweckmässig construirt und kostspielig war. Herr Fischli, Assistent am analytischen Laboratorium des Polytechnikums hat an dem Apparate mit Erfolg das Krönig'sche Ventil (feiner Einschnitt in einem Kautschukrohr) angebracht. Der Vortragende hat später ein anderes Ventil, dessen Construction ohne Zeichnung nicht leicht deutlich zu machen ist, angewendet. Es vergrössert dasselbe das Volumen des Apparates nicht und ist so einfach, dass Herr Mechanikus Kramer jetzt ein solches jedem Apparate ohne alle Mehrkosten beigibt. Selbstverständlich wird jedes andere billige und einfache Luftventil denselben Dienst leisten.

5. Herr Prof. C. Cramer weist 2 von Herrn Prof. Wartha in Budapest dem pflanzenphysiologischen Institut des schweizerischen Polytechnikums geschenkte Flaschenkürbisse vor, der eine von der Gestalt einer kolbenförmigen Flasche, der andere eine lang gestielte, hohle, an beiden Enden geöffnete Keule darstellend und zum Zweck als Stechheber zu dienen, künstlich, durch Umwinden der jungen Frucht mit Bändern in der angegebenen Form gezogen; ferner eine gleichfalls von Herrn Prof. Wartha eingesandte ungarische Reisemütze aus Feuerschwamm, die sich durch Weichheit, Leichtigkeit und die Fähigkeit warm zu geben auszeichnet; im Anschluss daran weiterhin eine Anzahl sehr grosser Exemplare des mit dem Zunderpilz (Polyporus fomentarius) verwandten, an Fichten unserer Alpen häufig auftretenden Polyporus pinitola, von welchen 2 zugleich geeignet waren die Abhängigkeit des Wachsthums dieser Pilze von der Schwerkraft zu demonstriren, sofern die betreffenden Stücke an den ihnen noch anhaftenden Holzfasern deutlich erkennen liessen, dass sie am Stamm aufrechter und liegender Fichten zwar verschieden, im Raum aber stets gleich (mit der Porenschicht nach unten) orientirt waren. Zum Schluss zeigt derselbe noch ein *stereoskopisches Ocular* von Prazmouski, welches ihm von

Herrn Optiker Ernst in Zürich zu diesem Zwecke überlassen worden war.[1])

Das untere Ende des genannten Instrumentes enthält eine Linsencombination, welche für sich allein wie ein Ocular wirkt; ein unmittelbar über dieser Linsencombination befindliches (achromatisches?) Prisma zerlegt dieses Bild in 2 aufrecht stehende, welche der Beobachter durch 2 nach unten convergirende, mittelst eines Getriebes in der Richtung ihrer Längsachse verschiebbare, gewöhnliche Oculare betrachtet und zu einem körperlichen Bilde vereinigt. Der Preis des Instrumentes beträgt 200 Franken.

Während nach Nägeli u. Schwendener (das Mikroskop 1. und 2. Auflage) die Tiefe des Sehfeldes von untergeordneter Bedeutung und zur Ergänzung des stereoskopischen Effectes auf keinen Fall nothwendig sein soll, wie bei den käuflichen Stereoskopen 2 flächenhafte Ansichten zu einem stereoskopischen Bilde vereinigt werden, so auch die Bilder des binoculären Mikroskopes den Eindruck der Körperlichkeit hervorbringen müssen, selbst wenn die Tiefe des Sehfeldes Null wäre, hält dagegen der Redner mit Harting und Helmholtz auf's entschiedenste die Tiefe des Sehfeldes für einen sehr wesentlichen Factor. Ersterer geht dabei aus von der Thatsache, dass zur unmittelbaren Auffassung der Tiefe des Raumes und körperlicher Form das Sehen mit 2 Augen, d. h. von 2 verschiedenen Standpunkten aus von hervorragender Bedeutung ist, die bei gewöhnlichen Stereoskopen zur Verwendung kommenden „flächenhaften" Doppelbilder, wenn sie sich zu einem körperlichen Totaleindruck sollen vereinigen lassen, von 2 verschiedenen Standpunkten aus aufgenommene Darstellungen eines körperlichen Objectes sein müssen und ein einziges flächenhaftes Bild durch kein Mittel in 2 nach Art stereoskopischer Doppelbilder verschiedene Bilder zerlegt werden kann.[2])

---

[1]) Das Folgende ist nachträglich weiter ausgeführt worden.

[2]) Bekanntlich ist es bei einiger Uebung leicht, von stereoskopischen Doppelbildern ohne Stereoskop, ja ohne Zuhülfenahme auch nur einer Scheidewand eine vollkommen körperliche Vorstellung zu empfangen. Bedeckt man nun die eine Hälfte irgend eines guten stereoskopischen

Er stützt sich ferner auf die oft und stets mit dem nämlichen Erfolg wiederholte Beobachtung, dass Mikrophotographieen (selbst mikrophotographische Darstellungen von Bauwerken und Sculpturen) im stereoskopischen Mikroskop bei Anwendung beider Augen nicht körperlicher aussehen, als bei Anwendung eines einzigen, auch nicht körperlicher erscheinen, als im gewöhnlichen Mikroskop, überhaupt nicht stereo-

---

Doppelbildes mit einem Stück Papier und zerlegt die andere durch ein geeignetes Doppelprisma in 2 neue, neben einander liegende — ich habe mir zu diesem Zweck ein stereoskopähnliches Kästchen, natürlich ohne verticale Scheidewand in der Mitte, construirt und die Prismen sorgfältig gefasst — so vereinigen sich zwar auch diese Bilder bei anhaltender Betrachtung zu einer einzigen Vorstellung, dieselbe ist aber nicht von ferne stereoskopisch. Ebenso wenig vermag ein Brennglas eine photographische Darstellung in 2 Bilder zu zerlegen, durch deren Wiedervereinigung ein wahrhaft stereoskopischer Effect erreichbar wäre. Da man bei Betrachtung irgend eines Gegenstandes oder Bildes durch ein grosses Brennglas unter gewöhnlichen Umständen nur einen einzigen Lichteindruck zu empfangen glaubt, hat der Vortragende, um die vom linken und rechten Auge aufgenommenen vergrösserten Bilder der Photographie zunächst gesondert wahrnehmen zu müssen, über der Mediane der Linse eine geschwärzte Scheidewand angebracht. — Noch besser als gewöhnliche stereoskopische Photographieen eignen sich zu vorstehenden Versuchen stereoskopische Linearprojectionen von Krystallen, weil alsdann die durch die Licht- und Schattenvertheilung bei Photographieen bewirkte Trübung des Urtheiles vermieden wird. Während bei Betrachtung solcher Projectionen im gewöhnlichen Stereoskop Niemand auch nur einen Augenblick im Zweifel ist, welche Ecken und Kanten des Krystallnetzes vorn, resp. hinten zu liegen scheinen, können wir uns dagegen bei Zerlegung einer einzelnen derartigen Krystallprojection durch ein Doppel-Prisma oder ein Brennglas und Wiedervereinigung der beiden abgelenkten Bilder zu einem Totaleindruck von allen nicht peripherischen Ecken und Kanten genau ebensogut vorstellen, sie liegen vorn, als sie liegen hinten. Beweis dafür, dass der Effect pseudo-stereoskopisch ist.

skopisch wirken[3]), möglichst flächenhafte mikroskopische Präparate anderer Art ebenfalls keinen oder nur einen minimen stereoskopischen Effect hervorbringen, durchsichtige resp. durchscheinende, dickere Präparate hingegen (Pilzmycelien, Durchschnitte durch Codieen, Batrachospermum und ähnliche Algen, beblätterte Moosstengelchen, Bryozoën, Injectionspräparate etc.) durch ihre Plastizität, ihre Ausdehnung auch in die Tiefe, wodurch, ohne dass man die Einstellung zu verändern braucht, sichere Beurtheilung von oben und unten, ja sogar ein Abschätzen verticaler Distanzen möglich wird, geradezu in Erstaunen setzen.[4])

---

[3]) Wer bei Untersuchung von Mikrophotographieen der genannten Art sich vom Gesagten nicht vollkommen sollte überzeugen können, der wähle eine mikrophotographische Reproduction eines Druckes oder dergleichen und er wird bald in's Reine kommen. Nur seien die Buchstaben nicht plastisch dargestellt und entsprechend schattirt, da das Urtheil hiedurch wieder erschwert würde. — Absolut entscheidend sind natürlich auch hier mikrophotographische Linearprojectionen von Krystallen. Der Vortragende construirte mehrere derartige Zeichnungen (ein Oktaëder, ein Rautendodekaëder und ein im Würfel stehendes Pentagondodekaëder) und liess dieselben durch Herrn Mœller in Wedel in stark verkleinertem Maassstab auf Glas photographisch reproduziren. Wie vorauszusehen war, erscheinen diese Figuren im stereoskopischen Mikroskop um kein Haar körperlicher bei Anwendung beider Augen, als bei Anwendung bloss eines einzigen und kann man auch bei gleichzeitiger Betrachtung der Mikrophotographie durch beide Tubi alle innerhalb der Peripherie befindlichen Krystall-Ecken und-Kanten, die im ersten Moment vielleicht vorn zu liegen scheinen, ebenso gut nachher nach hinten gerichtet sehen und umgekehrt.

[4]) Hiebei verdient noch hervorgehoben zu werden, dass zur Untersuchung sehr dicker Objecte mittelst des stereoskopischen Mikroskopes von Prazmouski ganz schwache Objective nöthig sind, starke sich nur bei relativ dünnern Präparaten brauchbar erweisen. Starke Objective sind eben für grössere Tiefe des Sehfeldes zu empfindlich. Die Vergrösserung ist nichts desto weniger auch im ersten Fall beträchtlich, da sie, freilich mit auf Unkosten der Schärfe der Bilder,

Mit der Ansicht, dass es die beiden Hälften des Objectivsystemes seien, welche die 2 verschiedenen Bilder des Objectes liefern, und das Prisma nur die Aufgabe habe, diese Bilder nach 2 divergenten Seiten zu zerlegen (und aufzurichten), ist der Redner einverstanden. Die Objectivhälften erzeugen 2 verschiedene Bilder, weil sie eine etwas verschiedene Lage zum Object haben. Die eine Linsenhälfte sieht gleichsam die linke, die andere die rechte Seite des Gegenstandes an.[5])

Wenn aber Nägeli und Schwendener in einer Anmerkung hinzufügen, Helmholtz habe übersehen, dass die von den beiden Objectivhälften entworfenen Bilder auch ohne die Zerstreuungskreise, welche die vor oder hinter der Einstellungsebene liegenden Punkte des Objectes verursachen, wirklich verschieden seien und darum für sich allein schon eine stereoskopische Wirkung hervorbringen müssen, so ist nach C. Cramer darauf zu entgegnen, dass genannte Forscher den Beweis dafür, dass die beiden Bilder der Objectivhälften ohne die gedachten Zerstreuungskreise verschieden seien, nicht erbracht haben: Nägeli und Schwendener haben gezeigt, dass und in welcher Weise sich das mikroskopische Bild kleiner Oeltröpfchen und Luftblasen ändert, wenn man bald die rechte, bald die linke Hälfte des Objectives durch Bedecken von der Wirkung ausschliesst. Alle diese Veränderungen hängen aber auf's innigste nicht blos mit dem Brechungsvermögen, sondern auch der kugeligen Form, also körperlichen Ausdehnung der Oeltröpfchen und Luftblasen zusammen. Bedecken wir

---

durch bedeutende Verlängerung des Tubus und starke Oculare bewirkt wird.

[5]) Selbstverständlich vermag auch ein Doppelprisma, wie es im Prazmouski'schen Ocular zur Verwendung kommt, von jedem körperlichen Object 2 Bilder zu liefern, die bei ihrer Wiedervereinigung durch unsere Augen einen vollkommen stereoskopischen Eindruck hervorrufen. Wenn man aber bedenkt, dass bei Benutzung von System 2 (Hartn.) die 10^{mm} breite Vorderfläche des letztern 20^{mm}, die Vorderfläche des Doppelprismas aber 196^{mm} (d. h. 10mal weiter) und bei Anwendung von System 4 die 7^{mm} breite Vorder-

die rechte Hälfte des Objectives eines gewöhnlichen Mikroskopes, so können von den ein im Wasser liegendes Oeltröpfchen passirenden Lichtstrahlen die am stärksten nach rechts abgelenkten, die auf die rechte Objectivhälfte gefallen sein würden — es sind die vom linken Rand des Tröpfchens kommenden — nicht mehr zur Wirkung gelangen, es muss daher das Bild des Oeltröpfchens, weil verkehrt, am rechten Rand von einem breiten, dunklen Saum umgeben und der Lichtpunkt nach links verschoben erscheinen. Bei einer im Wasser liegenden Luftblase müssen die Erscheinungen umgekehrt sein, da die aus derselben austretenden Lichtstrahlen divergiren, die rechte Objectivhälfte also, wenn unbedeckt, von Strahlen, die vom rechten Rand der Luftblase stammen, getroffen wird.[6]) — Operiren wir

---

fläche des Systems $3^{1}/_{2}{}^{mm}$, die des Prismas aber 175^{mm} (d. h. 50mal weiter) vom Object entfernt ist, so wird man zugeben müssen, dass das Objectivsystem zur Erzeugung 2 verschiedener Bilder ungleich günstiger situirt ist als das Prisma. Dazu kommt, dass in Wirklichkeit die Lichtstrahlen, welche das Prisma treffen, nicht direct vom Object stammen, sondern das Objectivsystem bereits passirt haben.

[6]) Hiemit soll nicht mehr gesagt sein als: die von Nägeli und Schwendener bei Verdunkelung der einen Objectivhälfte am Bild von Oeltröpfchen und Luftblasen wahrgenommenen Veränderungen hängen mit dem Lichtbrechungsvermögen und der körperlichen Ausdehnung der Oeltröpfchen und Luftblasen zusammen; keineswegs aber etwa: rechte und linke Objectivhälfte erzeugen ohne die von Helmholtz betonten Zerstreuungskreise ganz gleiche Bilder. Wie die Bilder, in welche ein Doppelprisma eine Photographie, also ein absolut flächenhaftes Object, zu zerlegen vermag, streng genommen etwas verschieden sind, so sind es auch die 2 von der linken und rechten Hälfte einer Sammellinse (im Grund ja auch ein Doppelprisma) oder eines Objectivsystemes gelieferten Bilder einer Photographie. Dass aber in diesem Fall, wo die gedachten Zerstreuungskreise ausgeschlossen sind, die Verschiedenheit der 2 Bilder nicht genügt zur Erreichung eines stereoskopischen Effectes, ist bereits gesagt worden. Vergleiche Anm. 1.

statt mit Oeltröpfchen und Luftblasen, mit irgend einem undurchsichtigen Object, in welchem Falle wir uns vorstellen dürfen, dass jeder Punkt des Objectes ein Bündel divergirender Strahlen nach oben sende, z. B. mit einem möglichst kleinen, noch unverarbeiteten, also cylinderhutförmigen, aber oben offenen Oeillet, so sehen wir bei Bedeckung der rechten Objectivhälfte und Einstellung auf den obern Rand der Cylinderwand des Oeillet diesen obern Rand unbeweglich stille stehen, das verschwommene Bild des flachen untern Ringes desselben aber nach rechts rücken, umgekehrt bei Einstellung auf den untern flachen Ring diesen an seiner Stelle verharren und das weniger deutliche Bild des obern Randes der Cylinderwand nach links ausweichen; dagegen bei einer mittlern Einstellung das Bild des freien Cylinderrandes etwas nach links und dasjenige des flachen Ringes etwas nach rechts sich verschieben. Bei Verfinsterung der linken Objectivhälfte sind natürlich alle Erscheinungen umgekehrt und, vertauschen wir das gewöhnliche Ocular mit einem das Bild aufrichtenden, sogenannten orthoskopischen, so sehen wir bei Bedeckung der rechten Objectivhälfte, was wir vorher bei Verfinsterung der linken gesehen haben und umgekehrt; nämlich bei einer mittlern Einstellung über der Einstellungsebene liegende Punkte bei Verfinsterung der rechten Objectivhälfte oder was dasselbe heisst: beim Sehen durch die linke Objectivhälfte nach rechts, bei Verfinsterung der linken Objectivhälfte oder beim Sehen durch die rechte Objectivhälfte aber nach links verschoben; umgekehrt unter der Einstellungsebene befindliche Punkte, durch die linke Objectivhälfte gesehen nach links, durch die rechte Objectivhälfte gesehen nach rechts gerückt.[7])

Legen wir die von beiden Objectivhälften erzeugten Bilder in 2 auseinander und betrachten wir gleichzeitig das eine mit dem einen, das andere mit dem andern Auge, so muss der Effect ein stereoskopischer werden, weil wir das Object jetzt

---

[7]) Zur Prüfung des eben Gesagten wie des Folgenden eignen sich durchscheinende Objecte z. B. auf dem Rücken liegende Jungermannien, auch Injectionspräparate von Darmzotten vorzüglich.

gleichsam von 2 verschiedenen Standpunkten aus ansehen und zwar muss dieser Effect der wirklichen Form des Gegenstandes entsprechen, wenn wir, wie es z. B. durch das stereoskopische Ocular von Prazmouski geschieht, dafür sorgen, dass das Bild der linken Objectivhälfte vom linken, das andere vom rechten Auge wahrgenommen wird, weil in diesem Falle die Verschiebung über und unter der Einstellungsebene liegender Punkte gleich ist derjenigen, welche beim Sehen mit unbewaffneten Augen diesen zu- resp. abgekehrte Punkte eines körperlichen Objectes erfahren.[8]) Wir werden hingegen pseudoskopisch sehen, d. h. an der Stelle von Erhabenheiten: Vertiefungen und umgekehrt zu erblicken glauben, wenn das stereoskopische Mikroskop das Bild nicht aufrichtet, das linke Auge also das Bild der rechten Objectivhälfte, das andere das der linken aufnimmt, weil alsdann die Verschiebung über der Einstellungsebene liegender Punkte für das linke Auge, wenn auch nicht ganz gleich, so doch analog ist der Verschiebung, welche beim gewöhnlichen Sehen dem linken Auge abgewendete Punkte eines körperlichen Objectes erhalten und umgekehrt.[9])

---

[8]) Vergleicht man das Bild des Oculares für das linke Auge mit demjenigen des Oculares für das rechte, so überzeugt man sich leicht, dass Oeltröpfchen dort links, hier rechts, Luftblasen dort rechts hier links verdunkelt erscheinen; ferner über der Einstellungsebene liegende Punkte und Linien anderer Objecte dort nach rechts, hier nach links, unter der Einstellungsebene befindliche aber dort nach links, hier nach rechts verschoben sind.

[9]) Aus ähnlichen Gründen muss man, um im gewöhnlichen Stereoskop von 2 concentrischen Kreisen den innern kleinern gehoben zu sehen, 2 excentrische Kreissysteme construiren und so combiniren, dass die innern kleinern Kreise einander genähert sind. Es entspricht diese Combination den Projectionen eines aufrechten, abgestutzten Kegels für linkes und rechtes Auge. Combinirt man die beiden Kreissysteme aber entgegengesetzt, so erscheint der kleinere Kreis hinter dem andern, wir sehen den abgestutzten Kegel pseudo-skopisch, weil diese Combination den

Es genügt hingegen, wie bekannt, die Betrachtung des von der linken und rechten Objectivhälfte entworfenen Bildes eines körperlichen Objectes durch ein einziges Auge nicht zur Erzeugung eines stereoskopischen Effects. Wir sehen eben in diesem Falle jeden einzelnen Punkt des Objectes nur in einer einzigen Richtung, nämlich in der Richtung der Resultirenden des von dem Punkte stammenden und in unser Auge gelangenden Strahlenbündels oder anders ausgedrückt in der Richtung derjenigen Geraden, welche das Bild des Punktes im Auge mit entsprechendem Punkt in dem durch die Ocularlinse gelieferten virtuellen Bilde vereinigt; ob er, wenn ausserhalb der Einstellungsebene liegend, vor oder hinter dieser sich befinde, können wir natürlicherweise nicht bestimmen. Ganz anders bei Anwendung des stereoskopischen Mikroskopes, wo wir jeden Punkt eines körperlichen Objectes gleichsam von 2 erheblich verschiedenen Standpunkten aus betrachten und dadurch in die Möglichkeit versetzt werden, ihm die richtige Lage — resp. scheinbar richtige Lage (beim pseudoskopischen Sehen) — im Raum anzuweisen, ihn verlegen nämlich auf den Durchschnittspunkt der beiden Resultirenden der vom betreffenden Punkt stammenden, einerseits in das linke, anderseits in das rechte Auge gelangenden Strahlenbündel oder auf den Durchschnittspunkt der Geraden, welche Bild des Punktes im linken Auge mit entsprechendem Punkt im virtuellen Bild des linken Oculares verbindet und der andern Geraden, welche Bild des Punktes im rechten Auge mit entsprechendem Punkt im virtuellen Bild des rechten Oculares verbindet.

Es ist dem Redner gar wohl bekannt, dass man auch mit einem einzigen Auge geringere Entfernungen einigermassen zu beurtheilen und nicht zu weit abstehende Gegenstände mehr oder weniger körperlich zu sehen vermag, dass weiterhin selbst flächenhafte Bilder (Zeichnungen, Photographieen, Gemälde) namentlich bei Betrachtung mit

---

Projectionen eines auf dem Kopfe stehenden abgestutzten Kegels für linkes und rechtes Auge analog ist.

bloss einem Auge bisweilen den Eindruck täuschender Körperlichkeit hervorbringen. Es spielt hiebei Perspective, Licht- und Schattenvertheilung, Erfahrung, Verstand eine grosse Rolle [10]). In keinem dieser Fälle wird man jedoch, wenn man Controlle üben kann und übt, den stereoskopischen Effect so hochgradig finden, wie bei Betrachtung wirklicher Körper mit 2 Augen oder beim Anschauen stereoskopischer Doppelbilder durch das gewöhnliche Stereoskop oder dickerer mikroskopischer Objecte durch das binoculäre Mikroskop: Dass mit noch so grosser Meisterschaft ausgeführte Bilder unter keinen Umständen einen stereoskopischeren Effect hervorbringen können als ein mit bloss einem Auge betrachteter Körper, liegt auf der Hand. Dass wir nahe Körper mit einem Auge lange nicht so körperlich sehen wie mit beiden Augen, erkennt man beim Schliessen eines Auges sofort. Wie unsicher aber die Beurtheilung selbst geringer Entfernungen mit bloss einem Auge ist, beweisen Alle, die überhaupt nur mit einem Auge sehen und daher oft den Wein neben, statt in das Glas giessen u. s. w.; es können sich aber auch mit gesunden Augen Ausgerüstete leicht direct davon überzeugen. Halten wir nämlich ein Blatt Papier flach ausgebreitet vor das Gesicht und versuchen wir, ein Auge schliessend, irgend einen Punkt des Randes von der Seite her mit der Spitze eines Messers oder einer Nadel zu treffen, so fahren wir meist 1 bis 2 Centimeter vor oder hinter der Papierfläche vorbei. Die Anwendung eines Mo-

---

[10]) Gemälde mit guter Perspective u. d. g. erscheinen bei Betrachtung mit einem Auge, zumal wenn wir die zusammengewölbte Hand davor halten, oder das Bild durch einen Trichter aus Carton ansehen, körperlicher als bei Betrachtung mit beiden Augen, weil wir uns im ersten Fall des Maassstabes der Körperlichkeit begeben: Schliessen wir das eine Auge, so sehen wir in der Umgebung des flächenhaften Bildes befindliche Körper z. B. den Rahmen weniger körperlich, und halten wir vollends einen Trichter vor das Auge, so sehen wir den Rahmen etc. überhaupt gar nicht mehr, das Bild muss uns daher plastischer vorkommen. — Gewiss ist dieser Moment auch beim Monocle von Einfluss.

nocle, wodurch wir Photographieen plastisch zu sehen glauben, gewährt uns in diesem Falle keine grössere Sicherheit, wofern wir natürlich ebenfalls nur mit einem Auge beobachten. Sehr lehrreich ist in dieser Beziehung auch die Betrachtung zweier von unsern Augen ungleich weit entfernter, dünner, matter Stäbchen, oder eines unter irgend einem Winkel scharf umgebogenen und bald so, bald anders aufgestellten Drahtes oder auch aus dünnem geglühtem Eisendraht verfertigter Krystallmodelle. Sobald wir Alles eliminiren, was dem Verstand Anhaltspunkte zur Beurtheilung der Entfernungen darbieten könnte: die Objecte vor's Fenster stellen und, das Gesicht gegen das Fenster gerichtet, dieselben aus nicht zu geringer Entfernung betrachten, die Stützpunkte der Objecte durch einen Schirm verdecken u. s. w., so sind wir absolut unfähig, mit einem einzigen Auge zu sehen, was für Punkte oder Linien vorn, resp. hinten liegen, während wir bei Anwendung beider Augen sofort darüber zu entscheiden vermögen.

Als gleichfalls beachtenswerth mag noch hervorgehoben werden, dass wir bei wahrhaft körperlichem Sehen, sei es beim gewöhnlichen Anschauen wirklicher Körper mit 2 Augen oder der in Anm. 2 erwähnten directen Zusammenfassung stereoskopischer Doppelbilder zu einem einzigen Eindruck, sei es bei Verwendung des ordinären Stereoskopes oder eines binocularen Mikroskopes, die Augen unablässig accommodiren müssen, je nachdem wir vordere, mittlere oder hintere Seite der körperlichen Wahrnehmung möglichst deutlich erkennen wollen, bei bloss scheinbar stereoskopischem Sehen dagegen dies nicht nöthig haben. Nur wenn wir verschieden tief im Raum situirte Punkte körperlicher Objecte mit einem einzigen Auge genau erfassen wollen, was uns innerhalb gewisser Grenzen leicht fällt, ist natürlich ebenfalls Veränderung der Einstellung nöthig. Es trägt der Umstand, dass wir hiebei mit dem Auge Bewegungen ausführen müssen, die wir beim körperlichen Sehen im strengsten Sinne des Wortes mit beiden Augen zu machen gewohnt sind, vielleicht mit dazu bei, dass wir wenig entfernte Körper auch mit einem einzigen Auge verhältnissmässig sehr körperlich zu sehen glauben

Für die Lösung von Forschungsaufgaben endlich verspricht sich der Redner gleichfalls nicht viel vom stereoskopischen Mikroskop, da die Schärfe des Bildes aus naheliegenden Gründen viel zu wünschen übrig lässt[11]). Die Anwendung des oben beschriebenen Instrumentes beim Unterricht wird dadurch sehr erschwert, dass jeder einzelne Beobachter sowohl den Focalabstand, als namentlich auch die seitliche Distanz der Oculare reguliren muss[12]). Dagegen glaubt der Vortragende, dass das Instrument zum Zweck der Anfertigung guter bildlicher Darstellungen complizirt gestalteter mikroskopischer Objecte sich hie und da nützlich erweisen kann.

C. Sitzung vom 3. Februar 1879.

1. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt die seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor. Ihr Verzeichniss ist mit demjenigen vom 17. Februar vereinigt.

2. Herr Prof. Wolf gab einen kurzen Bericht über die von ihm als Vorgeschichte der Arbeiten der schweizerischen geodä-

---

[11]) Vor allem, weil, wie oben gezeigt worden, für das Zustandekommen eines stereoskop. Effectes das Object eine gewisse Dicke besitzen muss, das Objectivsystem also für Tiefe des Sehfeldes nicht allzu empfindlich sein darf; weiterhin weil — im Zusammenhang mit dem eben Erwähnten — starke Vergrösserung hauptsächlich durch Verlängerung des Tubus erzielt wird, was eine erhebliche Steigerung der Fehler des vom Objectiv gelieferten Bildes zur Folge hat; dann auch wegen der Verzerrung des Bildes durch das Doppelprisma, sowie der durch Einschaltung zweier weiterer Linsen und eines Prismas bedingten Lichtverluste und zufälligen Störungen.

[12]) Schon lange ist sich der Vortragende einer nicht geringen Leichtigkeit in der Auffassung körperlicher Formen bewusst. Ein Grund, der diese Fähigkeit wesentlich befördert haben mag, ist dem Redner erst bei der Prüfung des stereoskopischen Oculares von Prazmouski bekannt geworden. Es mussten für ihn nicht nur die beiden Tubi gänzlich herausgeschraubt, sondern, was bei keinem andern Beobachter der Fall war, auch die Oculare fast vollständig herausgezogen werden, derselbe sieht also unter einem relativ grössern Winkel als Andere.

tischen Commission bearbeitete und gegenwärtig unter der Presse befindliche „Geschichte der Vermessungen in der Schweiz.“ Dieselbe soll zunächst zeigen, wie im Laufe von drei Jahrhunderten die erste graphische Darstellung unsers Landes, welche den Namen einer Karte verdient, nämlich die im Jahre 1538 erschienene, allerdings noch sehr mangelhafte Tschudi'sche Karte durch successive Wandelung in unsere schöne Dufourkarte überging. Es wurde dabei das Hauptgewicht auf die mathematischen Verhältnisse, oder auf die sog. Anlage der Karte, gelegt, und darum für jede einzelne Karte eine ihrer Genauigkeit umgekehrt proportionale Zahl, ihr sog. Fehler f, in folgender Weise bestimmt: Es wurden auf der Karte über Berg und Thal weg, je nach ihrer Ausdehnung, 10 bis 40 Distanzen gemessen, — aus ihrer Vergleichung mit den entsprechenden Distanzen der Generalkarte in 4 Blättern der relative Maassstab der Karte abgeleitet, — mit Hülfe dieses Letztern jede einzelne der gemessenen Distanzen auf die Generalkarte reduzirt, — und endlich die mittlere Abweichung zwischen den so erhaltenen und den als richtig angenommenen Distanzen der Generalkarte berechnet, — wobei angeführt werden mag, dass die Werthe $f = \pm 4$, 19 und 30 angenähert einem mittlern Fehler von 1 Kilometer, 1 Stunde und 1 geographischen Meile entsprechen. Neben der Anlage wurde aber immerhin auch dem Detail, der Gebirgszeichnung, der Ausführung etc., einige Rücksicht gewidmet. — Nachdem der Karte von Tschudi ($f = \pm 28{,}7$) fast unmittelbar die ungefähr gleichwerthigen Karten der Münster ($f = \pm 28{,}6$) und Stumpf ($f = \pm 31{,}4$) gefolgt waren, suchte man zunächst durch Spezialkarten, bei deren Anfertigung mehr und mehr geometrische Hülfsmittel in Anwendung kamen, für bessere Kenntniss des Details zu sorgen und es haben sich in dieser Richtung in der zweiten Hälfte des 16. und im 17. Jahrhundert die Murer, Schöpf, Wägmann, Sprecher, Gyger, Von der Weid, Meyer, Grimm, Lambien, Peyer, Merveilleux etc, zum Theil ganz ausgezeichnete Verdienste erworben. Aber trotzdem finden sich in den mit Hülfe dieses bessern Materiales immer richtigere Details zeigenden Schweizerkarten der Murer (1582; $f = \pm 36{,}8$), Gyger (1657; $f = \pm 32{,}0$),

Muoss (1698; $f = \pm 30,9$), etc. in der Anlage immer noch die alten Fehler, — ja noch diejenige von Scheuchzer (1712; $f = \pm 28,7$) vermochte sich in dieser Beziehung, troz der vielen Reisen und Messungen ihres Verfassers noch nicht über die alte Tschudi'sche Karte zu erheben, und leistete so den unwiderleglichen Beweis, dass nur durch Betreten eines anderen Weges eine höhere Stufe erreicht werden könne. So verdienstlich daher auch weitere Detailverbesserungen waren, wie man sie im Verlaufe des 18. Jahrhunderts den Fatio, Roverea, Bodmer, Rüdiger, Nötzli, Meiss, Mallet, Schnyder, Spescha etc. verdankte, so war es für die Hauptsache viel wichtiger, dass einerseits die Gessner, Mallet, Deluc, Saussure etc. die Mittel und Methoden zu genauerer Orts- und Höhenbestimmung erstellten und in Anwendung brachten, — und anderseits durch die von Micheli, Pfyffer, Studer etc. ausgeführten Panoramas und Reliefs der bis dahin fast ganz fehlende Sinn für Auffassung und angemessene Darstellung des Terrains zu erwachen begann. Wenn es Meyer gelang, gegen den Schluss des 18. Jahrhunderts mit seinem Atlas der Schweiz wenigstens annähernd eine solche höhere Stufe zu erklimmen (1802; $f = \pm 11,8$), so geschah es zunächst, weil er das Glück hatte, in Müller einen Gehülfen zu finden, bei welchem dieser Sinn bereits in bedeutendem Maasse ausgebildet war, — und dass es ihm nicht gelang, dieselbe so vollständig zu erreichen, als es sein Opfersinn verdient hätte, hing nur damit zusammen, dass sein anderer Gehülfe Weiss die nöthige Kenntniss jener Methoden nicht besass, wohl aber zu verhindern wusste, dass sich sein Patron mit Tralles, Hassler, und Feer, welche damals von sich aus mathematische Grundlagen für eine Karte zu schaffen suchten, zu gemeinsamer Arbeit verband. Die durch die Revolution unterbrochenen Messungen der drei letztgenannten Geometer wurden etwas später durch die französischen Ingenieure Henry und Delcros wieder energisch aufgenommen, und nachdem auch sie durch die politischen Wechselfälle der damaligen Zeit verhindert worden waren, ihr Werk zu vollenden, wurde, Dank dem durch sie erhaltenen Anstosse, von den Osterwald, Trechsel, Rösch, Huber, Mertz, Berchtold etc., wenigstens in ein-

zelnen Kantonen oder Gebieten ein gewisser Abschluss erhalten, der aber augenblicklich noch wenig praktische Anhaltspunkte darbot, so dass es Keller bei all' seinem Fleisse noch nicht möglich war, seiner ersten Reisekarte (1813; $f = \pm 11{,}6$) eine grössere Genauigkeit zu verschaffen, während es dagegen seinem Takte gelang, dieselbe immerhin so brauchbar zu machen, dass durch sie und seine Panoramas, in Verbindung mit der „Anleitung" Ebel's die Schweiz den Freunden der Natur erschlossen wurde. — Gleichzeitig wurden unter Oberleitung von Finsler nach und nach durch die Feer, Pestalozzi, Horner, Buchwalder etc., gemeineidgenössische Vermessungen zur Grundlage einer Generalstabskarte berathen und ins Werk gesetzt, — und unter Benutzung dieser Vorarbeiten gelang es sodann der Energie von Dufour, theils durch Beiziehung von Eschmann, die Triangulation zum Abschlusse zu bringen, theils durch Verträge mit einzelnen Kantonen die Sulzberger, Michaelis, Wild, Denzler, Stryenski Mohr etc., an der topographischen Aufnahme zu bethätigen, theils endlich durch Gewinnung der Wolfsberger, Bétemps, Siegfried, Goll, Bressanini, Müllhaupt etc., ein tüchtiges Bureau für Ergänzungsaufnahmen und Herausgabe der Karte zu bilden. So kam schliesslich, wie im Eingange bemerkt wurde, durch successive Wandlung der ersten rohen Karten während drei Jahrhunderten unsere schöne, das Land und alle Mitarbeiter ehrende sog. Dufour-Karte zu Stande, — und zugleich schuf der auch sie fördernde, geistige und politische Aufschwung unseres Landes im zweiten Viertel des laufenden Jahrhunderts die neuen Lehranstalten und wissenschaftlichen Institute, welche es seither der kleinen Schweiz möglich gemacht haben, an den internationalen Arbeiten der Gegenwart, und namentlich an denjenigen auf dem Gebiete der Geodäsie, in ehrenvollster Weise Theil zu nehmen.

In der Discussion bemerkt Herr Prof. Heim, dass es wohl für Jedermann selbstverständlich ist, dass die herrlichen kartographischen Darstellungen der Schweiz, vor welchen wir heute stehen, nicht das Endglied sein werden, sondern dass Besseres nachfolgen muss, worin sicherlich nicht der geringste Tadel gegen Diejenigen enthalten ist, welche das heute Erreichte

geschaffen haben. Während in der mathematischen Anlage zur Karte kaum mehr ein wesentlich Besseres erzielbar sein dürfte, ist dies hingegen in der Darstellung der Formen der Gebirge und Thäler trotz der ausgezeichneten Fortschritte, welche dieses Jahrhundert in dieser Richtung gebracht hat, noch wohl möglich, und sogar wünschbar. Um nur auf einen Punkt als Beispiel aufmerksam zu machen: Das anstehende Terrain und die aufgelagerten Schuttmassen sind in unsern kartographischen Darstellungen (mit Ausnahme einiger Stellen in der neuen Auflage der Ziegler'schen Karte des Kantons Glarus und der österreichischen Karten der italienischen Alpen) nicht richtig auseinander getrennt; die so auffallende regelmässige Gestalt der Schuttkegel, die sich in den reich kultivirten Thalgründen in den Alpen stets wiederholt, ist in der Dufourkarte niemals richtig dargestellt. Die Darstellung sieht stets so aus, als wäre die sanfte Wölbung im Thalboden die Verlängerung der Berggräte und Abhänge, während die Schuttmasse im Gegentheil aus der Nische im Gehänge, d. h. aus der Wildbachschlucht herauswächst. Zur richtigen Auffassung und Darstellung der Formen ist bei dem aufnehmenden Ingenieur wie bei dem Stecher ein vermehrtes Verständniss ihrer Entstehung nothwendig. Fortschritte in diesem Sinne sind theilweise angebahnt.

3. Herr Prof. Ed. Schär macht Mittheilungen über den etnographisch so merkwürdigen Gebrauch des Betelkauens der Asiaten. Der Vortragende demonstrirte einige, im Besitze von Hrn. Generalkommissär Guyer befindliche und zur Vorweisung freundlichst überlassene Geräthschaften indischer Arbeit, welche sich auf das Betel-Kauen der Asiaten beziehen und fügte einige allgemeinere Mittheilungen und Erörterungen über diesen Gegenstand bei. Die Anwendung dieses Genussmittels geht, insbesondere in Ostasien, ohne Zweifel in sehr frühe Zeiten zurück, wenn wenigstens aus den frühesten zuverlässigen Nachrichten der Chinesen über das eine Ingrediens des sog. Betel-Kauens, die Areca-Nuss, auf das Bestehen der Sitte geschlossen werden darf. Diese fallen auf die Zeit um 150 vor unserer Zeitrechnung und noch deutlicher legen chinesische Schriften der ersten Jahrhunderte

nach Christus Zeugniss ab über den Bezug von Areca-Nüssen aus Indien, den ostindischen Inseln und den südlichsten Gebieten des heutigen Chinas, wobei der Spendung der Arecanuss nebst feinen Gewürzen an Gäste und Beamte Erwähnung gethan und somit wohl auch auf die Anwendung beim Betelkauen hingedeutet wird. — Eine mehr oder weniger eingehende Beschreibung des Betelkauens und der in Frage kommenden Stoffe findet sich bei mehreren europäischen Autoren des spätern Mittelalters, höchst wahrscheinlich an der Hand bezüglicher Angaben in den Schriften der Araber, die durch frühzeitigen regen Verkehr mit der ostasiatischen Welt mit Producten und Sitten derselben relativ wohl vertraut waren. Unter den Schriftstellern des 16. und 17. Jahrhunderts, deren Angaben über unsern Gegenstand grösstentheils heute noch Anspruch auf Genauigkeit und richtiges Urtheil erheben dürfen, sind besonders zu nennen: Garcia d'Orta, ein portugiesischer Arzt in Goa, berühmt durch seine anno 1563 erschienenen „Colloquios“ über indische Droguen, sowie der Kaufmann und Botaniker Rumphius, in der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts auf den holländischen Inseln des ostindischen Archipels verkehrend und durch sein mustergültiges „Herbarium Amboinense“ wohl bekannt. Die beim Betelkauen verwendeten Materialien variiren mannigfach in den verschiedenen asiatischen Distrikten, wie auch im Laufe der Zeiten; doch dürfen drei Substanzen gewissermaassen als Hauptingredienzen aufgeführt werden.

1) Die Areca-Nuss, der Same der stattlichen Palmenart Areca Catechu L., welcher besonders unter dem Namen Betelnuss bekannt ist, diese Bezeichnung jedoch lediglich wegen gemeinschaftlicher Anwendung mit dem Betelpfeffer erhielt, welch' letztere Pflanze dem Ausdruck: Betelkauen etymologisch zu Grunde liegt. Nach kurzer Beschreibung der Frucht und des Samens der Areca wird erörtert, wie der letztere, im Malaiischen Pinang, im Chinesischen Pin-lang, im Hindustanischen Supari, im Arabischen Fofal genannt, sowohl unter der Bezeichnung Fofal, Faufel wie auch Nux indica, Avellana indica, schon vor Jahrhunderten seinen Einzug in die europäische Materia medica feierte, um aber wieder obsolet zu wer-

den und erst in neuester Zeit wieder Aufnahme in der „British Pharmacopoeia“ und „Pharm. of India“ zu finden.

2) Die Blätter des Betelpfeffers (Piper Betle L.), einer wie die Arecapalme in dem ostindischen Inselmeer einheimischen Pflanze, zu den strauchartigen Schlingpflanzen gehörig und unter dem Namen Siri (Malaiisch), Pan (Hindustanisch), Tanbol, Tambul (Arabisch) bekannt, in der Tamilsprache: Vettilai, woher augenscheinlich die Ableitung: Betle, Betel.

3) Die Substanz „Chunnah, Chunnam“, d. h. ungelöschter Kalk, nach Angabe mancher Autoren zum Zwecke der Anwendung beim Betelkauen besonders durch scharfes Brennen von Muschel- und Schneckenschalen erhalten. In Beziehung auf den Modus des Betelkauens, dessen Wirkungen auf den Organismus sowohl von Eingebornen als Europäern als adstringirende, verdauungsbefördernde, antiseptische und zugleich schwach narkotische (betäubende) geschildert werden, ist zu bemerken, dass durch Umwicklung der in Scheiben geschnittenen Betelnüsse mit dem herzförmigen Blatte des Betelpfeffers und Auftragen von etwas Kalk der zum Kauen bestimmte Bissen geformt wird, der auf den Philippinen als „buyo“, an andern Orten unter andern Namen bekannt ist. Von Wohlhabenden werden diesen Hauptbestandtheilen noch mancherlei kostbarere Zusätze, als z. B. Borneokampher, Cardamomen und andere feine Gewürze, Aloeholz, ja selbst Moschus zugefügt.

Ausserdem aber sind verschiedene Ersatzmittel der Betelnuss im Gebrauch, welche theils als eigentliche Surrogate der Areca, theils auch als Beisätze in Frage kommen und neben andern Gründen darauf hinzuweisen scheinen, dass das ursprüngliche Betelkauen wohl nur die Betelblätter unter Zusatz von aromatischen Stoffen, vielleicht auch von Kalk betraf, während die Beigabe von Arecasamen und ähnlichen Dingen erst später erfolgt sein mag. Zu jenen Surrogaten gehören insbesondere die verschiedenen Catechuarten, extractförmige, im Handel längst wichtig gewordene Stoffe, von denen das dunkle Catechu (Cutch der Engländer, Kat oder Katti der Indier) das Produkt einer Mimosenart: Acacia Catechu L.,

das helle Catechu (Gambin des Handels, Gatta-Gambeer der Indier) dasjenige einer ganz verschiedenen Pflanze: Nauclea Gambir (Rubiacee) darstellt. Ausserdem scheint auch ein Catechu ähnliches Extrakt aus den Arecanüssen selbst häufige Verwendung beim Betelkauen zu finden. — In statistisch-kommerzieller Beziehung dürfte endlich der Erwähnung werth sein, dass die ursprünglich auf 50 bis 60 Millionen malaiischer Bewohner Asiens beschränkte Sitte des Betelkauens, ein für die seefahrende Bevölkerung Ostasiens geradezu typisches Bedürfniss, im Laufe der Zeit sich auf eine fast doppelte Zahl von Asiaten auch des eigentlichen Festlandes ausgedehnt hat und gegenwärtig westlich bis an die afrikanische Zanzibarküste, nördlich und östlich bis nach den Philippinen und chinesischen Küstenprovinzen, andererseits bis nach den Freundschafts- und Sandwichsinseln verfolgt werden kann. — Der Umstand, dass in dem letzten Jahrzehnd die durchschnittliche Ausfuhr nur von Arecanüssen jährlich für Sumatra 60,000 Ztr., für Cochinchina und Siam ebensoviel, für Ceylon 70,000 Ztr., für Bombay 40,000 Ztr. betrug, beweist, dass das Betelkauen nicht ohne Bedeutung für den asiatischen Markt ist. Die angegebenen Mengen, von denen übrigens ein namhafter Theil zu technischen Zwecken nach China abgehen soll, können übrigens ohne einen namhaften Zuwachs an Waare aus Singapoor, einem Hauptstapelplatze für Areca, dem Bedürfnisse nicht genügen, da sich der Verbrauch durch die malaiische Bevölkerung Asiens schon allein auf nahezu 500 Mill. Pfund per Jahr beziffert. — Neben den wichtigsten Ingredienzen für das Betelkauen (Arecafrüchten und -Samen, Areca-Extract, Acacia-Catechu in Pastillenform) wurden vorgewiesen 1) das zur Verkleinerung der Arecanüsse dienende Messer „Girri“ genannt, aus Ceylon, aus messingartigem Metall mit Stahlschneide, scheerenartig konstruirt; 2) eine zur Aufbewahrung und zum Mittragen der Betel-Ingredienzen bestimmte massive Büchse, gleichfalls aus gelber Kupferlegirung, einem sehr grossen Taschenuhrgehäuse vergleichbar, wohlgearbeitet, verziert und mit trefflichem Schluss, kurzer Kette (zum seitlichen Anhängen) und angefügtem spatelartigem Instrument. Ausser diesen Utensilien scheinen in den Häusern gutsituirter Betel-

kauer, namentlich in Siam, auch noch eigene Mörser und hölzerne Pistille zur Verkleinerung und Mengung der für complizirtere Betelmischungen bestimmten Substanzen im Gebrauche zu stehen.

Die von Herrn Optiker Ernst vorgewiesene und von Fouchet verbesserte Döbereiner'sche Zündmaschine (Pyrophore) unterscheidet sich von der bis jetzt gebräuchlichen dadurch, dass einerseits beim Zuströmen des Wasserstoffgases an den Platinschwamm gleichzeitig ein hell brennendes Ligroinlämpchen angezündet wird und anderseits beim Oeffnen und Schliessen des Hahns sich auch der Platinträger öffnet und schliesst, was diesen so leicht zerstörbaren Körper schützt. Der Apparat ist in sehr gefälliger Form construirt, total gefahrlos, dauerhaft und ermöglicht also sowohl bei Tag als bei Nacht, durch einen Druck mit dem Finger sofort ein brennendes Licht zu haben.

D. Sitzung vom 17. Februar 1879.

1. Dem Anerbieten der Società Veneto zu Padova, mit ihr in Tauschverkehr zu treten, wird einstimmig entsprochen.

2. Herr Dr. Phil. Hans Meyer meldet sich zur Aufnahme als ordentliches Mitglied der Gesellschaft.

3. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor, unter denen ein Geschenk von ca. 150 Bänden von unserm verehrten Mitgliede, Herrn Prof. Mousson, besonders zu verdanken ist:

A. Geschenke.

Von der Redaction der neuen Alpenpost.

Neue Alpenpost. IX. 4. 5. 6. 7.

Von Dr. P. A. Bergsma:

Bijdrage tot de Kennis ter kuste van Atje. 4. Batavia 1879.

Von Herrn Prof. Mousson:

Ungefähr 150 Bde. meistens physicalische Werke.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft Graubündens N. F. 21.

Verhandlungen der physic.-med. Gesellsch. in Würzburg. N. F. XIII. 1. 2.
Monatsbericht d. K. Preuss. Akad. zu Berlin. 1878 Sept. Oct.
Stettiner entomologische Zeitung XL. 1—3.
Zeitschrift der Oesterreichischen Gesellschaft für Meteorologie. XIII. 27. XIV. 1. 2.
Proceedings of the R. Geogr. soc. Vol. I. 2.
Mittheilungen aus dem naturw. Verein v. Neuvorpommern. 10.
Atti della R. Accad. dei Lincei. Serie III. Vol. III. 1. 2.
Rigaische Industrie-Zeitung. 1878. 23. 24.
Proceedings of the London math. soc. 136. 137.
Mémoires de la soc. d'émulation de Montbéliard. III. Vol. II. 1.
Neues Lausitzisches Magazin. LIV. 2. LV. 1.
Atti della società Veneto-Trentina di scienze nat. in Padova. Vol. V. 2.

D. Anschaffungen.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie 1877. 1. 2.
Repertorium d. litterar. Arbeiten aus dem Gebiete der Mathematik. Bd. II. 4.
Loango-Expedition. Abth. I. 8 Leipzig 1879.
Loango-Expedition. Meteorologische Beobachtungen. 4 Leipzig 1878.
Mémoires de la soc. Paléontologique Suisse. Vol. V.
Geographisches Jahrbuch. VII.
Annalen d. Chemie. Bd. 194. 1. 2.
Mojsisovic, E. Die Dolomitriffe von Süd-Tyrol etc. VI.
Gérard, Ch. Essai d'une Faune des mammifères sauvages de l'Alsace.

4. Herr Dr. Asper bespricht die Hydra der Limmat (Süsswasserpolyp) und begleitet seine Besprechung mit Vorweisung der lebenden Thiere. — Es sind ungefähr 150 Jahre verflossen, seit die Naturforscher im süssen Wasser ein polypenartiges Thier entdeckten, dem man nachher, weiter unten zu erwähnender Eigenthümlichkeiten wegen, den Namen Hydra gab. Der in Holland lebende Genfer Naturforscher Trembley war dann der erste, der sich mehrere Jahre lang daran setzte, das fabelhafte neue Thier in seiner Organisation und Lebens-

weise genauer zu schildern und dem wir denn auch so viel merkwürdige Beobachtungen über diesen Gegenstand verdanken, dass Karl Ernst von Baer das Erscheinen von Trembley's „Mémoires pour servir à l'histoire d'un genre de polypes d'eau douce" als den Beginn einer ganz neuen Epoche der Physiologie bezeichnen konnte. — Nach Trembley behandelten eine Reihe bekannter anderer Forscher des vorigen Jahrhunderts dieselbe Materie und gelangten zu übereinstimmenden Resultaten. Unter diesen sind besonders erwähnenswerth Rösel von Rosenhof, Réaumur und Schäffer. Sie alle beschrieben den anatomischen Bau der sogen. Süsswasserpolypen vortrefflich, sie erkannten die merkwürdige ungeschlechtliche Vermehrungsweise dieser Thiere und wunderten sich namentlich über die Lebenszähigkeit derselben, die selbst so weit geht, dass zerschnittene Polypen sich zu neuen ganzen Thieren zusammenfügen liessen, dass man sie, ohne ihren Tod herbeizuführen, umkehren konnte wie einen Strumpf etc. Es gelang diesen Forschern auch zu zeigen, dass, wenn man den fadenförmigen Körper des Thieres durch feine Schnitte vorn zerfranse, aus jedem Fetzen sich ein neues Thier herausbilde, ein Umstand, der zur Vergleichung dieser Polypen mit jenem sagenhaften Geschöpfe des Alterthums, mit der Hydra, führte und auch den spätern Namen desselben veranlasst hat. — Wenn man mit irgend einem Instrumente jene am Grunde unserer Limmat so häufigen Wasserpflanzen herausholt und dieselben in ein mit Wasser gefülltes Gefäss legt, so wird man bald eine grosse Zahl feinerer oder gröberer Fäden von weisser bis brauner Farbe gewahr werden, die den Blättern und Stielen solcher Pflanzen in Menge anhängen. Es sind Süsswasserpolypen. Das vordere Ende dieser etwa 5 Millimeter langen Fäden trägt sehr zarte, quirlförmig angeordnete feine Anhänge, die am lebenden Thiere in beständiger Bewegung sich befinden, sich bald verlängern, dann wieder verkürzen, sich drehen und krümmen nach allen Seiten. Ueber die Bedeutung dieser Anhängsel kommt man bald in's Klare. Begiebt sich nämlich irgend ein neugieriger kleiner Krebs oder eines jener fadenförmigen Würmchen, deren unser süsses Wasser in Unmasse beherbergen kann, in die Nähe jener Fä-

den, so werden sie gar bald von denselben umstrickt und getödtet, um nachher in dem Leib der Hydra zu verschwinden. Betrachten wir den eingefangenen Polypen mit einem Vergrösserungsglas, so zeigt sich der fadenförmige Körper des Thieres als ein Schlauch, dessen weiter Hohlraum vorn, im Centrum jener Fangfäden, so kann man jene zarten Anhänge bezeichnen, ausmündet. Nennen wir dieses Loch Mundöffnung. Wir werden nun auch finden, dass jener weite Hohlraum des Polypen sich auch in feine Fangfäden fortsetzt, so dass diese selbst hohl erscheinen. — Man hat die weite Höhlung der Hydren als Magen bezeichnet, indem hier allerdings die gemachte Beute aufbewahrt und verdaut wird. Ist dieses Geschäft beendigt, so zieht sich das gesättigte Thier wurmförmig zusammen und bringt es so fertig, die unverdaulichen Stoffe durch dieselbe Mundöffnung wieder auszuwerfen. Aber dieser sog. Magen dient nicht allein Verdauungszwecken. Die flüssigen, durch Verdauung erhaltenen Nährstoffe bleiben hier zugleich aufbewahrt und damit dieses primitive Blut, so kann man doch wohl jene Nährstoffe bezeichnen, mit allen Körpertheilen in Berührung gelange, wird jener innere Hohlraum von feinen Wimpern ausgekleidet, die durch beständige Bewegung dieses Blut herumtreiben. Diese Blutbewegung findet bei höheren Thieren in geschlossenen Gefässen statt oder das Blut bewegt sich dort zum mindesten in einer Bahn, die von dem Verdauungsapparate getrennt ist; hier aber dient ein und dieselbe Höhlung als Magen und Kreislauforgan. Endlich vollzieht sich in diesem Raume auch die Athmung. Indem nämlich durch die Mundöffnung Wasser in das Thier hineindringt, tauscht sich der in diesem Wasser enthaltene Sauerstoff mit vorhandener Kohlensäure der Blutflüssigkeit aus; das schlechte, zur Athmung untaugliche Wasser wird durch eine lebhafte Contraction des Körpers wieder durch die Mundöffnung entfernt. Dass eine solche Ein- und Ausathmung unvollkommen ist, leuchtet ein, wenn man bedenkt, dass mit dem ausgestossenen Wasser oft auch noch brauchbares Blut mit hinausgeworfen wird. — Wenden wir uns zum mikroskopischen Bau der Hydren. Die ältern Forscher haben uns wenig Brauchbares hierüber geliefert, fehlte ihnen doch jenes wich-

tige Instrument fast gänzlich, mit dem unser Jahrhundert Entdeckung auf Entdeckung macht: Das Mikroskop. — Unter dem Einfluss der von Dujardin aufgestellten Sarcodelehre studirte E c k e r den Bau unsers Thieres. Er behauptet, der Körper desselben bestehe nicht aus Zellen, sondern aus zusammenhängenden Massen contractiler Substanz; in scharfsinnigster Weise werden die an der Hydra so leicht sichtbaren Zellen als bloss scheinbare erklärt. — Nachdem Leydig die Ecker'sche Auffassung gründlich widerlegt, wurde der feinere Bau der Hydren weiter aufgeklärt durch verdienstvolle Arbeiten von Kölliker und Reichert, bis endlich Kleinenberg durch eine besondere Monographie die sämmtlichen Gewebe der Hydra des ausführlichsten beschrieb und manche bis dahin räthselhafte Punkte aufzuklären suchte. Längere Beobachtungen über denselben Gegenstand führten mich zum Theil zu Bestätigungen von Kleinenbergs Arbeit, theils aber auch zu Abweichungen, die sich vielleicht zum Theil darauf zurückführen lassen, dass unsere Hydra der Limmat ein von den von Kleinenberg untersuchten verschiedenes Thier ist. — Es sind vor allem aus zwei Zellschichten, die den Leib der Süsswasserpolypen zusammensetzen: eine äussere, das sogenannte Ektoderm und eine innere, das Entoderm. — Die letztere Zelllage stellt sich aus kugligen bis prismatischen, membranlosen Zellen her, deren Inhalt der Träger der charakteristischen Farbstoffe ist. Wir treffen nämlich in diesen Zellen der Limmathydra bald braune, bald orangerothe Farbkörner, die zum Theil jedenfalls von der Nahrung der Thiere herrühren. Füttern wir sie nämlich mit braun gefärbten Insectenlarven, dann erscheinen solche Polypen tief braun pigmentirt, ein Umstand, der wohl Veranlassung zu dem Namen unserer Limmathydra gegeben hat; wir finden dieses Thier nämlich als Hydra fusca beschrieben. — Wenden wir aber als Fütterungsmittel die in der Tiefe des Zürichsees in fabelhafter Zahl vorkommenden kleinen Krebschen an, so ändert sich die braune Farbe derselben Polypen in eine entschieden orangerothe um. Gerade jetzt sind nämlich diese Flohkrebschen und Cyclopen unseres Sees schön orangefarbig und diese Färbung verdanken sie grossen, rothen Oeltropfen, die in

grosser Zahl in der Leibeshöhle gelegen sind und die natürlich den gefrässigen Hydren eine willkommene Nahrung darbieten. Es möchte uns hieraus fast hervorgehen, die aus Deutschland beschriebene Hydra aurantiaca wäre mit unserer Hydra fusca identisch. Einen sehr charakteristischen Bau zeigt das Ektoderm der Hydren. Wir treffen darin grosse, kuglige Zellen an, die nach der Innenseite hin ein bis mehrere wurzelartige Ausläufer bilden. Diese letzteren breiten sich zwischen Entoderm und Ektoderm zu einer faserigen Zwischenschicht aus. Kleinenberg hält diese Fasern offenbar mit Recht für die contractilen Elemente des Thieres. Den kugligen Theil dieser sonderbaren Zellen glaubt er für befähigt, Empfindungen wahrzunehmen und nach Art von wirklichen Nerven diese den anhängenden kontraktilen Fasern, die als Muskeln wirken, mitzutheilen. Wir hätten es in diesem Falle mit Zellen zu thun, die in sich die Funktionen von Nerven und Muskelapparaten vereinigen, die also folgerichtig als Neuromuskelzellen bezeichnet werden können. Ausserdem trifft man in diesem Ektoderm noch kleinere Zellen an, welche die Interstitien jener Neuromuskelzellen ausfüllen und welche namentlich bei der geschlechtlichen Vermehrung unserer Thiere eine grosse Rolle zu spielen scheinen. — Die Vermehrung der Süsswasserpolypen geschieht auf zweierlei Weise: ungeschlechtlich durch Knospenbildung und geschlechtlich durch Eier und Samenfäden. Die Knospenbildung der Limmathydra ist nicht abweichend von derjenigen andrer Hydren, sie mag also bloss erwähnt werden; anders ist es mit der geschlechtlichen Vermehrung. — Die bis jetzt genauer untersuchten Süsswasserpolypen waren alle zwittrig, d. h. Eier und Samenfäden entwickelten sich an ein und demselben Thier. Die Hydra der Limmat ist eingeschlechtlich, wir finden deutlich zu unterscheidende Männchen und Weibchen. — Die männliche Hydra zeigt an ihrer ganzen Oberfläche zerstreut weisse zitzenartige Pusteln, welche unter dem Mikroskop sich angefüllt zeigen mit ungeheuren Mengen feiner Samenfäden, die in lebhaft wimmelnder Bewegung sich befinden. Die Samenfäden selbst nehmen ihren Ursprung aus den Zellen jenes interstitiellen Gewebes des Ektoderms, welches sich vorher zur Bildung der

Samendrüse, so können wir die einzelne Pustel nennen, durch reichliche Zelltheilung vergrössert. Von Zeit zu Zeit werden die fertigen Samenmassen durch Platzen der Umhüllung an der äussern Fläche des Thieres entleert. Die Weibchen der Limmathydra tragen im geschlechtsreifen Zustande von oben bis unten an ihrem Körper weisse undurchsichtige Kügelchen. Es sind die von blossem Auge leicht sichtbaren Eier. Die Zahl derselben wechselt; ich habe Weibchen mit nur einem Ei, andere aber mit 6—10 Eiern getroffen. Leider konnte die Furchung und Weiterentwicklung der Eier bis dahin nicht verfolgt werden. — Die Zeit dieser geschlechtlichen Vermehrung fällt zwischen November und Januar. — Wenn Hydra fusca und Hydra aurantiaca wirklich, wie wir vermuthen, identisch sind, so hätten wir es bei unserer Limmathydra mit einer neuen Species zu thun, da Kleinenberg Hydra aurantiaca als Zwitter beschreibt. — Schliesslich sei es gestattet, einige speculative Schlüsse aus dem gewonnenen Resultate zu ziehen. Man wird zugeben, dass ein eingeschlechtliches Thier auf einer höhern Stufe der Entwicklung steht, als seine zwittrigen Verwandten. Nehmen wir also an, die einst im Meere lebende Stammform aller Hydren wäre zwittrig gewesen, dann hat sich die Limmathydra zum eingeschlechtlichen Thier entwickelt in Folge besserer Existenzbedingungen, die vor allem im fliessenden Wasser zu suchen sind. Ihre sumpfbewohnenden Verwandten blieben auf der niedrigeren Zwitterstufe stehen. — Oder vielleicht war jene Stammform eingeschlechtlich, dann haben sich die Limmathydren auf höherer Rangstufe des fliessenden Wassers wegen behaupten können; ihre Verwandten des stehenden Wassers bildeten sich aber zurück und wurden zwittrig. Wir halten die letztere Ansicht für richtiger.

5. Herr Prof. Heim weist zwei von ihm hergestellte Reliefs vor, welche bei dem Geologieunterricht als Demonstrationsmittel dienen sollen, und bespricht dieselben. Das eine stellt einen Gletscher, das andere eine vulkanische Insel dar. Beide werden später in der geologischen Sammlung des Polytechnikums aufgestellt werden.

6. Herr Professor Fliegner macht eine Mittheilung über Versuche zur Theorie der Vollturbinen. — Die gebräuchlichen Turbinen-Theorien machen stets die Annahme, dass alle Wasserelemente beim Strömen durch die Canäle des Laufrades genau geführt seien. Das ist gleichbedeutend mit der Voraussetzung einer unendlich grossen Zahl unendlich dünner Schaufeln. Dreht sich das Rad dann nicht mit der richtigen Geschwindigkeit, so erfahren die einzelnen Wassertheilchen beim Eintritte ins Laufrad eine plötzliche Richtungs- und Geschwindigkeits-Aenderung. Der dadurch hervorgebrachte Widerstand wird nach dem Carnot'schen Satze über den Stoss vollkommen unelastischer Körper berechnet. Zu diesem Widerstande müsste dann noch die eigentliche Canalreibung hinzugefügt werden. — In Wirklichkeit ist aber die Anzahl der Schaufeln und Canäle stets eine verhältnissmässig sehr kleine. Es wird daher ein auch nur sehr kleiner Theil sämmtlicher Wasserelemente durch die Schaufeln geführt, die übrigen können unter Umständen, dem Beharrungsvermögen folgend, ganz andere Bahnen zurücklegen. Verglichen mit den aus der Hydraulik bekannten elementaren Widerständen bei der Bewegung des Wassers durch geschlossene Leitungen hätte man es bei ungenauem Eintritt eigentlich mit einem Rohrkniee und einer darauf folgenden Rohrkrümmung mit veränderlichem Querschnitte zu thun. Beide folgen sich aber so unmittelbar, dass die beidseitigen Contractionen in einander übergehen, man also die gewöhnlichen, für solche Widerstände gefundenen Coefficienten nicht benutzen darf; dieselben müssen durch besondere Versuche bestimmt werden. — Aeltere, unmittelbare Bestimmungen des fraglichen Widerstandes liegen nur von Weisbach vor und zwar an zwei Canälen, aber nur für genauen Eintritt. Der eine ist länger, enger und verhältnissmässig schwächer gekrümmt als der andere, und zeigt dabei kleinere Widerstände. Dieses Verhalten lässt sich mit der gebräuchlichen Anschauung über den Vorgang, nach welcher man hier nur Canalreibung haben sollte, nicht vereinigen. Fasst man den Canal aber als eine Krümmung auf, so lässt sich dieses Ergebniss als nothwendig nachweisen. — Der Vortragende geht dann über zur Be-

sprechung einer eigenen umfassenderen Versuchsreihe, unter Vorweisung der benutzten Canäle. Diese hatten, neun an Zahl, verschiedene Formen. Die Veränderung der relativen Eintrittsrichtung des Wassers wurde durch verschieden geneigte prismatische Einlauf-Canäle hervorgebracht, an welchen die Turbinen-Canäle, gut abgedichtet, angeschraubt wurden. Diese Versuche beweisen in ihrem ganzen Verlauf und dem numerischen Betrage der Widerstandscoefficienten die Unrichtigkeit der gewöhnlichen Auffassung des Vorganges und der gebräuchlichen Art, die betreffenden Widerstände in die Rechnung einzuführen. Namentlich deutlich zeigt sich diese Unrichtigkeit durch die Lage der günstigsten, die geringsten Widerstände ergebenden relativen Eintrittsrichtung. Während dieselbe nach der alten Anschauung stets mit der Richtung der geometrischen Schaufel-Tangente an der Eintrittsstelle in den Canal zusammenfallen sollte, weicht sie in Wirklichkeit im Allgemeinen von derselben ab, in einem Falle bis über 60°. Der Grund liegt in den durch den ungenauen Eintritt und die Krümmungsverhältnisse und Querschnittsänderungen der Canäle bedingten Contractionen. Die Art dieser Contractionen wurde durch Zeichnungen einigermassen zu erläutern gesucht. Eine Verfolgung der Vorgänge auf dem Wege der Rechnung ist nicht möglich. Schliesslich wurden noch einige empirische Formeln erwähnt, welche eine Einführung der untersuchten Widerstände in die Berechnung der Turbinen ermöglichen.

E. Sitzung vom 3. März 1879.

1. Herr Dr. Hans Meyer wird einstimmig als ordentliches Mitglied der Gesellschaft aufgenommen.

2. Die „Société Linnéenne du Nord de la France" wünscht mit unserer Gesellschaft in Tauschverkehr zu treten, welchem Gesuche bereitwilligst entsprochen wird.

3. In Verhinderung des Herrn Bibliothekars legt der Actuar folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor:

A. Geschenke.

Von Hrn. Otto Struve:

Observations de Poulkowa. Vol. IX.

Von Hrn. Dir. E. Regel:

Acta horti Petropolitani. V. 2.

Von Hrn. Dr. H. Karsten:

Karsten, H. Entwicklungserscheinungen der Zelle.
" " Die medicinischen Chinarinden Neu Granadas.
" " Die Fäulniss und Ansteckung.

Von der Bundeskanzlei:

Rapport mensuel sur la ligne du S. Gothard. 71.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Jahresbericht der Nicolai Hauptsternwarte von O. Struve. 1878.
Annalen des physical. Centralobservatoriums. Herausgeg. von H. Wild. 1877.
Nachrichten von d. G. d. W. auf der Akad. d. W. 1878.
Monatsbericht der Preuss. Akad. z. Berlin. Nov. 1878.
Lehrbuch d. k. k. geolog. Reichsanstalt, 1878. 4.
Mémoires de la soc. des sciences de Bordeaux. III. 1.
Transactions of the Wisconsin academy. Vol. III.
Transactions of the Connecticut academy. Vol. III. 2.
Berichte der Deutschen chemischen Gesellschaft. XII. 1—3.
Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft. XIII. 4.
Zeitschrift der deutschen geolog. Gesellschaft. XXX. 4.
Sitzungsberichte der physical.-med. Societät zu Erlangen. 10.
Bulletin de la soc. math. de France. VII. 1.
Miscellaneous publications. Nr. 10.
Bulletin of the U. S. geolog. and geogr. survey. IV, 1. 2.

C. Anschaffungen.

Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere. Herausgegeben v. J. Moleschott. XII. 2.

4. Herr Prof. Dr. Weith spricht über die Constitution der „aromatischen Verbindungen". Die Chemie der organischen Substanzen kennt eine grosse Zahl von Fällen, wo verschiedene

Körper mit verschiedenen chemischen Eigenschaften die gleiche chemische elementare Zusammensetzung haben. Der Unterschied beruht dann nicht in der Zahl und Art der Elementaratome, sondern in ihrer Gruppirung. Von dem Benzol, welches aus 6 an einander geketteten Kohlenstoff-Atomen besteht, mit welchen 6 Wasserstoffatome verbunden sind, lassen sich eine ganze Reihe von Substanzen theoretisch ableiten und wirklich darstellen, von welchen je drei trotz allerlei Verschiedenheiten unter einander doch die gleiche atomistische Zusammensetzung haben. Es ist den Chemikern gelungen, die verschiedene Stellung der Atome bei solchen „isomeren" Substanzen nachzuweisen und für viele einzelne Fälle die genaue gegenseitige Stellung der Atome, die man doch niemals sehen kann, durch unzweideutige Schlüsse zu erkennen. Der Vortragende hat ein neues Mittel gefunden, leicht und rasch bei vielen der vom Benzol abgeleiteten Substanzen zu unterscheiden, ob die Atome dieser Substanzen die eine, oder eine der beiden andern verschiedenen möglichen Stellungen einnehmen. Bringt man die Substanzen der einen Atomgruppirung mit einer Lösung von Kupfervitriol zusammen und setzt Natronhydrat zu, so bleiben die Substanzen in blauer oder grüner Lösung; verfährt man in gleicher Weise mit den isomeren Substanzen anderer Atomgruppirung, so entsteht ein blauer kupferhaltiger Niederschlag (dazu Experimente). Hieran knüpfte sich eine lebhafte Discussion.

5. Herr Prof. Dr. Karl Mayer hält einen von Vorweisungen begleiteten Vortrag über „das Londonian am Sentis". Die Schichten der Tertiärformation, welche so reich im Pariser, Wienerbecken und in Oberitalien entwickelt sind, kommen in der nördlichen Zone der Alpen in mächtiger Entwicklung und Verbreitung vor. Es ist dem Vortragenden in den letzten Jahren gelungen, die meisten Unterabtheilungen der ausseralpinen Tertiärformation auch in den alpinen Bildungen wieder nachzuweisen, doch fehlten stets noch die untersten Stufen des Untertertiären (die Stufen Flandrian, Suessonian und Londonian oder Londonthon). Endlich hat der Vortragende eine dunkle, thonige Austernschicht an der

Fähnern (Sentisgruppe) gründlich auf Versteinerungen ausgebeutet. Es fanden sich unter ca. 200 Stücken 28 verschiedene bestimmbare Arten (Meerthiere), deren Mischung und Vorkommen anderwärts darüber keinen Zweifel lässt, das dies die alpinen Repräsentanten der Londonstufe der Untertertiärbildungen sind. Damit ist in der Ausarbeitung der Parallelisirung der alpinen Sedimentgesteine mit den ausseralpinen wieder ein neuer Schritt gethan.

6. Herr Dr. Asper weist die sog. Wintereier der Cristatella mucedo, eines für Zürich neuen Moosthierchens vor, welche er an verschiedenen Wasserpflanzen der Limmat gefunden hat. Nach den Untersuchungen des englischen Zoologen Allman sind dieselben nicht eigentliche Eier, sondern ungeschlechtlich erzeugte Knospen, welche von Allman als Statoblasten bezeichnet werden. Sie zeigen eine linsenförmige Gestalt, haben einen Durchmesser von 1—2^{mm} und sind von brauner Farbe. Ihr Rand ist mit einer Menge lufthaltiger Zellen versehen, dem sog. Schwimmring und zeigt ausserdem mit je zwei Widerhaken versehene Dornen. Interessante Verhältnisse bietet ein lebend demonstrirter kleiner Wurm, dessen durchsichtiger Körper besonders schön die Contractionen der mit rothem Blut erfüllten Gefässe zeigt. Wahrscheinlich gehört derselbe in die von Grube aufgestellte Gattung Lumbriculus, weicht jedoch in einigen Merkmalen von den bis jetzt beschriebenen Lumbriculusarten ab. — In einem grössern Glase werden endlich jene wunderbaren kleinen, kaum ein Millimeter langen Krebse vorgewiesen, welche unsern Zürichsee in zahllosen Mengen bevölkern, die jedoch nur zur Nachtzeit an die Seeoberfläche kommen. Den Tag über leben sie am Grunde der Gewässer und sind daher bis vor wenigen Jahren der Beobachtung entgangen. Nachdem dann Prof. A. Weismann diese Tiefseefauna zuerst im Bodensee entdeckte und untersuchte, wurden dieselben Beobachtungen für den Genfersee von Prof. Dr. F. A. Forel gemacht. Der Zürichsee ist bis jetzt darauf hin nicht genauer erforscht worden. Die grosse Mehrzahl dieser kleinen Wesen sind in die Ordnung der Ostracoden, Copepoden und Cladoceren einzureihen.

Herr Prof. Heim erwähnt, dass diese Thierchen zu einem grossen Theil die Schuld an den oft an Seeufern stattfindenden Versenkungen tragen (Horgen, Zug etc.), indem deren abgestorbene Reste einen wesentlichen Theil des feinen Schlammes ausmachen, der sich aus dem Wasser absetzt, dann unter den später ihn überdeckenden Kiesablagerungen der Bäche oder künstlichen Ausfüllungen von Zeit zu Zeit seitlich ausweicht und über das Seegehänge hinunterfliesst, während die oberen festeren Schichten um die Dicke der Schlammschicht vertikal versinken.

F. Sitzung vom 17. März 1879.

1. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor:

A. Geschenke.

Von dem Eidgenöss. Bauinspectorate:

Schweizerische hydrometrische Beobachtungen. 1878. Jul.—Dec.

Von Hrn. Professor Schär:

Massa. Epistolae medicinales. 4 Venetiis. 1550.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. 3. Folge. Band 3.
Berichte d. naturwissensch.-med. Vereins in Innsbruck. VIII. 1.
Proceedings of the R. geogr. soc. N. S. Vol. I, 3.
Zeitschrift d. österreich. Gesellsch. f. Meteorologie. XIV. 3.
Berichte des naturwissensch. Vereins an d. technischen Hochschule in Wien. 1-3.
Bulletin of the Museum of comparative Zoology. V. 8. 9.

C. Anschaffungen.

Schmidt, Ad. Atlas der Diatomaceenkunde. 12—16.
Poggendorf, J. C. Geschichte der Physik. 2. 3.
Figuier, Louis. L'année scientifique. XXII.
The transactions of the entomological soc. 1878. 4.
Schweizerische meteorologische Beobachtungen. XIV. 5. XV. 5.
Annalen der Chemie. Bd. 195. 3.

2. Herr Moritz Schröter erklärt in Folge seiner Ernennung zum ausserordentlichen Professor der Maschinenlehre an der technischen Hochschule in München seinen Austritt aus unserer Gesellschaft.

3. Herr Professor Heim weist ein Relief, welches die Formen der Erosionsthäler und Schluchten erläutert und zum Gebrauch bei geologischen Vorlesungen bestimmt ist, vor. Es ist dasselbe das vierte Relief, welches derselbe im Laufe dieses Winters hergestellt hat (ausgestellt in der geologischen Sammlung des Polytechnikums).

4. Herr Professor Schär hielt einen Vortrag „über die ätherischen Oele in ihren geschichtlichen und naturwissenschaftlichen Beziehungen", dessen Inhalt hier nur in Kürze angedeutet werden kann. Nach einigen einleitenden Bemerkungen über die Bedeutung der an ätherischen Oelen reichen Pflanzenstoffe im Welthandel des Alterthums und Mittelalters wurde auf die verschiedenen Gruppen der hierher gehörigen Substanzen hingewiesen und daran erinnert, in welchen verschiedenen Richtungen früherhin die ätherischen Oele indirect, d. h. in Form verschiedenster pflanzlicher Drogen zur Verwendung gelangt. Unter den vier hauptsächlichsten Kategorien der medicinischen Stoffe, der kosmetischen Substanzen, des Räucherwerks und der Wohlgeruchsmittel, sowie der Gewürze, die in der Literatur früherer Jahrhunderte eine so wichtige Rolle spielten, sind zunächst die in den biblischen Schriften vorkommenden Räuchermittel und wohlriechenden Stoffe als die historisch auffallendsten zu nennen, so u. A. das Sandelholz, Boellium und Myrrhe, Galbanum und Storax, Zimmet und Costus, indischer Nardus und Aloeholz. In späterer Zeit waren es namentlich die an ästherischem Oel mehr oder weniger reichen eigentlichen Gewürze, welche, zumeist in Vorderindien und dem ostasiatischen Archipel produzirt, die Aufmerksamkeit und commercielle Thätigkeit zunächst der Araber, dann der Abendländer, insbesondere der Italiener, Portugiesen, späterhin der Holländer wachriefen und so zu systematisch fortgesetzten Handelsbeziehungen mit dem Oriente führten, unter denen die italienischen Handelsrepubliken, die

portugiesischen Seefahrten und die spätern Kolonisationen als sprechende Zeugen menschlicher Energie, freilich auch menschlichen Eigennutzes hervorragen. Unter die wichtigsten, diesen Epochen des Welthandels angehörigen, wenn auch theilweise schon im klasssischen Alterthum bekannten Gewürzen sind die Pfeffer und Kardamomenarten, der Ingwer, Gewürznelken, Macis und Muskatnüsse und auch Kampher zu zählen. Ausserdem ist zu erwähnen, dass in Asien selbst, als dem Produktionslande vieler durch ihr ätherisches Oel wichtiger Drogen, vermuthlich schon frühe einzelne ätherische Oele als solche durch mehr oder weniger einfache Prozeduren bereitet und als Handelsgegenstände in Gebrauch gekommen sind, wie sich dies namentlich vom Oel des Sandelholzes, von den Oelen der ostindischen Andropogon-Gräser, vom Zimmetöl und Kampheröl, vom Rosenöl und Ajowanöl, vielleicht auch vom Cajeputöl nachweisen lässt. Von diesen asiatischen Oelen mögen einzelne während des Mittelalters in die Pharmazie und Medizin eingeführt worden sein; was aber die Bereitung und daherige grössere Bedeutung der ätherischen Oele im Abendlande selbst betrifft, so muss dieselbe als relativ neuern Datums bezeichnet werden, d. h. sie fällt in den Ausgang des Mittelalters. Wohl sind, wie sich dies namentlich aus H. Blümner's trefflichem Werke über die Gewerbe der alten Völker ergibt, einzelne Oele, insbesondere ätherische Oele von Coniferen, schon zur Zeit des römischen Reiches zu bereiten versucht worden und auch arabische Aerzte, sowie späterhin einzelne Alchimisten, wie etwa Raymund Lull im 14. Jahrhundert, haben zweifelsohne sich mit der Bereitung und Erforschung einiger ätherischer Oele befasst; doch fällt der Beginn ihrer Darstellung in Europa und damit zugleich ihrer Verwendung als Heilmittel — denn diese war das primum movens für deren Darstellung — erst in das 15. und 16. Jahrhundert. Eigenthümlich erscheint hiebei, dass, während eine grössere Zahl der bekannten ätherischen Oele erst im 16. Jahrhundert im Abendlande bereitet wurden, im darauffolgenden, dem 17. Jahrhundert, dieselben bereits in Medizin und Pharmazie eingebürgert erscheinen und als „offizinelle“ Stoffe in der bezüglichen Literatur figuriren, wie denn z. B. in einer amtlichen

Apothekertaxe der deutschen Reichsstadt Speyer vom Jahre 1614 schon 45 ätherische Oele — worunter das damals freilich noch seltenere Kamillenöl und Rosenöl — aufgeführt, und mit ihren Preisen versehen sind. — Unter den Persönlichkeiten des 16. Jahrhunderts, welche die Kenntniss und Einführung der äther. Oele theils durch erste Darstellung derselben, theils durch Beschreibung und Publikation bezüglicher Schriften besonders gefördert haben, müssen vor allem genannt werden 1) Valerius Cordus, Prof. in Wittenberg, † 1544; stellte in Europa wahrscheinlich zuerst Zimmet- und Nelkenöl dar, bemerkte das Kristallisiren des Anisöles, 2) Hieronymus Brunschwyg, Verfasser eines „Neuen Destillirbuch's“ 1500, 3) G. H. Ryff, ebenfalls Verfasser eines gleichbenannten Werkes im Jahre 1556, 4) Joach. Camerarius in Nürnberg, erster Darsteller des Kamillenöles, 5) Giovanni Battista Porta in Neapel, stellte in den letzten 2 Dezennien des 16. Jahrhunderts das Neroliöl, Rosmarinöl, Rosenöl und andere dar. — Bei Benützung der Literatur des Mittelalters und Alterthums müssen, wenn Irrthümer und Verwechslungen vermieden werden sollen, die Ausdrücke: Oel, oleum mit Vorsicht interpretirt werden, da viele Oele der Alten, wie z. B. das Rosenöl, lediglich durch Digestion mit aromatischen Pflanzenstoffen riechend gewordene fette Oele darstellten; in späterer Zeit kamen namentlich wässrige Lösungen äther. Oele in Form ausserordentlich zahlreicher sog. destillirter Wasser in Gebrauch und erst an diese reihten sich die eigentlichen äther. Oele an. Doch auch hier muss daran erinnert werden, dass in der Pharmazie des Mittelalters neben den aus einheimischen Pflanzen wie Labiaten und Umbelliferen, sowie aus importirten Gewürzen dargestellten ätherischen Oelen in der eigentlichen Bedeutung dieses Wortes eine grosse Kategorie von Oelen zu Heilzwecken Verwendung fand, die auf dem Wege der trockenen Destillation aus Harzen, Pflanzenstoffen und Thierstoffen verschiedener Art erhalten wurden und, obwohl jeweilen unveränderte äther. Oele enthaltend, doch von gegenwärtigem chemischem Standpunkte aus als komplizirtere Gemenge zu betrachten sind, deren Bedeutung für die Gegenwart sich nur in wenigen Ausnahmsfällen erhalten hat. — Auf die naturhistorische Seite der äther. Oele übergehend,

wurde nach kurzer Erörterung der botanisch-morphologischen Verhältnisse und der Gewinnungsarten der äther. Oele, welche man in die zwei Klassen der in den Pflanzen präformirt enthaltenen und der erst durch chemische Reaktion und Zerfall pflanzlicher Stoffe gebildeten eintheilen kann, insbesondere auf die Thatsache hingewiesen, dass nicht allein bei vielen Pflanzen in deren verschiedenen Organen gleichzeitig äther. Oele von gänzlich verschiedenen physikalischen und chemischen Eigenschaften vorkommen, sondern dass auch in ein und demselben Pflanzengewebe zu verschiedenen Altersperioden Oele von verschiedenem Geruch und differirenden sonstigen Merkmalen auftreten können. Als ein besonders auffallendes Beispiel für dieses Faktum, dessen häufigeres Vorkommen zweifellos scheint, kann der Ceylonzimmtbaum angeführt werden, in dessen Rinde sich in der ersten Zeit ihrer Bildung ein wanzenartig riechendes Oel findet, welches später dem bekannten, fein aromatischen Zimmtöle Platz macht, während gleichzeitig die Wurzel der Pflanze ein mit dem gewöhnlichen Campher nahe verwandtes Oel, die Blätter aber ein Oel von deutlichstem Nelkengeruch führen. Auch in Beziehung auf die speciell physikalischen Eigenschaften der äther. Oele, wie Farbe, Drehung des polarisirten Lichtes und Siedepunkt kommen zahlreiche Eigenthümlichkeiten und unerklärte Thatsachen vor, auf welche in diesem Referate nicht näher eingetreten werden kann. — Die chemischen Verhältnisse betreffend, wurde eine Uebersicht über die wichtigeren in den äther. Oelen vorkommenden Gruppen von organischen Stoffen gegeben, sodann in näherer Erörterung darauf hingewiesen, dass die wissenschaftliche Erkenntniss derjenigen chemischen Substanzen, welche das auffallendste Merkmal derselben, nämlich den Geruch bedingen, vielfach absolut ungenügend und in den ersten Anfängen geblieben sei und schliesslich wurde die Besprechung der höchst interessanten Wirkungen des atmosph. Sauerstoffs auf ätherische Oele auf spätern Anlass vertagt.

5. Herr Prof. C. Cramer weist einige mikroskopische Kunstwerke vor, welche geeignet sind, die im Laufe der letzten Dezennien in der Anfertigung gewisser mikroskopischer Objecte erzielten Fortschritte zu erläutern, nämlich zunächst 2

ca. 20 Jahre alte englische Präparate und zwar 13-strahlig auf eine nicht über 0,85 Millimeter lange Ellipse künstlich geordnete Exemplare von Surirella biseriata (eine einzellige Folge aus der Gruppe der Diatomaceen), ferner eine Gruppe von 26 Polycystinen (kieselschalige Rhizopoden), in zwei konzentrische Kreise, deren äusserer 1 Millimeter weit ist, bildend, ein Stück im Zentrum; weiterhin eine Reihe von Präparaten aus dem berühmten Institut für Mikroskopie von J. D. Möller in Wedel (Holstein) und zwar 1) die Diatomaceen-Probeplatte, 20 in einer Reihe stehende, von links nach rechts fortschreitend immer feiner gezeichnete und daher zur Erkennung auch immer vorzüglichere optische Leistungen von Seite des Mikroskopes erfordernde Diatomaceen enthaltend (Preis 18 Mark). 2) Die Diatomaceen-Typenplatte mit 400 auf einem Flächenraum von bloss 10 □-Millimeter auf's Sauberste, systematisch zusammengestellte, zum grossen Theil prachtvolle Sorten (Preis 75 Mark). 3) Die Diatomaceen-Typenplatte mit 100 Arten, deren jede unter sich den Namen trägt, so dass, wenn man eine beliebige Art durch's Mikroskop sieht, zugleich der zugehörige Name zu lesen ist. Die Pflänzchen sammt den mikrophotographischen Namen bedecken einen Flächenraum von 7,4 □-Millimeter (Preis 30 Mark). 4) Die Typenplatte der Seeigelstacheln, 12 ungemein dünne Querschliffe durch Seeigelstacheln von blos 0,25—7,7 Millimeter Durchmesser enthaltend, deren jeder aus im Allgemeinen konzentrisch zu durchbrochenen Rosetten vereinigten, krystallinischen, bald farblosen, bald blassgelben oder rosafarbigen Kalkkörperchen besteht und einigermassen an elegante, gestickte Schutztüchlein auf Sopha's etc. erinnert (Preis 18 Mark). Endlich im Anschluss daran mit Hülfe vorzüglicher Theilungsmaschinen mittelst des Diamanten auf Glas geritzte, in 10, 100, ja sogar 1000 gleiche Theile getheilte Millimeter, von denen jene zur mikroskopischen Messung, diese zur Prüfung der optischen Leistung des Mikroskopes verwendet werden.

[A. Weilenmann.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung.)

269 (Forts.) Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1826 III 25. (Forts.) Es wird sich bald entscheiden, ob Parrot zur Academie kommen wird; das wäre eine wichtige Acquisition, da seit Kraft's Tode das Fach der Physik so gut wie gar nicht besetzt gewesen ist. — Was Sie mir von Ihren Arbeiten für das physikalische Wörterbuch sagen, macht mich sehr neugierig diese neue Ausgabe bald zu besitzen, um so mehr, da Sie alle Artikel, die auf die Marine Bezug haben, bearbeiten. — Sie fragen nach meiner Gesundheit, und sind selbst so leidend, wie ich es wohl aus Ihrem Brief absehen kann. Erhalten Sie die Ihrige, die meinige ist von keinem Belang. Im vorigen Jahre war ich sehr übel daran; der kurze Aufenthalt auf dem Lande war mir sehr wohlthätig, und wo möglich werde ich auch in diesem Jahre eine solche Reise machen, denn seit einigen Wochen kehren meine Uebel wieder. Das hiesige Klima bekommt mir überhaupt nicht. Sobald ich mit meinem Atlas ganz fertig bin, so kehre ich wohl ganz aufs Land zurück; im künftigen Jahre sind auch meine 40 Dienstjahre um, so dass ich wohl hoffen darf beurlaubt zu werden. Aber auch schon aus einer andern Ursache muss ich mich zurückziehen. Ich muss jährlich 5—6000 Rbl. von meinem Capital zusetzen, d. h. um so viel jährlich meine Schuldenlast vergrössern und das kann ich nicht lange mehr aushalten.

Nell de Bréauté an Horner, La Chapelle 1826 V 1. Je vous dois mille remercimens pour vos brochures qui seront distribués dans notre marine où votre méthode est connue et appréciée depuis longtemps et où l'on désire beaucoup l'apparition de ces nouvelles tables que vous avez promises. Veuillez accepter la petite brochure que j'ai l'honneur de vous envoyer ci-joint; elle est d'un jeune officier de la Coquille qui est de ce pays et qui est attaché à la rédaction du voyage de Mr. Duperrey dans lequel il a servi avec une grande distinction malgré son extrême jeunesse. — Vous allez me trouver bien hardi Monsieur d'oser moi pauvre Amateur de campagne, émettre une opinion sur les instrumens de réflexion; je vous avoue que je partage tout-à-fait l'opinion de Mr. Sabine sur les

cercles et les sextans, non pas sur les cercles de Troughton semblables à ceux que vous aviez dans votre voyage, qui me paroissent d'un usage incommode et qui n'étoient pas répétiteur. Les sextants de Gambey sont les seuls qui me paroissent excellens. Son mécanisme pour monter les miroirs est tellement solide que les secousses ne produisent point de changement dans l'erreur de collimation; ensuite son système de division rend les erreurs d'excentricité impossible. Le vernier donne directement 5″ et on peut dans les instrumens de 10 pouces de rayon juger d'un tiers très facilement. Je lui ai fait adapter une monture de verres de couleur, que je regarde comme une chose très essentiele, en ce qu'on peut au milieu d'une série retourner ces verres avec rapidité, et se rendre indépendant de ces erreurs du parallélisme des faces que l'on a dans les meilleurs instrumens anglais et qui affectent toutes les observations. J'ai eu l'occasion de démonter un grand nombre de verres anglais pour les essayer sur le sextant de Gambey avec un grossissement de 21 fois; le retournement faisait presque toujours se quitter ou se mordre les images qu'on avait mis en contact. Les meilleurs sextans anglais ont aussi des erreurs de division, provenant de l'excentricité. Celui que m'avoit cédé l'excellent Baron de Zach en avoit de très fortes: Je les ai déterminé en observant des étoiles à diverses hauteurs, p. e. à 30, 50, 70, 90, 100 et 130°. Les erreurs étoient +1″,6, +5″,1, +9″,2, +17″,2 +34″,8 et +71″,7. Depuis qu'il est redivisé par notre incomparable Gambey j'ai des résultats excellens. La partie inférieure de Gambey est les lunettes. Celle de mon théodolyte a quelque défaut. J'ai demandé un objectiv à Mr. Cauchoix sans limite de prix, il y a six mois; il n'a pû parvenir encore a me le fournir, il est vrai qu'il est excessivement difficile. J'ai fait construire chez Dollond une douzaine de miroirs, il m'a envoyé ce qu'il avait de mieux; essayé devant une lunette grossissant 54 fois, il s'en est trouvé un grand nombre d'inférieurs à ceux de Lerebours qui les vend à un prix fou (40 fr. par pièce), à ceux de Gambey dont on peut dire que le parallélisme est rigoureusement exact, et même à ceux de Jécker qui ne les vend qu'à 5 fr. et qui en fournit parfois d'excellens. Sur

une trentaine de miroirs que j'ai, le meilleur étoit de Troughton et le second en perfection de Jécker; c'est celui qui est actuellement à un cercle de réflexion de cet artiste que j'emploie journellement. Les cercles de Jécker garnis d'un grand nombre de verres, d'une lunette à grossissement variable de 3 à 8 fois, divisé sur argent les verniers donnant 30″, le tout dans une forte boite d'acajou ne coutent que 400 francs. C'est solidement établi, les instruments sont très maniables; les divisions ne sont pas coupées et tracées avec cette perfection de Gambey, mais malgré cela elles sont reguliers, car les angles mesurés sur les divers points du limbe sont tous de même valeur. Voilà les cercles après ceux de Gambey que je regarde comme les meilleurs instruments de mer, en ce qu'il n'y a qu'une lecture à faire par série, chose ci difficile et si douteuse la nuit à la mer! Les résultats des séries au cercle étonnent toujours; je l'emploie beaucoup en Astronomie et en Géodésie, et toujours avec une nouvelle admiration; je suis persuadé que c'est à l'emploi de cet instrument que l'on doit de voir aujourdhui dans notre marine et parmi quelques officiers anglais, les séries faites des deux cotés de la Lune donner les mêmes résultats. Avant d'employer un sextant avec sécurité il faut des vérifications très longues et qui demandent un grand soin, pour le cercle en deux heures on voit ce dont il est susceptible. Croiriez-vous, Monsieur, qu'il y a dans la marine marchande des capitaines qui observeront tout un voyage des distances, sans vérifier cette maudite erreur de collimation, qui doit l'être avant et après les séries quand on aspire à une véritable exactitude. Il y a loin de là aux Horner et aux Krusenstern!!

Trechsel an Horner, Bern 1826 VI 20. Herr d'Hombres-Firmas wird Ihnen und Ihrem Barometer wohl schon seinen Besuch abgestattet haben? Aus der Vergleichung seines Fortin'schen Barometers (welcher genau nach demjenigen des Observatoriums zu Paris abgeglichen seyn soll) mit unsern Instrumenten von Hrn. Oeri würde sich ergeben, dass letztere die Quecksilber-Säule zu hoch angeben und zwar um 0,37 Linien (das meinige) was allerdings sehr bedeutend wäre. So wenig ich auch den Franzosen (deren Baro-

meter alle freylich exactement conformes sind avec le baromètre de l'Observatoire de Paris!) unbedingt auf das Wort glaube, so bin ich doch nicht ungeneigt zu glauben, dass allerdings die Angaben der Oerischen Barometer etwas zu stark seyn möchten, — was, wenn es gegründet ist, in seinem Heberbarometer und namentlich in der Scale desselben liegen müsste! Ich bin schon früher auf die Vermuthung geführt worden durch eine sorgfältige und anhaltende Vergleichung meines Oerischen Barometers mit einem englischen Gefässbarometer, das ich seit 1811 ununterbrochen beobachte, nachdem es damals mit einem grossen und neu angelangten Fortin von Delcroz genau verglichen worden war, wobei sich ein Unterschied von 0,45 Linien zeigte, um welche das englische und sehr wohl ausgekochte Barometer zu tief reglirt war. Das Oerische Barometer gibt (im Mittel aus 50 Vergleichungen) diesen Unterschied zu 0,60 Linien, also 0,15 mehr als Fortin von Delcroz. Das Barometer d'Hombres-Firmas steht hingegen nur um etwa 0,30 höher als mein englisches. Auch aus einer indirecten Vergleichung des Oerischen Barometers mit meinem grossen Heberbarometer auf dem Observatorium ergiebt sich im ganzen genommen das gleiche Resultat: dass nemlich die Oerischen Instrumente wohl etwas zu hoch reglirt seyn dürften, aber sicher nicht um die ganze Differenz mit dem Barometer von d'Hombres-Firmas, das mir etwas zu tief reglirt zu seyn scheint. Dieser Zweifel und diese Ungewissheit sind allerdings unangenehm, und beunruhigen um so mehr, da schwer ist ganz ins Reine und Klare zu kommen um den wahren Barometerstand auf wenige Hundertel der Linie auszumitteln. Es scheint mit der völligen Uebereinstimmung der Barometer fast zu seyn wie mit der Uebereinstimmung trigonometrischer Messungen, die von verschiedenen Basen und vorzüglich von verschiedenen Etalons ausgehen. Man bringts bis zu einer gewissen Grenze, und dann nicht weiter! Leider muss ich dieses Jahr auf das Vergnügen verzichten die Naturf. Gesellschaft zu besuchen. Die Reise nach Chur ist mir zu weit. Zudem soll ich eben um diese Zeit nach Vorschrift des Arztes ins Weissenburg-Bad um meine gereizten Nerven zu besänftigen, und mein dickes Blut zu verdünnen. — Wie

steht es wohl mit unserer vorhabenden Basismessung? Haben Sie Nachrichten von Hamburg und Hoffnung bald und zuverlässige Etalons zu erhalten? Sollte es möglich seyn noch in diesem Jahre, etwa im September zur Ausführung zu schreiten. — Mein Sohn hat zu s. Uebung in Physik und französischer Sprache einige, wie mir scheint nicht unwichtige Bemerkungen über und gegen Zschokke's (sonderbare!) Erklärung der farbigen Schatten geschrieben, und an s. gewesenen Lehrer Gautier geschikt, — zu allfälliger Mittheilung an Maurice. Nun sind wir nicht wenig betroffen im May-Heft der Bibl. univ. geradezu und in capite ein Extrait aus Zschokke's Abhandlung, auf die er sich etwas zu gut thut und zugleich „une réfutation par Mr. Trechsel fils" zu lesen, welche Zschokke nicht wenig in die Nase stechen wird, zumal da Maurice unumwunden erklärt, dass er bei aller grossen Achtung für Zschokkes ausserordentliche Talente und vielseitige Verdienste als Schriftsteller etc. doch hierin nicht seine, sondern im wesentlichen meines Sohnes Ansicht (die auch die meinige ist) theilt. Wir sehen nun einigen Ausfällen des, über das unglückliche Wort réfutation vielleicht empfindlichen Mannes (der freilich alles in allem seyn will) entgegen. — Leider war dieses Frühjahr der Himmel zu anhaltenden Beobachtungen nicht günstig. Auch hat Gautier so eben in den Flitterwochen s. Ehestandes ganz andere correspondirende Beobachtungen zu machen als die mit mir verabredeten!

Carlini an Horner, Mailand 1826 VII 13. L'interêt que vous avez pris à tout ce qui regarde les progrès de la géographie, m'engage à vous adresser un de mes collègues dans la commission qui a été chargée de la mesure de la Savoie, Mr. le 1er Lieutenant Brupacher. Quoique l'objet de son voyage soit spécialement de reconnaître la ville dont sa famille était originaire, il compte de profiter de cette occasion pour se mettre en correspondance avec les ingénieurs géographes suisses et combiner avec eux le moyen d'opérer la réunion des triangles mesurés en Italie et en Suisse, pour laquelle on a depuis quelque temps entamé des négotiations. C'est en cela que votre intervention lui sera particulièrement utile. — Vous savez de quelle manière et avec quelle exacti-

tude la latitude de notre observatoire a été fixée par MM. de Zach et Oriani à l'aide de plusieurs milliers d'observations d'étoiles dans le méridien. Non obstant cela, ayant fait depuis peu l'acquisition d'un très beau cercle astronomique mobile, j'ai entrepris de la déterminer de nouveau par la méthode que vous avez tant recommandé des hauteurs de la polaire hors du méridien. Nous avons pour la réduction des observations les tables générales très commodes que vous avez été le premier à publier; mais ayant un très grand nombre d'observations à réduire, j'ai été obligé de construire une table particulière pour notre latitude. Voici, après plusieurs essais, la formule qui me semble la plus simple pour ce calcul: soit φ la latitude, λ l'angle horaire, δ la distance de l'étoile au pôle, h la distance au zénith observée, l'on a comme on sait $\varphi = h + \delta . \operatorname{Cos} \lambda - \frac{1}{2} \operatorname{Cot} h . \delta^2 \operatorname{Sin}^2 \lambda + \frac{1}{3} \delta^3 . \operatorname{Sin}^2 \lambda . \operatorname{Cos} \lambda + \cdots$. Soit $\lambda + x$ un angle tel, que l'on ait

$$\varphi = h + \delta \,.\, \operatorname{Cos} (\lambda + x)$$

l'on prouve sans difficulté

$$x = \frac{1}{2} \delta \operatorname{Ctg} \varphi \operatorname{Sin} \lambda + \left(\frac{1}{12} + \frac{3}{16} \operatorname{Ctg}^2 \varphi \right) \delta^2 \operatorname{Sin} 2 \lambda + \cdots$$

Pour la latitude de Milan, et en supposant que la correction x soit appliquée immédiatement à l'angle horaire λ en temps sidéral, l'on a

$$\text{pour } \delta = 5800'' \quad x = + 195'',5 \,.\, \operatorname{Sin} \lambda + 3'',0 \,.\, \operatorname{Sin} 2\lambda$$
$$\delta = 5700 \quad x = + 193,1 \,.\, \operatorname{Sin} \lambda + 2,9 \,.\, \operatorname{Sin} 2\lambda$$

Une table de peu d'étendue donne la valeur de x avec sa variation pour 10″ de variation dans δ. Avec l'angle corrigé $\lambda + x$ réduit en degrés, l'on trouve par les tables des logarithmes la valeur de $\delta . \operatorname{Cos} (\lambda + x)$. Si l'observation a été faite en multipliant l'angle et que z soit la moyenne entre les distances au zénith correspondantes aux angles horraires $\lambda + p'$, $\lambda + p''$, $\ldots . \lambda + p^{(n)}$, en prenant pour λ la moyenne arithmétique entre ces angles, et en posant

$$\Sigma = \frac{p'^2 + p''^2 + \ldots + p^{(n)2}}{2n}$$

l'on a

$$\varphi = h + \delta \,.\, \operatorname{Cos} (\lambda + x) - \frac{d^2 \varphi}{d x^2} \,.\, \Sigma$$

ou bien en négligeant les quantités de l'ordre $\delta^2 \Sigma$, Σ étant

toujours une quantité très petite, on aura

$$\varphi = h + \delta (1 - \Sigma) \operatorname{Cos} (\lambda + x)$$

Je vous prie d'agréer les assurances de la plus haute estime.

Trechsel an Horner, Bad Weissenburg 1826 VII 16. Ihren l. Brief erhielt ich im Augenblicke meiner Abreise in diese Felsenschlucht, wo ich seit vorgestern das Trink- und Bad-Elend angetreten habe. Es ist diess das erstemal in meinem Leben, dass ich zu solch leidigen Dingen meine Zuflucht nehme, deren absolute Nothwendigkeit mir nicht erwiesen ist, und denen ich mich nur aus Liebe zum Frieden und aus Gehorsam gegen den Arzt und meine l. Frau unterziehe. Nun dieses Elend und miserable Vegetationsleben wird auch vorübergehen. Ich bin so gut, als es in diesem Felsenloch möglich ist, einquartirt, und habe einige Bücher und Instrumente bey mir. — Die vorgeschlagenen Stationen zu Constanz und Altorf scheinen mir interessant und wichtig genug um auch dahin Instrumente zu senden, — vorzüglich die erstere, weil wir so die Höhe des Bodensees erhalten. Für die Ausmittlung und Bestätigung der Seiches auf dem Vierwaldstättersee verspreche ich mir im Grunde von diesen Beobachtungen nicht viel: Altorf liegt schon ziemlich weit vom See ab, und in einem Gebirgsthal, wo Wind und Wetter gar mancherley Spektakel treiben. Aber es ist auch sonst interessant hier nördlich am Fusse des Gotthards Beobachtungen zu haben, um sie mit denjenigen zu Bellinzona (besser wo möglich in Lugano) zu vergleichen. — Ich habe noch unmittelbar vor meiner Abreise mir ein gutes, drei Linien weites Heberbarometer verschafft, das unter meinen Augen ausgekocht wurde und dessen Echelle ich genau verificirt habe. Auch dieses steht im Mittel um 0,22 Linien tiefer als das Oerische, so dass mich diess neuerdings in der Ueberzeugung bestärkt, dass die Oerischen Instrumente, wenigstens das meinige, zu hoch gestellt sind. — So eben vernehme ich aus Bern, dass Wollaston mich aufgesucht hat; er wird auch in Chur erscheinen.

D. Rytz an Horner, Bern 1826 VIII 16. Eine dreiwöchige Cur im Gurnigelbad woher ich seit einigen Tagen zurück bin, ohne bis jetzt irgend eine heilsame Wirkung auf meine Gesundheit zu verspüren, hatte zur Folge, dass ich

nächstens Bern verlassen und nach Hofwyl gehen werde. Zufälligerweise hatte nemlich Herr Fellenberg, den ich in jenem Badorte antraf, die Stelle eines abgehenden Lehrers der Mathematik neu zu besetzen. Er schlug mir vor für ein halbes Jahr den Versuch zu machen, und die Stelle zu übernehmen. Ich willigte gerne ein, unter der ausdrücklichen Bedingung jedoch, dass ich meine Augen schonen und nicht mehr Stunden geben dürfe als jene mir erlauben würden, wobei ich bemerkte dass im Durchschnitt drei täglich das Maximum gewesen sei, das ich diesen Sommer bei meinem Privatunterricht gegeben habe. Ich bin nun sehr gespannter Erwartung, wie mir körperlich und geistig der neue Wirkungskreis zuschlagen werde. Ueber die letztere Rücksicht bin ich ohne Sorgen, desto zweifelhafter über die erstere, wegen des bevorstehenden Winters und Hrn. Fellenbergs Neigung seine Lehrer mit Stunden zu überladen. Ich denke indessen, ich werde mich auf sein Wort verlassen können, und freue mich doch in einem Institute zu arbeiten, für dessen Stifter ich schon lange die grösste Hochachtung habe. Auch vermochte mich die Aussicht auf einen grössern und hoffentlich lehrreichern Wirkungskreis als derjenige meines hiesigen Privatunterrichts war, Hrn. Fellenbergs Antrag anzunehmen. Montag über acht Tage fangen meine Functionen schon an, und ein paar Tage früher werde ich mich nach Hofwyl begeben,

H. W. Brandes an Horner, Leipzig 1826 X 7. Herr v. Escher wird also nun bald zurück sein, und ich bitte dich ihn dann meines freundschaftlichen Andenkens zu versichern. Dass er recht nützlich für die Wissenschaft wirken werde, hoffe auch ich, da er ganz dazu gemacht ist seine Thätigkeit dahin zu wenden, wo sie am nützlichsten wirken kann. — Was unser Wörterbuch betrifft, so hat mich deine Klage über die drohenden Feinde im M (Magnetismus, Meer genannt) in nicht geringen Schrecken gesetzt: denn, dachte ich, wenn du vor so enfernten Feinden schon einen kalten Schauer empfindest, wo soll ich denn hin, dem eben so arge Feinde: Farbe, Fernrohr, Feuerkugel, Finsternisse, Fixsterne schon ganz nahe auf den Leib gerückt sind? Ich ge-

stehe dir zwar auch, dass ich zuweilen über meine Kühnheit, dass ich so viel zu liefern übernommen habe, erschrecke, — ich fühle, dass auch in der That manches besser sein sollte; aber ich überzeuge mich doch auch manchmal, dass selbst der Beste nicht den höchsten Grad der Vollkommenheit erreicht und dass ich also auch von mir nicht zu viel fordern muss. Mit dem jetzt beendigten Artikel Farbe bin ich nicht zufrieden, aber nach allem was ich gelesen habe, scheint es mir dass niemand ihn ganz gut bearbeitet hat. Ich wünschte nur erst ein Jahr lang mich hier recht in meinen Geschäftskreis eingearbeitet zu haben; so lange das nicht ist, wird meine Arbeit immer etwas zerstückelt sein, und ich fürchte das blickt auch in dem was geliefert wird durch. Wenn ich am Ende des jetzt drohenden Winters meinen hiesigen Cursus der Physik einmal ganz aus gelesen habe, wenn dann die obigen *F* Feinde besiegt sind und die Umarbeitung meiner astronomischen Briefe (die statt neuer Auflage in Form von Vorlesungen erscheinen werden) fertig ist, dann — wird die Arbeit hoffentlich etwas lustiger fortgehen und ich bin — leider! — so tollkühn, schon auf allerlei, womit ich mich da wohl belasten könnte, zu denken. Ob mir aber immer diese Dreistigkeit, zu glauben, ich dürfte die Welt mit soviel von meiner Fabrikarbeit überschwemmen, bleiben wird, oder ob einmal ein mehr critischer Geist mich beseelen und auch Angst machen wird, das muss ich freilich erwarten. Sollte jener Dreistigkeitsdämon mich zu weif führen, so will ich alle meine Freunde zum Voraus bitten mir ein Halt! zu rufen und versprechen die Erinnerung nicht übel zu nehmen.

Trechsel an Horner, Bern 1826 X 17. — Ihr barom. Mémoire habe mit der grössten Aufmerksamkeit gelesen: Bündige Erörterung und schöne, einfache, auf leichte Anwendung hinstrebende Analyse bewähren den Meister. Die vorgeschlagenen barom. Tafeln scheinen mir allem zu entsprechen, was strenge Theorie und praktische Geschmeidigkeit verlangen. Als eine kleine Bestätigung dessen, was Sie so richtig und so scharfsinnig (in Betreff der Erklärung) über die Resultate mittägl. Beoachtungen sagen, mögen die Höhenresultate dienen, welche mir meine eigenen sehr fleissigen

barom. Beobachtungen im Weissenburg-Bade, verglichen mit denen meines Sohnes in Bern gaben. Ich habe jede einzelne Beobachtung für sich berechnet, und die Resultate nach den drei Tagesstunden zusammengeordnet, und aus denselben die Mittel gezogen. Es hat sich auch hier bestätigt, dass die Mittagsbeobachtungen die grössten Höhenunterschiede geben. Ich habe zugleich um den von Ihnen gemachten Vorschlag zu einiger Erleichterung der wie eine Schneelawine anwachsenden barom. Beobachtungslast factisch zu prüfen, alle Beobachtungen um die nämliche Tagesstunde zusammengenommen und aus dem Mittel derselben die Berechnung geführt, und im Ganzen ziemlich gleiche Resultate erhalten, so dass es doch wohl angehen wird sich wenigstens vorerst diese Abkürzung zu erlauben, und die Beobachtungen etwa per Decaden zusammen zu nehmen. Allerdings muss man auf jede mögliche, vor Gott und Menschen erlaubte Vereinfachung in der endlichen Berechnung schon jetzt bedacht seyn, wenn nicht dieses barometrische Kindlein zuletzt unter seiner eigenen Last erliegen soll. — Aber ein Punkt, der mir dabey recht schwer auf dem Herzen liegt, ist die schon früher angezeigte Differenz unserer Instrumente. Wäre es gar nicht thunlich, dass Herr Oeri wo möglich noch diesen Herbst eine kleine Revisionsreise wenigstens nach Aarau, Basel, Solothurn und Bern unternähme, die uns schon vielen, vielleicht allen nöthigen Aufschluss geben würde. — Ich habe im letzten Spätsommer die Beobachtungen des Polarsterns nach Littrow's Methode fortgesetzt und im Ganzen ziemlich gut übereinstimmende Resultate erhalten. Dabey weicht aber das Mittel dieser Resultate um etwa 2″ von der im Jahre 1812 mit Henry mittelst eines französischen Bordakreises (von gleichem Durchmesser mit dem meinigen) gefundenen Breite ab. Ich weiss nicht wo dieser Unterschied stecken mag. — Unser hiesige Künstler N. König ist auf den artigen Gedanken gefallen zum Behuf von Anfängern und Liebhabern der Astrognosie den kleinen Flamstead'schen Altlas, den ich ihm geliehen in gleich viel einzelnen Blättern auf schwarzem Grunde mit transparenten Sternen bis zur 5. Grösse herauszugeben. Die Idee scheint mir recht artig, die Ausführung

wird elegant und recht ungemein erleichternd für die Sternkenntniss ausfallen, zumal die Blätter detachirt in einem Futteral enthalten sein werden. Auf einem geschmackvollen Rande sollen die Namen der Sternbilder und Hauptsterne beygedruckt werden. Ich wünsche dem mir lieben und wackern Mann zu Empfehlung und Absatz zu verhelfen. Der ganze Atlas in Futteral wird nicht höher als 4 Schweizerfranken zu stehen kommen, und kann gewiss manchem Dilettanten und mancher Dilettantin recht angenehme Unterhaltung und Belehrung gewähren. — Ich bin so eben von einer herbstlichen Triangel-Jagd, auf welcher ich bei 100, mit einem 7zölligen Theodolit von Schenk meist bis auf wenig Sekunden geschlossene Dreyecke erlegte, wieder ins Winterquartier eingerückt.

Horner an Trechsel, Zürich 1826 XI 5. — Die Barometertafeln hat einer meiner Schüler, Hr. Aeschmann, ein fleissiger Verehrer der Mathematik, bereits in Rechnung genommen. Die Zolle 25 bis 28 sind für alle zwey Hunderttheile einer Linie bereits berechnet; noch fehlen die von 20 bis 25 Zoll. Die übrigen Hülfstafeln habe ich selbst angefertigt. Von Genf habe ich noch keine Nachricht. Kommen nicht schwere Gegengründe von dort her, so denke ich, ungesäumt die Tafeln auf meine Kosten drucken zu lassen: ich hoffe, es werden sich so viele Exemplare verkaufen lassen, dass ich die Kosten gedeckt erhalte. Das Ding wird nur 1½ Bogen stark und kann also wohlfeil gegeben werden. — Ihre Breitenbestimmungen habe ich sehr sorgfältig berechnet gefunden. Den Unterschied von 2″ mit einem andern Instrumente dürfen Sie unbedenklich auf Rechnung der Biegung des Fernrohres setzen. Ob Ihr Instrument die Schuld hat oder nicht, können Sie leicht durch Beobachtung gleich hoher Sterne im südlichen Meridian oder durch Beobachtung des Polaris auf Quecksilber als künstlichen Horizont, erfahren.

F. N. König an Horner, Bern 1826 XII 6. — Sie hatten die Güte mir durch Hrn. Prof. Trechsel Ihre Zufriedenheit bey Bearbeitung meines Werkes „Atlas céleste“ mitzutheilen, und zugleich für zwey Exemplare zu unterzeichnen; dann auch mir eines Ihrer Werke zur Consultation gefälligst

anzutragen. Für all diess Wohlwollen danke ich Ihnen auf das allerverbindlichste, und ich muss aufrichtig bekennen, dass mir hiebey durchaus nichts schmeichelhafteres hätte wiederfahren können. Auch für Herrn Professor Trechsel ist diess eine Herzensfreude, und er war überzeugt, dass von Ihrem Urtheil alles abhangen werde. — Ich bin nun so frey, Ihnen, Hochgeehrter Herr Professor, die vollendeten Blätter in dublo zu übersenden, woraus Sie ersehen werden, dass wir beyde, Hr. Trechsel und ich, allen möglichen Fleiss auf dieses Werk verwenden. Was mich anbetrift, so betreibe ich das Ganze mit einem con amore, wie nur die Liebe zu dieser hohen Wissenschaft es erfordern kann; würden meine Kenntnisse und Talente in ebenso hohem Grade stehen, so würde ohne Zweifel das Ganze zu jedermanns Zufriedenheit ausfallen; einstweilen gefällt es gar wohl, allein es ist nur noch hier, und bloss durch seinen Anfang bekannt, es scheint aber doch mein Zweck in Erfüllung gehen zu wollen, dass nemlich die Anfangsgründe dieser Wissenschaft, in gefälliger und anziehender Form vorgelegt, den Sinn dafür wecken werden, denn es sind schon manche Bestellungen von Leuten eingegangen, die ohne diess an Stern-Kunde schwerlich würden gedacht haben. — Wir glaubten anfangs nur 16 Platten, bey Hinweglassung der unbedeutendern Sternbilder, zu liefern; dann aber wäre ein unvollständiges Ganzes entstanden, das freylich Bz. 45 gekostet, nun aber in 28 Bildern, im gleichen Verhältniss auf Bz. 80 zu stehen kommt, welches aber doch in Betrachtung vieler Kosten und hunderterley Manipulationen immer wenig ist, wie solches jedermann findet; denn es verhält sich alles hiebey ganz anders als bey dem Drucke eines Buches oder Kupferplatten; ist da einmal der erste Abdruck rein in Ordnung, so sind es auch die übrigen; hier aber muss jedes Blatt noch besonders und zar in allen seinen Theilen mit der grössten Umsicht und Sorgfalt kollazioniert werden, und der geringste Fehler macht das Blatt unbrauchbar. — Sollte allfällig dieses Produkt Ihre fernere Zufriedenheit zu erhalten das Glück haben, so dass es Sie freuen könnte ein gefälliges Urtheil darüber öffentlich ergehen zu lassen, so wären dadurch alle meine Wünsche gekrönt und ich würde zeitlebens Ihnen dafür verbunden sein.

Horner an Trechsel, Zürich 1826 XII 21. — Noch ein Wort über die neuen Maasse. Es ist sehr angenehm, wenn Ihre Regierung nicht abgeneigt ist, mit den übrigen Ständen zusammenzutreten. Nur ist mir das Meter nicht so ganz recht. Es ist ein Maass, das man nicht finden kann ohne ein paar Millionen für eine Gradmessung auszugeben: es wird der astronomischen Bestimmungen wegen nie definitiv bestimmt werden können, und wir müssen es immer als Etalon von den Franzosen kommen lassen, deren Ungenauigkeit in praktischen Dingen durch Proben erwiesen ist, wie Ihr Etalon selbst zeigt, dessen Enden nicht einmal winkelrecht abgefeilt sind. Wie wäre es, wenn Ihre Regierung etwas ungleich Besseres, Natürlicheres, Eigenthümlicheres aufstellte, und die Andern einladen würde Ihr nachzufolgen? Ich meine die Länge des einfachen Secundenpendels in 45° Breite und im luftleeren Raum bey 0° R., — und von diesem Maass $^{3}/_{10}$ als Fuss festsetzte? — $^{3}/_{10}$ des Mètre machen 443,296 $\times$ 0,3 = 132,99 franz. Linien. Das Sekundenpendel in 45° ist 440, 400 Linien, mithin $^{3}/_{10}$ hievon 132,12 Linien. Der Unterschied ist nicht gross und dieser käme dem Bernerfuss noch näher. Ich weiss, dass man in Deutschland (d. h. Preussen, Dänemark, Hamburg) damit umgeht dieses Maass als Basis zu proclamiren, und dass im kommenden Jahr ein paar Astronomen nach Italien reisen werden um unter dem 45. Grad das Pendel zu messen. Diese Messung ist wenig kostbar und der höchsten Schärfe fähig, — die Reduction wegen der Breite gering und genau bekannt; Kater, Bessel, Bohnenberger geben dazu verschiedene Methoden. Die Franzosen selbst haben damit geschlossen, dass sie sagen, die Länge des Meters sey nun gesichert, da man dasselbe jederzeit aus der Länge des Secundenpendels herleiten könne. (Forts. folgt).

[R. Wolf.]

Geometrische Mittheilungen

von

Wilh. Fiedler.

---

*I. Die allgemeine Transformation der Coordinaten *).*

(Mit Figuren 1 bis 6.)

Im Bd. XVI dieser Vierteljahrsschrift habe ich bemerkt, dass aus der geometrischen Deutung der Coefficienten einer linearen Substitution die Transformation der Coordinaten sich ergebe; ich will die Ausführung dieses Gedankens mit einigen Anwendungen erläutern.

Wenn ein Punkt respective eine Ebene in Bezug auf eine fundamentale Gruppe A_1, A_2, A_3, A_4, E oder E die projectivischen Coordinaten x_i resp. ξ_i und in Bezug auf eine andere fundamentale Gruppe $A_1{}^{*\prime}, A_2{}^{*\prime}, A_3{}^{*\prime}, A_4{}^{*\prime}, E^{*\prime}$ oder E*′ die projectivischen Coordinaten x_i' resp. ξ_i' hat, so muss der Uebergang von den einen zu den andern durch eine lineare Substitution ausdrückbar sein, weil es der besondere Fall projectivischer Räume in Congruenz unter Deckung ist. (Vergl. «Darstellende Geometrie» Art. 138—145; ferner Art. 153.) Mit β_{ik} als ihren Coëfficienten, Δ als Determinante derselben und B_{ik} als den Elementen ihres adjungirten Systems ist

$$x_i = \beta_{i1} x_1' + \beta_{i2} x_2' + \beta_{i3} x_3' + \beta_{i4} x_4', \quad \frac{\Delta}{\mu} x_i' = B_{1i} x_1 + B_{2i} x_2 + B_{3i} x_3 + B_{4i} x_4;$$

$$\xi_k' = \beta_{1k} \xi_1 + \beta_{2k} \xi_2 + \beta_{3k} \xi_3 + \beta_{4k} \xi_4, \quad \frac{\Delta}{\varrho} \xi_k' = B_{k1} \xi_1' + B_{k2} \xi_2' + B_{k3} \xi_3' + B_{k4} \xi_4'.$$

Die ungestrichenen Coordinaten der Fundamentalpunkte des gestrichenen Systems ergeben sich daraus, wie sie in

---

*) Die Abschnitte I, 1) und 4) stammen aus dem Sommer 1870, zu den Entwickelungen in 2) und 3) veranlasste mich der Druck der 3. Aufl. der „Analyt. Geom. des Raumes“ (Bd. I, Sommer 1878).

folgender Tafel stehen, in der noch die k_i' die von der Ecke A_i' ausgehenden Höhen im Fundamentaltetraeder des gestrichenen Systems sind:

	x_1	x_2	x_3	x_4	
$A_1^{*\prime}$	β_{11}	β_{21}	β_{31}	β_{41}	$\times \dfrac{h_1'}{\mu e_1'}$
$A_2^{*\prime}$	β_{12}	β_{22}	β_{32}	β_{42}	$\times \dfrac{h_2'}{\mu e_2'}$
$A_3^{*\prime}$	β_{13}	β_{23}	β_{33}	β_{43}	$\times \dfrac{h_3'}{\mu e_3'}$
$A_4^{*\prime}$	β_{14}	β_{24}	β_{34}	β_{44}	$\times \dfrac{h_4'}{\mu e_4'}$
$E^{*\prime}$	$\Sigma\beta_{1k}$	$\Sigma\beta_{2k}$	$\Sigma\beta_{3k}$	$\Sigma\beta_{4k}$	$: \ \mu$

Und man erhält eine analoge Tafel für die gestrichenen Coordinaten der Fundamentalebenen des ungestrichenen Systems mit Vertauschung der Reihen und Zeilen der β_{ik} und den Factoren $\frac{h_i^*}{\varrho\varepsilon_i}$, sowie weitere Tafeln mit den Coëfficienten B_{ik} für die gestrichenen Coordinaten der Fundamentalpunkte des ungestrichenen Systems und die ungestrichenen der Fundamentalebenen des gestrichenen Systems.

Nach der ersten sind die Coëfficienten β_{ik} die ungestrichenen Coordinaten vom Index i für den Fundamentalpunkt des gestrichenen Raumes vom Index k; und die Summe der Coëfficienten für die Coordinate x_i ist die Coordinate vom Index i für den Einheitpunkt $E^{*\prime}$ des gestrichenen Systems.

Wenn somit die vier neuen Fundamentalpunkte durch ihre Coordinaten im alten System $x_i^{(1)}$, $x_i^{(2)}$, $x_i^{(3)}$, $x_i^{(4)}$ und der neue Einheitpunkt durch seine alten Coordinaten $x_i^{(E)}$ gegeben sind, so gelten für die Bestimmung der linearen Substitution, welche dieser Coordinatentransformation äquivalent ist, die vier mit zwölf Gleichungen gleichbedeutenden Relationen

$$\beta_{1i} : \beta_{2i} : \beta_{3i} : \beta_{4i} = x_1^{(i)} : x_2^{(i)} : x_3^{(i)} : x_4^{(i)}$$

und die vier weiteren

$$\beta_{i1} + \beta_{i2} + \beta_{i3} + \beta_{i4} = \mu\, x_i^{(E)}.$$

Von ihnen erlaubt die erste Gruppe die Coefficienten β_{ik} mit den ersten Indices 2, 3, 4 durch die Coefficienten mit dem ersten Index 1 und die Coordinaten der vier neuen Fundamentalpunkte auszudrücken, während man sodann aus der zweiten Gruppe die vier Coefficienten β_{11}, β_{12}, β_{13}, β_{14} direct bestimmt. Zum kurzen Ausdruck der Sache sei die Determinante der Coordinaten der neuen Fundamentalpunkte mit dem Werthe X und das System ihrer adjungirten Elemente $X_i^{(k)}$ eingeführt, also

$$\begin{vmatrix} x_1^{(1)}, & x_1^{(2)}, & x_1^{(3)}, & x_1^{(4)} \\ x_2^{(1)}, & x_2^{(2)}, & x_2^{(3)}, & x_2^{(4)} \\ x_3^{(1)}, & x_3^{(2)}, & x_3^{(3)}, & x_3^{(4)} \\ x_4^{(1)}, & x_4^{(2)}, & x_4^{(3)}, & x_4^{(4)} \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} X_1^{(1)}, & X_1^{(2)}, & X_1^{(3)}, & X_1^{(4)} \\ X_2^{(1)}, & X_2^{(2)}, & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{vmatrix}$$

Wir erhalten dann zur Berechnung der Coefficienten der Substitution die Gleichung

$$\beta_{hi}\, X = \mu x_h^{(i)} \left\{ x_1^{(E)} X_1^{(i)} + x_2^{(E)} X_2^{(i)} + x_3^{(E)} X_3^{(i)} + x_4^{(E)} X_4^{(i)} \right\};$$

Und aus der analogen Coordinatentafel für die Fundamentalebenen des gestrichenen Systems durch die beiden Gruppen von Gleichungen

$$B_{1i} : B_{2i} : B_{3i} : B_{4i} = \xi_1^{(i)} : \xi_2^{(i)} : \xi_3^{(i)} : \xi_4^{(i)},$$

$$B_{i1} + B_{i2} + B_{i3} + B_{i4} = \frac{\Delta}{\varrho}\, \xi_i^{(e)},$$

welche ebenso zur directen Bestimmung der Coefficienten für die Substitution der ξ_i dienen und zu einer analogen Endformel für die B_{hi} führen, in der nur $\frac{\Delta}{\varrho}$ die Stelle von μ vertritt. Sind die alten Coordinaten Cartesische, so hat man zu setzen

$$x_1^{(i)} = 1, \quad x_2^{(i)} = x^{(i)}, \quad x_3^{(i)} = y^{(i)}, \quad x_4^{(i)} = z^{(i)};$$

$$x_1^{(E)} = 1, \quad x_2^{(E)} = x^{(E)}, \quad x_3^{(E)} = y^{(E)}, \quad x_4^{(E)} = z^{(E)}$$

und analog im Falle der Plücker'schen Coordinaten $\xi_1^{(i)} = 1$, $\xi_2^{(i)} = \xi^{(i)}$, $\xi_3^{(i)} = \eta^{(i)}$, $\xi_4^{(i)} = \zeta^{(i)}$, $\xi_2^{(e)} = \xi^{(e)}$, etc.

Die speciellen Fälle ergeben sich aus der allgemeinen Regel ohne Schwierigkeit. Wenn die Ecken des neuen Fundamentaltetraeders mit den gleichnamigen Ecken des alten zusammenfallen, indess der Einheitpunkt nach dem Punkte von den Coordinaten $x_i^{(E)}$ verlegt wird, so verschwinden in der Coordinatentafel und im adjungirten System derselben alle Elemente, die des Hauptgliedes ausgenommen und diese sind respective

$$\frac{h_1}{e_1}, \text{ etc.} \quad \text{und} \quad \frac{h_2 h_3 h_4}{e_2 e_3 e_4}, \text{ etc.}$$

so dass $X = \frac{h_1 h_2 h_3 h_4}{e_1 e_2 e_3 e_4}$ ist und $\beta_{ii} = \mu x_i^{(E)}$ wird. Man erhält daher als Transformationsformeln $x_i = x_i^{(E)} x_i$, oder an Stelle der alten Coordinaten sind die mit den gleichnamigen Coordinaten des Einheitspunktes multiplicirten neuen zu setzen. Diess gestattet, von irgend einer speciellen Lage des Einheitpunktes Gebrauch zu machen, welche für gewisse z. B. metrische Erörterungen Vortheil bietet. Solche Lagen sind die im Mittelpunkt der eingeschriebenen Kugel und die im Schwerpunkt des Fundamentaltetraeders; da im ersteren Falle die e_i einander gleich werden, so sind die Punktcoordinaten als die normalen Entfernungen des Punktes von den vier Flächen des Tetraeders anzusehen oder man hat die «Vierebenen-Coordinaten»; während im letzteren Falle dieselben als die Verhältnisse jener Entfernungen zu den gleichgerichteten Höhen des Fundamentaltetraeders oder als die Verhältnisse der Volumina der Tetraeder $PA_2\, A_3\, A_4$, $PA_3\, A_4\, A_1$, $PA_4\, A_1\, A_2$, $PA_1\, A_2\, A_3$ zum Volumen des Fundamentaltetraeders erscheinen — «Volumen-Coordinaten». (Vergl. «Darstell. Geom.» p. 546). Dabei gewährt der letztere Fall den weiteren Vorzug, dass die verein-

fachende Voraussetzung der harmonischen Trennung von Einheitpunkt und Einheitebene (vergl. a. a. O. p. 550 resp. 532) die unendlich ferne Ebene als Einheitsebene ergiebt, sodass die Coordinaten der Ebene als ihre Abstände von den vier Fundamentalpunkten genommen werden können. In diesem Sinne gehören die «Vierpunkt-Coordinaten» und die Volumen-Coordinaten zusammen und bieten für den Ausdruck der metrischen Relationen sowohl in den x_i als in den ξ_i die gleichen Vorzüge dar. Ich wende mich zu den Beispielen.

1) Die Transformation von einem System schiefwinkliger Cartesischer Coordinaten in der Ebene zu einem andern als Spezialfall der allgemeinen.

Seien A_1 und A_1' die Anfangspunkte und A_2, A_3 respective A_2', A_3' die Axenrichtungen des alten und des neuen Systems (Fig. 1), dazu a und b Abscisse und Ordinate des neuen Fundamentalpunktes im alten System, α und α' die Winkel der neuen Axe $A_1' A_2'$ gegen die alten Axen $A_1 A_2$, $A_1 A_3$ respective, sowie β und β' die Winkel der neuen Axe $A_1' A_3'$ gegen dieselben Axen, sämmtlich gemessen auf der Seite der Einheitpunkte, also als Richtungsunterschiede z. B. der Strahlen $A_1' E_3'$ und $A_1 E_3$, $A_1 E_2$ und $A_1' E_2'$, etc. und so dass für ω als den Winkel der Axen des alten Systems $\omega = \alpha + \alpha' = \beta + \beta'$ ist; man erhält dann nach elementaren Formeln (Vergl. «Kegelschnitte» 4. Aufl. Art. 12.) die Coordinaten-Determinante der neuen Fundamentalpunkte im alten System für ϱ als einen von A_1 ausgehenden beliebig grossen Radiusvector, den wir unendlich gross denken,

$$\begin{vmatrix} 1, & 0 & , & 0 \\ a, & \dfrac{\varrho \sin(\omega-\alpha)}{\sin\omega} & , & \dfrac{\varrho\sin(\omega-\beta)}{\sin\omega} \\ b, & \dfrac{\varrho\sin\alpha}{\sin\omega} & , & \dfrac{\varrho\sin\beta}{\sin\omega} \end{vmatrix} \equiv X = \frac{\varrho^2 \sin(\beta-\alpha)}{\sin\omega};$$

und daher das adjungirte System dieser Determinante

$$\begin{vmatrix} \frac{\varrho^2 \sin(\beta-\alpha)}{\sin\omega}, & \frac{\varrho}{\sin\omega}\left\{b\sin(\omega-\beta)-a\sin\beta\right\}, & \frac{\varrho}{\sin\omega}\left\{a\sin\alpha-b\sin(\omega-\alpha)\right\} \\ 0 \quad , & \frac{\varrho}{\sin\omega}\sin\beta & , \frac{-\varrho}{\sin\omega}\sin\alpha \\ 0 \quad , & \frac{-\varrho}{\sin\omega}\sin(\omega-\beta) & , \frac{\varrho}{\sin\omega}\sin(\omega-\alpha) \end{vmatrix}$$

Man erhält ferner die Coordinaten des Einheitpunktes E' als der freien Ecke des Rhombus von der Seite Eins in den neuen Axen aus der Figur mit

$$x_2^{(E)} = x^{(E)} = a + \frac{\sin(\omega-\alpha)+\sin(\omega-\beta)}{\sin\omega},\; x_3^{(E)} = y^{(E)} = b + \frac{\sin\alpha+\sin\beta}{\sin\omega}$$

und daher die Multiplicatoren der $\beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{i3}$ in der Klammer rechts gleichmässig mit dem Werthe

$$\frac{\varrho\sin(\beta-\alpha)}{\sin\omega},$$

damit aber die Coefficienten der Substitution

$$\beta_{11} = \mu,\; \beta_{21} = \mu a,\quad \beta_{31} = \mu b;$$

$$\beta_{12} = 0,\; \beta_{22} = \mu\frac{\sin(\omega-\alpha)}{\sin\omega},\quad \beta_{32} = \mu\frac{\sin\alpha}{\sin\omega};$$

$$\beta_{13} = 0,\; \beta_{23} = \mu\frac{\sin(\omega-\beta)}{\sin\omega},\quad \beta_{33} = \mu\frac{\sin\beta}{\sin\omega};$$

und endlich die Substitution selbst («Kegelschnitte» Art. 9, 10.)

$$x = a + x'\frac{\sin(\omega-\alpha)}{\sin\omega} + y'\frac{\sin(\omega-\beta)}{\sin\omega},\; y = b + x'\frac{\sin\alpha}{\sin\omega} + y'\frac{\sin\beta}{\sin\omega}.$$

Insbesondere für beide Coordinationssysteme als rechtwinklig oder

$$\omega = 90^\circ,\; \beta = 90^\circ + \alpha,\; \alpha' = 90^\circ - \alpha,\; \beta' = -\alpha$$

$$x = a + x'\cos a - y'\sin\alpha,\quad y = b + x'\sin\alpha + y'\cos\alpha.$$

Es ist klar, dass das Verschwinden von β_{12} und β_{13} stets an das Ineinanderliegen der Fundamentallinien $A_2\,A_3$ und $A_2'A_3'$ geknüpft ist.

2) Das orthogonale Hyperboloid. Wenn zwei windschiefe Gerade in rechtwinkligen Cartesischen Coordinaten für die Linie ihrer kürzesten Distanz 2b als Axe der y und die Halbirungslinien ihres Richtungsunterschiedes arc tan $= m$ durch den Mittelpunkt derselben als Axen der x und z, also mit den Gleichungen

$$y = b,\ mz = x;\quad y = -b,\ mz = -x$$

gegeben sind, so ist der Ort der Durchschnittslinien der zu einander normalen Ebenen, welche durch die erste und die zweite respective hindurchgehen, nach den Gleichungen derselben, welche der Bedingung der Rechtwinkligkeit genügen,

$$\lambda(1 - m^2)(y - b) = mz - x,\quad y + b = \lambda(mz + x)$$

das einfache Hyperboloid (vgl. «Salmon-Fiedler, Anal. Geom. des Raumes» I, Art. 121),

$$(1 - m^2)(y^2 - b^2) = m^2 z^2 - x^2$$

oder

$$a)\quad \frac{x^2}{b^2(1 - m^2)} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{m^2 z^2}{b^2(1 - m^2)} = 1;$$

insbesondere so für $m^2 < 1$, dagegen für $m^2 = 1$ das Ebenenpaar $z \pm x = 0$ und für $m^2 > 1$ das Hyperboloid

$$\frac{m^2 z^2}{b^2(m^2 - 1)} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{b^2(m^2 - 1)} = 1;$$

wobei noch bemerkenswerth ist, dass für jedes m^2 wegen der gleichbedeutenden Form

$$y^2 - b^2 + x^2 = m^2(y^2 - b^2 + z^2)$$

für $x^2 = z^2$ oder $x = \pm z$, also in den Halbirungsebenen durch die Axe y, die Querschnittscurven $x^2 + y^2 = b^2$ erhalten werden, die Kegelschnitte K_1, K_2 in jenen Ebenen. (Fig. 2.)

Die Scheitelkanten dieser Steiner'schen Erzeugung sind also die von den Scheiteln der grossen Axe des elliptischen Hauptschnittes ausgehenden Erzeugenden. Dagegen giebt die andere Zerlegung derselben Gleichung $a)$ nämlich

$$\lambda\left(\frac{y}{b}+\frac{mz}{b\sqrt{1-m^2}}\right)=1+\frac{x}{b\sqrt{1-m^2}},\ \frac{y}{b}-\frac{mz}{b\sqrt{1-m^2}}=\lambda\left(1-\frac{x}{b\sqrt{1-m^2}}\right)$$

die Erzeugung desselben Hyperboloids aus entsprechenden Ebenen gleichwinkliger Ebenenbüschel, zunächst mit den Scheitelkanten

$$y=\mp\frac{mz}{\sqrt{1-m^2}},\ x=\mp b\sqrt{1-m^2},$$

d. h. den von den Scheiteln der kleinen Axe des elliptischen Hauptschnittes ausgehenden Erzeugenden. Denn für zwei beliebige Werthe λ_1, λ_2 des Parameters λ sind die Coefficienten der x, y, z in den Gleichungen der Ebenen respective

$$-\frac{1}{b\sqrt{1-m^2}},\ \frac{\lambda_1}{b},\ \frac{\lambda_1 m}{b\sqrt{1-m^2}};\ \frac{\lambda_1}{b\sqrt{1-m^2}},\ \frac{1}{b},\ -\frac{m}{b\sqrt{1-m^2}};$$

$$-\frac{1}{b\sqrt{1-m^2}},\ \frac{\lambda_2}{b},\ \frac{\lambda_2 m}{b\sqrt{1-m^2}};\ \frac{\lambda_2}{b\sqrt{1-m^2}},\ \frac{1}{b},\ -\frac{m}{b\sqrt{1-m^2}},$$

und diese erfüllen immer die Bedingung, welche die Gleichheit der Winkel zwischen den Ebenen λ_1 und λ_2 im ersten und denen im zweiten Büschel fordert.

Aber nach der ersten Erzeugung — die wir der bequemern Formeln wegen bevorzugen — wird dasselbe Hyperboloid auch von den Ebenenbüscheln

$$\lambda_1(1-m^2)(y-b)-(mz-x)+\varkappa\left\{y+b-\lambda_1(mz+x)\right\}=0,$$

$$\lambda_2(1-m^2)(y-b)-(mz-x)+\varkappa\left\{y+b-\lambda_2(mz+x)\right\}=0,$$

hervorgebracht, welche die den Parameterwerthen λ_1, λ_2 jener Erzeugung entsprechenden Geraden zu ihren Scheitelkanten haben; und wir können die Frage beantworten, welche Abhängigkeit zwischen λ_1 und λ_2 die Rechtwinkligkeit entsprechender Ebenen oder die Gleichwinkligkeit entsprechender Paare von Ebenen dieser Büschel erfordert. Die Bedingung der Rechtwinkligkeit giebt wegen der Forderung iden-

tischer Erfüllung für jedes $\varkappa$ die beiden Gleichungen (die zweite ist erfüllt),

$$-\lambda_1\,\lambda_2 = \frac{1}{1+m^2} = \frac{1+m^2}{(1-m^2)^2},$$

welche nur für $m=0$ verträglich sind und dann die den Verhältnissen des Rotationscylinders in der That entsprechende Relation liefern $\lambda_1\,\lambda_2 = -1$. Die Bedingung der Gleichwinkligkeit der Ebenen $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ im ersten und der Ebenen $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ im zweiten Büschel wird aber immer erfüllt, wenn $\lambda_1{}^2 = \lambda_2{}^2$ d. h. wenn $\lambda_2 = -\lambda_1$ ist, also für unendlich viele Paare, die eine leicht näher zu discutirende Involution bilden. Die Regelschaaren dieser Hyperboloide entstehen also in einer Art aus orthogonalen Paaren, in unendlich vielen Arten aus gleichwinkligen Büscheln. Die Analogie dieser Hyperboloide mit dem Kreis und mit der gleichseitigen Hyperbel wird hierdurch erweitert.

Wenn das Hyperboloid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ aus gleichwinkligen Ebenenbüscheln erzeugt sein soll, so muss zur Uebereinstimmung der Quadrate der trigonometrischen Tangente des Winkels zwischen den Ebenen λ_1 und λ_2 in den erzeugenden Büscheln

$$\frac{x}{a}-\frac{z}{c}=\lambda\left(1-\frac{y}{b}\right),\quad \lambda\left(\frac{x}{a}+\frac{z}{c}\right)=1+\frac{y}{b}$$

für alle Werthe von λ_1, λ_2 die Gleichheit bestehen

$$\frac{(a^2+c^2)\,(\lambda_1-\lambda_2)^2}{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\,\lambda_1\lambda_2} = \frac{(a^2+c^2)\,(\lambda_1-\lambda_2)^2}{(a^2b^2+b^2c^2)\,\lambda_1\lambda_2+c^2a^2},$$

d. h. zwischen den Quadraten der Halbaxen besteht die Relation

$$a^2b^2+b^2c^2=c^2a^2,$$

welche für die orthogonalen erfüllt ist.

Und wenn die Ebenenbüschel

$$\lambda\,(mz-x)+y-b=0,\quad \lambda'\,(mz+x)+y+b=0$$

projectivisch gleichwinklig sein sollen, so wird für die Projectivitätsgleichung

$$\lambda\lambda' + \beta\lambda + \gamma\lambda' + \delta = 0$$

das Paar der Bedingungen

$$\beta = -\gamma \quad \text{und} \quad \delta(1 + m^2) = 1$$

erfordert und das Erzeugniss ist ein orthogonales Hyperboloid.

Der Uebergang von der einen zur anderen Erzeugung ist auch constructiv sehr einfach zu vollziehen; ich gebe die von einem meiner Zuhörer, Herrn F. Ruth aus Graz, entwickelte Form. Der Asymptotenkegel eines Hyperboloids aus gleichwinkligen Büscheln habe g_1, g_2 als die Scheitelkanten der zu jenen parallelen Büschel, die ihn erzeugen, so dass seine zugehörigen Tangentialebenen mit der Ebene $g_1\, g_2$ gleiche Winkel einschliessen und der Querschnitt der von dieser mit ihnen gebildeten dreiseitigen Ecke mit jeder zu g_1 und g_2 gleichgeneigten Ebene ein gleichschenkliges Dreieck und ihre Schnittlinie mit $g_1\, g_2$ zur einen Axe ihres Querschnittes mit dem Kegel parallel sein muss. Die zu g_1 und g_2 gleichgeneigte und zu $g_1\, g_2$ normale Ebene durch den Scheitel des Kegels, die ihn reell schneidet, giebt sofort die Steiner-schen Erzeugenden, denn die zu ihnen normalen Ebenen sind die Ebenen der Kreisschnitte. Umgekehrt sind in einem Kreisschnitte bei der Steiner'schen Erzeugung (Fig. 3) die Durchstosspunkte S_1 und S_2 von s_1 und s_2 die Endpunkte eines Durchmessers und die G_1 und G_2 von g_1 und g_2 die Endpunkte einer zu ihm normalen Sehne, T der Pol derselben. Dann sind $(G_1\,.\,S_2 S_1 G_2 T)$ und $(G_2\,.\,S_2 S_1 T G_1)$ harmonische Büschel und zugleich die Spurenbüschel der erzeugenden Ebenenbüschel; folglich die Ebenen von den Spuren $G_1 S_2$, $G_1 S_1$ und ebenso $G_2 S_2$, $G_2 S_1$, weil sie nach der Steiner'schen Erzeugung orthogonal zu einander sind, Halbirungsebenen der Winkel der Ebenen von den Spuren $G_1 G_2$, $G_1 T$ und $G_2 T$,

$G_2 G_1$ und somit die Winkel der Ebenen über $G_1 G_2$, $G_1 S_1$ und $G_2 G_1$, $G_2 S_1$ einander gleich als ihre Hälften; in Folge dessen können aber die erzeugenden Büschel an g_1 und g_2 als projectivisch nur congruent sein.

Herr Ruth hat auch bemerkt, dass die Paare der Scheitelkanten gleichwinkliger Büschel $g_1^{(1)}$, $g_2^{(1)}$; $g_1^{(2)}$, $g_2^{(2)}$; etc. von derselben Schaar in jeder Erzeugenden der andern Schaar l eine Involution mit Doppelpunkten in den entsprechenden s_1, s_2, auf einer der Steiner'schen Erzeugenden aber insbesondere eine symmetrische Reihe bilden, deren Doppelpunkt im Endpunkt der grossen Axe der Hauptschnittellipse liegt; etc.

Endlich mag angeführt werden, dass dieselben Hyperboloide nach Chasles als Orte der Punkte von gleichem Verhältniss der Distanzen von zwei windschiefen Geraden (vrgl. «Salmon-Fiedler, Analyt. Geom. d. Raumes» I, Art. 121 etc.) erhalten werden; für die Geraden $z = \pm c, y = \pm mx$ findet man seine Gleichung in Cartesischen und respective in Plücker'schen Coordinaten

$$b) \quad (z-c)^2 + \frac{(y-mx)^2}{1+m^2} = \lambda^2 \left\{ (z+c)^2 + \frac{(y+mx)^2}{1+m^2} \right\},$$

$$(c\xi - 1)^2 + \frac{(\xi - my)^2}{1+m^2} = \lambda^2 \left\{ (c\xi + 1)^2 + \frac{(\xi + my)^2}{1+m^2} \right\};$$

für alle Werthe des Verhältnisses λ ein Büschel sowohl als eine Schaar, in der That durch ein imaginäres windschiefes Viereck gehend, da für $\lambda = o$ und $\lambda = \infty$ die Flächengleichung übergeht in

$$(mx \pm y)^2 + (z \pm c)^2 (1 + m^2) = 0$$

oder in die Gleichung von vier Ebenen

$$(mx \pm y) \pm i (z \pm c) \sqrt{1+m^2} = 0,$$

die die Kugel vom Radius Null oder den unendlich fernen imaginären Kreis berühren, weil die Summe der Quadrate ihrer Coordinaten verschwindet. Aber diese Verhältnisse sind

im Zusammenhang mit der Steiner'schen Erzeugung sehr schön synthetisch entwickelt von Herrn Schröter in der Abhandlung «über ein einfaches Hyperboloid von besonderer Art» im Bd. 85 des «Journal f. d. r, u. a. Math.» und es ist selbstverständlich, dass die analytische Behandlungsweise ihrerseits sie leicht erschliesst. Hier waren sie zu berühren, weil ich demnächst behandeln will

3) Das orthogonale Hyperboloid als Object der Coordinatentransformation; zuerst gemäss der Chasles'schen, dann der Steiner'schen Entstehung, zuletzt in einer Verbindung der Steiner'schen mit der Erzeugung aus gleichwinkligen Büscheln.

Die Gleichung der Chasles'schen Erzeugung für die angegebene Wahl der Axen in der aus der Figur des Problems sich ergebenden Form

$$\{(1+\lambda)z+(1-\lambda)c\}\ \{(1-\lambda)z+(1+\lambda)c\}+$$
$$+\frac{1}{1+m^2}\{(1+\lambda)y+(1-\lambda)mx\}\ \{(1-\lambda)y+(1+\lambda)mx\}=0$$

transformire ich zunächst unter Beibehaltung des Einheitpunktes auf ein Fundamentaltetraeder, von dessen Ecken A_3 und A_4 die Richtungen der gegebenen Geraden und A_1 und A_2 die Fusspunkte ihrer kürzesten Entfernung in ihnen sind. Dann sind die Coordinaten des Einheitpunktes (1, 1, 1, 1) und die Determinante X der Coordinaten der Fundamentalpunkte ist

$$\begin{vmatrix} 1, & 1, & 1, & 1 \\ 0, & 0, & \infty, & \infty \\ 0, & 0, & -m\infty, & m\infty \\ c, & -c, & -c, & c \end{vmatrix} \equiv -4\,cm\infty^2;$$

das adjungirte System derselben ist

$$\begin{vmatrix} -2\,cm\infty^2, & -2\,cm\infty^2, & 0, & 0 \\ 2\,cm\infty, & 2\,cm\infty, & -2\,cm\infty, & -2\,cm\infty \\ 2c\ \infty, & -2c\ \infty, & 2c\ \infty, & -2c\ \infty \\ -2m\ \infty^2, & 2m\ \infty^2, & 0, & 0 \end{vmatrix}$$

und die Coefficienten der Substitution ergeben sich wie folgt

$$\beta_{13}=0,\ \beta_{14}=0,\ \beta_{21}=0,\ \beta_{22}=0,\ \beta_{31}=0,\ \beta_{32}=0,\ \beta_{43}=0,\ \beta_{44}=0;$$
$$2c\beta_{11}=\mu(1+c),\ 2c\beta_{12}=-\mu(1-c);\ 2m\beta_{23}=-\mu(1-m),\ 2m\beta_{24}=\mu(1+m);$$
$$2\beta_{33}=\mu(1-m),\ \ 2\beta_{34}=\mu(1+m);\ \ 2\beta_{41}=\mu(1+c),\ \ 2\beta_{42}=\mu(1-c).$$

Die Substitution selbst ist daher

$$x=\frac{c}{m}\,\frac{(1+m)\,x_4-(1-m)\,x_3}{(1+c)\,x_1-(1-c)\,x_2},\quad y=c\,\frac{(1+m)\,x_4+(1-m)\,x_3}{(1+c)\,x_1-(1-c)\,x_2},$$
$$z=c\,\frac{(1+c)\,x_1+(1-c)\,x_2}{(1+c)\,x_1-(1-c)\,x_2};$$

die gegebenen Geraden und die Axe der z werden wie es sein muss in

$$x_1=0,\ x_4=0\ \text{ und }\ x_2=0,\ x_3=0;\ \ x_3=0,\ x_4=0$$

übergeführt, indess die Ebenen $x=0$ und $y=0$ und die unendlich ferne Ebene die Gleichungen erhalten

$$(1+m)\,x_4=(1-m)\,x_3,\ (1+m)\,x_4=-(1-m)\,x_3;\ (1+c)\,x_1=(1-c)\,x_2.$$

Damit wird die Gleichung des Hyperboloids (für $\lambda=1$ des hyperbolischen Paraboloids)

$$b')\quad (1+m^2)\left\{(1+c)^2x_1^{\,2}-(1-c)^2\lambda^2x_2^2\right\}+\left\{(1+m)^2x_4^{\,2}-(1-m)^2\lambda^2x_3^2\right\}=0$$

und zeigt sofort, dass das Fundamentaltetraeder in Bezug auf alle diese Flächen ein Quadrupel ist und dass seine drei Gegenkantenpaare Paare conjugirter Geraden sind. Für jedes λ^2 geht das Hyperboloid durch das nicht reelle windschiefe Vierseit, welches die Ebenenpaare

$$x_1\,(1+c)\,(1+m^2)^{\frac{1}{2}}\pm i\,(1+m)\,x_4=0,$$
$$x_2\,(1-c)\,(1+m^2)^{\frac{1}{2}}\pm i\,(1-m)\,x_3=0$$

mit einander hervorbringen, offenbar die Ebenen vom Schlusse des vorigen Art., die Doppelebenen der orthogonalen Involutionen harmonischer Polarebenen durch die betrachteten Geraden. Das Hyperboloid für einen bestimmten Werth von

λ^2 enthält überdies die vier Geraden, die der hier zum Ausgangspunkt genommenen Cartesischen Gleichung entsprechen

$$(1+c)\,x_1 \pm \lambda\,(1-c)\,x_2 = 0\,, \quad (1+m)\,x_4 \pm \lambda\,(1-m)\,x_3 = 0.$$

und die ebenfalls reellen anderen vier

$$(1+c)\,(1+m^2)^{\frac{1}{2}}\,x_1 \pm \lambda\,(1-m)\,x_3 = 0\,,$$

$$(1+m)\,x_4 \pm \lambda\,(1-c)\,(1+m^2)^{\frac{1}{2}}\,x_2 = 0\,,$$

welche den Geraden in der ursprünglichen Ausdrucksweise entsprechen

$$(y-mx) \pm \lambda(1+m^2)^{\frac{1}{2}}\,(z+c) = 0,\ \lambda\,(1+m^2)^{\frac{1}{2}}\,(z-c) \pm (y+mx) = 0.$$

Wendet man dieselbe Transformation auf die Steiner'sche Erzeugung in den unter 2) gegebenen Gleichungsformen an, so hat man nur zu beachten, dass die cyclische Verschiebung der Buchstaben b, x, y, z in c, y, z, x von der Bezeichnung des vorigen zu der des Anfangs von Art. 2) führt, erhält also für die dort gegebenen Gleichungen die Substitution

$$x = b\,\frac{(1+m)\,x_4 + (1-m)\,x_3}{(1+b)\,x_1 - (1-b)\,x_2}\,,\quad y = b\,\frac{(1+b)\,x_1 + (1-b)\,x_2}{(1+b)\,x_1 - (1-b)\,x_2}\,,$$

$$z = \frac{b}{m}\,\frac{(1+m)\,x_4 - (1-m)\,x_3}{(1+b)\,x_1 - (1-b)\,x_2}$$

und damit aus

$$y+b = 2\,b\,(1+b)\,x_1\,,\quad y-b = 2\,b\,(1-b)\,x_2\,;$$

$$mz+x = 2\,b\,(1+m)\,x_4,\ mz-x = -2\,b\,(1-m)\,x_3$$

die Gleichung

$$a') \qquad (1-b^2)\,x_1x_2 + x_3x_4 = 0.$$

Die Kreisschnittdiametralebenen $z = \pm\,mx$ gehen über in

$$(1+m^2)\,x_3 = (1+m)^2\,x_4\,,$$

$$(1-m)^2\,x_3 = (1+m^2)\,x_4.$$

Das Coordinatensystem, welches hier benutzt ist, hat einiges allgemeine Interesse und ich will es kurz besprechen.

Weil A_3, A_4 unendlich fern sind, so kann man zur Construction die von A_1 respective A_2 ausgehenden Gruppen von je drei Kanten benutzen und die beiden ungeschlossenen Ketten $A_3\ A_1\ A_2\ A_4$ und $A_4\ A_1\ A_2\ A_3$, also die Coordinatenverhältnisse $x_2 : x_1$, $x_3 : x_1$, $x_4 : x_1$; $x_1 : x_2$, $x_3 : x_2$, $x_4 : x_2$; $x_3 : x_1$, $x_1 : x_2$, $x_2 : x_4$; $x_4 : x_1$, $x_1 : x_2$, $x_2 : x_3$ respective, die sich mit Ausnahme von $x_1 : x_2$ auf einfache Verhältnisse reduciren, während diess ist $\frac{A_1 E_{12}}{A_2 E_{12}} : \frac{A_1 P_{12}}{A_2 P_{12}}$. Wenn wir den Einheitpunkt insbesondere so wählen, dass $A_1 E_{12} = E_{12} A_2$ ist, also E_{12} als Mittelpunkt der Strecke $A_1 A_2$, so wird diess $- A_2 P_{12} : A_1 P_{12}$; indess

$$\frac{x_1}{x_3} = \frac{A_1 P_{13}}{A_1 E_{13}},\quad \frac{x_4}{x_1} = \frac{A_1 P_{14}}{A_1 E_{14}},\quad \frac{x_3}{x_2} = \frac{A_2 P_{23}}{A_2 E_{23}},\quad \frac{x_4}{x_2} = \frac{A_2 P_{24}}{A_2 E_{24}}.$$

Macht man $A_1 E_{13} = A_1 E_{14} = A_2 E_{23} = A_2 E_{24} = A_1\ E_{12}$ und setzt diese gleich Eins, so hat man diese Verhältnisse sämmtlich als einfache Längenzahlen von $A_1\ P_{13}$, $A_1\ P_{14}$, $A_2\ P_{23}$, $A_2\ P_{24}$ respective, indess $x_1 : x_2$ ein einfaches Theilverhältniss ist; die beiden ersten oder die zweiten oder eins und vier oder zwei und drei geben in Verbindung mit diesem eine bequeme Construction.

In der vorigen Untersuchung entspricht dem die Annahme, dass die Coordinaten des Einheitpunktes seien $(1, 0, \frac{b}{2m}, 0)$, also in der Bezeichnung der Transformationstafel vom Anfang dieses Artikels $(1, \frac{c}{2m}, 0, 0)$; die Substitutionsgleichungen werden in die jetzige Bezeichnung zurück verschoben einfach

$$x = -\frac{b}{2}\frac{x_3 - x_4}{x_1 + x_2},\quad y = b\,\frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2},\quad z = \frac{b}{2m}\,\frac{x_3 + x_4}{x_1 + x_2};$$

somit

$$y + b = \frac{2\,b\,x_1}{x_1 + x_2},\quad y - b = \frac{-2\,b\,x_2}{x_1 + x_2},\quad mz + x = \frac{b\,x_4}{x_1 + x_2},\quad mz - x = \frac{b\,x_3}{x_1 + x_2},$$

und die Gleichung des Hyperboloids von gleicher Einfachheit wie vorhin, nur dass b verschwindet und die Richtungsconstante m eintritt.

$$a'') \qquad 4(1-m^2)x_1x_2 + x_3x_4 = 0.$$

Der Erzeugung aus gleichwinkligen Büscheln entsprechen nach dem Obigen die Gleichungen

$$c) \quad \lambda = \frac{b-y}{x-mz}, \; \lambda' = -\frac{b+y}{x+mz}; \; \lambda\lambda' + \beta(\lambda-\lambda') + \frac{1}{1+m^2} = 0;$$

die ersten beiden liefern durch die benutzte Substitution

$$\lambda = -\frac{1-b}{1-m}\,\frac{x_2}{x_3}, \; \lambda' = -\frac{1+b}{1+m}\,\frac{x_1}{x_4},$$

also die Gleichung des Hyperboloids in der Form

$$c') \quad \frac{1-b^2}{1-m^2}x_1x_2 + \frac{x_3x_4}{1+m^2} + \beta\left\{\frac{1+b}{1+m}x_1x_3 - \frac{1-b}{1-m}x_2x_4\right\} = 0,$$

in der sie zeigt, dass alle Hyperboloide aus gleichwinkligen Büscheln von denselben Scheitelkanten aber verschiedenen Anfangslagen, die gemeinschaftlichen Geraden des Hyperboloids und des hyperbolischen Paraboloids von den respectiven Gleichungen

$$\frac{1-b^2}{1-m^2}x_1x_2 + \frac{x_3x_4}{1+m^2} = 0, \quad \frac{1+b}{1+m}x_1x_3 = \frac{1-b}{1-m}x_2x_4$$

oder durch die windschiefen Vierecke $A_1\ A_3\ A_2\ A_4$ und $A_1\ A_2\ A_3\ A_4$ enthalten (nämlich die ausser $A_2\ A_3$, $A_1\ A_4$ ihnen gemeinschaftlichen). Diese rein imaginären Geraden sind die Durchschnittslinien der durch die Scheitelkanten an den imaginären Kreis im Unendlichen gehenden Tangentialebenen; denn ihre Gleichungen

$$(x \pm mz) \pm i(y \pm b)\sqrt{1+m^2} = 0$$

gehen durch dieselbe Transformation in

$$\frac{1-m}{\sqrt{1+m^2}}x_3 \pm i(1-b)x_2 = 0; \quad \frac{1+m}{\sqrt{1+m^2}}x_4 \pm i(1+b)x_1 = 0$$

über und das Product dieser Gleichungen giebt in seinen reellen und imaginären Theil zerlegt die vorigen Gleichungen zweiten Grades wieder — eine nicht uninteressante analytisch-geometrische Construction der Gleichung des orthogonalen Hyperboloids. Jene Ebenen machen mit jeder Anfangslage im bezüglichen Büschel unmessbar grosse Winkel und entsprechen sich daher unabhängig von jenen Lagen. Auf die Analogien in der Ebene brauche ich nur hinzuweisen.

Die einfachste Gleichung für diese Hyperboloide giebt aber eine gewisse Combination der Steiner'schen Erzeugung mit der Erzeugung aus gleichwinkligen Büscheln. Ich habe unter 2) gezeigt, dass die Erzeugenden aus den Scheiteln der kleinen Axe des elliptischen Hauptschnittes Scheitelkanten gleichwinkliger erzeugender Büschel sind, während die Erzeugenden aus den Scheiteln der grossen Axe des elliptischen Hauptschnittes die Scheitelkanten für die Erzeugung aus normalen Ebenenpaaren bilden. Zwei Erzeugende derselben Schaar von den Scheiteln der kleinen und die beiden Erzeugenden der andern Schaar von den Scheiteln der grossen Axe des elliptischen Hauptschnittes bilden das regelmässigste Tetraeder, welches aus Erzeugenden der Fläche von den beiden Haupttypen gebildet werden kann und es giebt solcher Tetraeder nur zwei, welche in Bezug auf die Hauptebenen der Fläche offenbar orthogonal symmetrisch sind. Für eines derselben als fundamental wird der einfachste Ausdruck der Fläche dann entstehen, wenn man den Mittelpunkt der Fläche, der augenscheinlich zugleich der gemeinsame Schwerpunkt beider Tetraeder ist, zum Einheitpunkte macht. Dann ist zugleich die Einheitebene, als harmonisch getrennt vom Einheitpunkte durch das Tetraeder, die unendlich ferne Ebene und die projectivischen Coor-

dinaten sind zwar auf ein wirkliches Tetraeder bezogen und insofern allgemein, aber die x_i sind Volumen- und die ξ_i Vierpunkt-Coordinaten und das Fundamentaltetraeder ist von ganz bestimmten Dimensionsverhältnissen (z. B. Fig. 4 von den kürzesten Abständen der Gegenkanten gleich 15, 12, 20 resp.); die beiden vorbesprochenen Tetraeder bilden zusammen ein rechtwinkliges Parallelepiped, zwischen dessen zu den Axen x, y, z respective parallelen Kanten $2a$, $2b$, $2c$ die Relation besteht

$$a^2b^2 + b^2c^2 = c^2a^2.$$

Dass hierin und in dem Ergebniss unter 2) nach der Gleichung a) die besten darstellend geometrischen Constructionsmittel (Fig. 4 u. Fig. 2) für Hyperboloide dieser Art liegen, ist offenbar; hier aus acht Erzeugenden, den Steiner'schen und den vier symmetrischen unter den gleichwinkligen, und dort aus zwei Diametralschnitten K_1, K_2 und den vier Steiner'schen Erzeugenden s_1, s_2; s_1^*, s_2^*. Die fragliche letzte Transformation aber ist folgende: Mit den Scheitelkanten der rechtwinkligen Paare

$$y = \pm b, \quad mz = \pm x$$

nehme ich als Scheitelkanten der gleichwinkligen Büschel

$$x = \mp b\sqrt{1-m^2}, \quad y\sqrt{1-m^2} = \mp mz$$

und erhalte die Coordinatentafel der neuen Fundamentalpunkte s_1g_1, s_2g_1, s_2g_2, s_1g_2 in Fig. 4

$$\begin{vmatrix} 1, & 1, & 1, & 1 \\ -b\sqrt{1-m^2}, & -b\sqrt{1-m^2}, & b\sqrt{1-m^2}, & b\sqrt{1-m^2} \\ b, & -b, & -b, & b \\ -\frac{b}{m}\sqrt{1-m^2}, & \frac{b}{m}\sqrt{1-m^2}, & -\frac{b}{m}\sqrt{1-m^2}, & \frac{b}{m}\sqrt{1-m^2} \end{vmatrix}$$

mit dem Determinantenwerthe

$$X = \frac{16\,b^3}{m}(1-m^2)$$

und dem adjungirten System

$$\left|\begin{array}{cccc} \frac{4\,b^3(1-m^2)}{m}, & \frac{4\,b^3(1-m^2)}{m}, & \frac{4\,b^3(1-m^2)}{m}, & \frac{4\,b^3(1-m^2)}{m} \\ -\frac{4b^2}{m}\sqrt{1-m^2}, & -\frac{4b^2}{m}\sqrt{1-m^2}, & \frac{4b^2}{m}\sqrt{1-m^2}, & \frac{4b^2}{m}\sqrt{1-m^2} \\ \frac{4\,b^2(1-m^2)}{m}, & -\frac{4\,b^2(1-m^2)}{m}, & -\frac{4\,b^2(1-m^2)}{m}, & \frac{4\,b^2(1-m^2)}{m} \\ -\frac{4\,b}{m}\sqrt{1-m^2}, & \frac{4\,b}{m}\sqrt{1-m^2}, & -\frac{4\,b}{m}\sqrt{1-m^2}, & \frac{4\,b}{m}\sqrt{1-m^2} \end{array}\right|;$$

für (1, 0, 0, 0) als die Coordinaten des neuen Einheitpunktes folgen die Coefficienten der Substitution aus der Formel

$$\beta_{hi}\, x = \mu\, x_h^{(i)}\, X_1^{(i)}$$

und die Substitution

$$x = -b\sqrt{1-m^2}\,\frac{x_1 + x_2 - x_3 - x_4}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4},\; y = b\,\frac{x_1 - x_2 - x_3 + x_4}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4},$$

$$z = -\frac{b\sqrt{1-m^2}}{m}\,\frac{x_1 - x_2 + x_3 - x_4}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}$$

dadurch aber die Gleichung des Hyperboloids

$$d) \qquad x_1\, x_3 + x_2\, x_4 = 0$$

und in Ebenencoordinaten

$$\xi_1\, \xi_3 + \xi_2\, \xi_4 = 0,$$

welche den Nenner der Substitution als die linke Seite der Gleichung der Polarebene des Einheitpunktes in Bezug auf die Fläche und diesen als Mittelpunkt bestätigen. Die Diametralebenen der Kreisschnitte sind

$$(x_2 - x_3)(1 + m^2) + (x_4 - x_1)(1 - m^2) = 0,$$
$$(x_2 - x_3)(1 - m^2) + (x_4 - x_1)(1 + m^2) = 0,$$

und die Kreisschnitte selbst

$$x_2(x_1 - x_2) + x_3\left(x_1 + \frac{1 \pm m^2}{1 \mp m^2}\, x_2\right) = 0; \text{ etc.}$$

Die Construction der Gleichung, die ich am Schlusse der vorigen Untersuchung angegeben habe, ist auch

hier von Interesse. Die durch die Scheitelkanten der benutzten gleichwinkligen Büschel gehenden Tangentialebenen des imaginären Kreises im Unendlichen sind

$$i\left(1+\frac{x}{b\sqrt{1-m^2}}\right)=\frac{y}{b}+\frac{mz}{b\sqrt{1-m^2}},\ 1-\frac{x}{b\sqrt{1-m^2}}=i\left(\frac{y}{b}-\frac{mz}{b\sqrt{1-m^2}}\right);$$

sie werden durch die Transformation respective in

$$i(x_3+x_4)+(x_3-x_4)=0,\quad i(x_1-x_2)-(x_1+x_2)=0$$

übergeführt und das Product derselben ist

$$(x_1x_4-x_2x_3)+i(x_1x_3+x_2x_4)=0,$$

das hyperbolische Paraboloid durch den Einheitpunkt und das Vierseit $A_1A_3A_4A_2$ und das betrachtete Hyperboloid, welche beide die reellen Erzeugenden A_1A_2 und A_3A_4 und die zwei rein imaginären aus den angezogenen Ebenen gemeinsam haben und durch die alle andern Hyperboloide aus gleichwinkligen Büscheln um dieselben Scheitelkanten bestimmt sind.

4) Transformation und metrische Relationen. Im Vorigen (p. 159) war Anlass, das specielle Coordinatensystem mit zwei unendlich fernen Fundamentalpunkten zu erwähnen; hier soll zunächst das mit nur einem unendlich fernen Fundamentalpunkt A_1 kurz besprochen werden, weil es dem Cartesisch-Plücker'schen mit der unendlich fernen Fundamentalebene A_1 nach dem Princip der Dualität gegenüber steht. Man hat für die Coordinaten des Punktes

$$\frac{x_2}{x_1}=(A_2A_1E_{12}P_{12})=\frac{A_2E_{12}}{A_2P_{12}},\ \frac{x_3}{x_1}=\frac{A_3E_{13}}{A_3P_{13}},\ \frac{x_4}{x_1}=\frac{A_4E_{14}}{A_4P_{14}}$$

und somit bei der Wahl des Einheitpunktes E nach den Relationen

$$A_2E_{12}=A_3E_{13}=A_4E_{14}=-1$$

die bezeichneten Coordinatenverhältnisse des Punktes als die negativen Reciproken der Längenzahlen der Abschnitte, welche von den nach ihm durch A_3A_4, A_4A_2, A_2A_3

gehenden Ebenen in den Gegenkanten des fundamentalen prismatischen Mantels $A_1 A_2$, $A_1 A_3$, $A_1 A_4$ gebildet werden, vom fundamentalen Querschnitt aus gerechnet. Für die Ebenencoordinaten ist wegen $\xi_1 = 1$

$$\xi_2 = (A_1 A_2 \mathsf{E}_{12} \mathsf{P}_{12}) = \frac{A_2 \mathsf{P}_{12}}{A_2 \mathsf{E}_{12}},\ \xi_3 = \frac{A_3 \mathsf{P}_{13}}{A_3 \mathsf{E}_{13}},\ \xi_4 = \frac{A_4 \mathsf{P}_{14}}{A_4 \mathsf{E}_{14}},$$

oder unter Annahme der harmonischen Trennung von Einheitpunkt und Einheitebene wegen

$$A_2 \mathsf{E}_{12} = A_3 \mathsf{E}_{13} = A_4 \mathsf{E}_{14} = -A_2 E_{12} = 1,$$
$$\xi_2 = A_2 \mathsf{P}_{12},\quad \xi_3 = A_3 \mathsf{P}_{13},\quad \xi_4 = A_4 \mathsf{P}_{14},$$

d. h. die Coordinaten der Ebene sind die Längenzahlen ihrer Abschnitte in den Kanten des prismatischen Mantels vom fundamentalen Querschnitt aus gemessen. Die Einheitebene E ist dem letzteren parallel im Abstand Eins in der Richtung A_1; der Einheitpunkt liegt in der durch den Schwerpunkt E_1 des Querschnitts $A_2\ A_3\ A_4$ in der Richtung A_1 gehenden Geraden im Abstande $E_1 E = -\frac{1}{3}$.

Die Bedingung des Ineinanderliegens von Punkt und Ebene, d. h. die Gleichung der Ebene respective des Punktes, je nachdem die x oder die ξ als veränderlich gelten, ist

$$x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \xi_4 x_4 \doteq 0$$

und kann natürlich, wo Verwechslungen mit Cartesisch-Plücker'schen Coordinaten nicht zu fürchten sind, auch in der Form

$$1 + \xi x + \eta y + \zeta z = 0$$

geschrieben werden, so dass den Rechnungsergebnissen mit dieser Gleichungsform jedenfalls dadurch eine zweite gleichberechtigte Reihe von Interpretationen erwächst; dieselbe kann auch ganz wie bei Cartesisch-Plücker'schen Coordinaten unmittelbar aus der Figur abgelesen werden als Ausdruck der Relation zwischen drei Abschnitten auf dem Radius vector $A_1\ P$ eines Punktes P der Ebene P und ihrer Summe;

nämlich Abschnitten, welche von den Parallelebenen zu P aus den Punkten der Kanten des prismatischen Mantels, also $A_2\,P_{12}$, $A_3\,P_{13}$, $A_4\,P_{14}$ in dem Radius vector bestimmt werden. Allerdings ist diese elementare Ableitung auch für Cartesisch-Plücker'sche Coordinaten meines Wissens nirgends veröffentlicht. Sie verläuft allgemein wie folgt. (Vergl. für Bezeichnung und Entwickelung «Darstell. Geom. und Geom. der Lage» Art. 143.) Ist P ein Punkt der Ebene P für Cartesisch-Plücker'sche Coordinaten mit den von A_1 ausgehenden Axen von den Richtungen A_2, A_3, A_4 respective (Fig. 5), sind P_{12}, P_{13}, P_{14} die Axenschnittpunkte der Ebene, P_{12}, P_{13}, P_{14} die in den Axen liegenden Ecken des projicirenden Parallelepipeds von P, ferner P_4 die vierte in der Ebene $A_1A_2A_3$ liegende Ecke desselben und P_{14}^* der Durchschnittspunkt der Geraden $A_1\,P_4$ von der Richtung P_{23}, $\mathsf{P}_{12}\,\mathsf{P}_{13}$, $\mathsf{P}_{14}\,P$, sowie P_{12}^* und P_{13}^* die in den Richtungen A_3, A_2 respective gebildeten Projectionen von P_{14}^* auf $A_1\,A_2$, $A_1\,A_3$, so hat man unmittelbar aus der Figur nach der Lage von P in der Geraden $\mathsf{P}_{14}\,\mathsf{P}_{14}^*$ im Dreieck $A_1A_4P_{23}$ und nach der Lage von P_{14}^* in der Geraden $\mathsf{P}_{12}\,\mathsf{P}_{13}$ im Dreieck $A_1\,A_2\,A_3$ respective

$$\frac{A_1P_{14}}{A_1\mathsf{P}_{14}} + \frac{A_1P_4}{A_1\mathsf{P}_{14}^*} = 1, \quad \frac{A_1\mathsf{P}_{12}^*}{A_1\mathsf{P}_{12}} + \frac{A_1\mathsf{P}_{13}^*}{A_1\mathsf{P}_{13}} = 1.$$

Multiplicirt man die drei Glieder der letzteren Gleichung der Reihe nach mit den drei gleichen Verhältnissen (Figur)

$$\frac{A_1P_{12}}{A_1\mathsf{P}_{12}^*} = \frac{A_1P_{13}}{A_1\mathsf{P}_{13}^*} = \frac{A_1P_4}{A_1\mathsf{P}_{14}^*},$$

so erhält man

$$\frac{A_1P_{12}}{A_1\mathsf{P}_{12}} + \frac{A_1P_{13}}{A_1\mathsf{P}_{13}} = \frac{A_1P_4}{A_1\mathsf{P}_{14}^*}$$

und somit durch Einsetzen in die erste Gleichung

$$\frac{A_1P_{12}}{A_1\mathsf{P}_{12}} + \frac{A_1P_{13}}{A_1\mathsf{P}_{13}} + \frac{A_1P_{14}}{A_1\mathsf{P}_{14}} = 1$$

oder nach den Coordinatendefinitionen

$$-\frac{\lambda_2\,\xi_2\,x_2+\lambda_3\,\xi_3\,x_3+\lambda_4\,\xi_4\,x_4}{\lambda_1\,\xi_1\,x_1}=1,$$

d. h. nach der speciellen Bezeichnung der Cartesisch-Plücker'schen Coordinaten $\xi\,x+\eta\,y+\zeta\,z+1=0$.

Specieller aber erhält man dasselbe Resultat durch Einführung des Radius vector $A_1\,P$ und der Schnittpunkte desselben mit den drei durch P_{12}, P_{13}, P_{14} zur Ebene $\mathbf{P}$ gehenden Parallelebenen; denn

$$\frac{A_1P_{12}}{A_1\mathbf{P}_{12}}+\frac{A_1P_{13}}{A_1\mathbf{P}_{13}}+\frac{A_1P_{14}}{A_1\mathbf{P}_{14}}=1$$

ist nichts andres als der Ausdruck des Umstandes, dass der Radius vector $A_1\,P$ der Summe seiner drei so gebildeten Abschnitte gleich ist.

Im dualistischen Coordinatensystem mit dem Dreieck in der Hauptebene $A_2A_3A_4$ und der Hauptrichtung A_1 (Fig. 6) erhält man dagegen für $\mathbf{P}_{12}\,\mathbf{P}_{13}\,\mathbf{P}_{14}$ als den Querschnitt der Ebene $\mathbf{P}$ mit dem prismatischen Mantel und den Punkt P in derselben mit der Projection P_4 aus A_4 auf die Ebene $A_1A_2A_3$, mit den Schnitten P_{12}, P_{13}, P_{14} und P_{23} der Kanten A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4, A_2A_3 mit den Ebenen, welche P mit den respectiven Gegenkanten A_3A_4, A_2A_4, A_2A_3, A_1A_4 verbinden, mit $\mathbf{P}_{14}{}^*$ als dem Schnitt von $\mathbf{P}_{12}\,\mathbf{P}_{13}$, $\mathbf{P}_{14}\,P$, $P_{23}\,P_4\,A_1$ und $\mathbf{P}_{12}{}^*$, $\mathbf{P}_{13}{}^*$ als den Projectionen desselben aus A_3, A_2 auf A_1A_2, A_1A_3 respective aus der Lage von P in der Geraden $\mathbf{P}_{14}\mathbf{P}_{14}{}^*$ im Dreieck $A_1A_4P_{23}$ und aus der Lage von $\mathbf{P}_{14}{}^*$ in der Geraden $\mathbf{P}_{12}\mathbf{P}_{13}$ im Dreieck $A_1A_2A_3$ die Gleichungen

$$\frac{A_4\mathbf{P}_{14}}{A_4P_{14}}+\frac{P_{23}\mathbf{P}_{14}{}^*}{P_{23}P_4}=1,\quad \frac{A_2\mathbf{P}_{12}}{A_2\mathbf{P}_{12}{}^*}+\frac{A_3\mathbf{P}_{13}}{A_3\mathbf{P}_{13}{}^*}=1\,.$$

Multiplicirt man die drei Glieder der letzteren mit den drei ersichtlich gleichen Verhältnissen

$$\frac{A_2\mathbf{P}_{12}{}^*}{A_2P_{12}}=\frac{A_3\mathbf{P}_{13}{}^*}{A_3P_{13}}=\frac{P_{23}\mathbf{P}_{14}{}^*}{P_{23}P_4}$$

der Reihe nach, so erhält man

$$\frac{A_2\mathsf{P}_{12}}{A_2P_{12}} + \frac{A_2\mathsf{P}_{13}}{A_3P_{13}} = \frac{P_{23}\mathsf{P}_{14}{}^*}{P_{23}P_4}$$

und durch Einsetzen in die erste Gleichung

$$\frac{A_2\mathsf{P}_{12}}{A_2P_{12}} + \frac{A_3\mathsf{P}_{13}}{A_3P_{13}} + \frac{A_4\mathsf{P}_{14}}{A_4P_{14}} = 1 \text{ oder } 1 + \xi_2\frac{x_2}{x_1} + \xi_3\frac{x_3}{x_3} + \xi_4\frac{x_4}{x_1} = 0.$$

Ich will hier eine Anwendung dieser Coordinatensysteme scizziren, die eine gewisse systematische Bedeutung hat. Wenn man in zwei Orthogonalsystemen an verschiedenen Scheiteln S_1, S_2 die nach den Punkten P einer Ebene P gehenden Strahlenpaare S_1P, S_2P und die Normalebenen N_1, N_2 derselben nimmt, so gehört ihre Durchschnittslinie einer Strahlencongruenz als Bild der Punktebene an und markirt in dieser den zu P doppelt conjugirten Punkt P^*. Für S_{11}, S_{21} als Fusspunkte der Normalen zu P aus S_1 und S_2 und $11'$, $22'$ als die zu $S_{11}S_{21}$ senkrechten Durchmesser der um S_{11}, S_{21} mit den Radien $S_1\ S_{11}$, $S_2\ S_{21}$ beschriebenen Kreise sind die in $S_{11}S_{21}$ liegenden Punkte des Kreises durch $122'1'$ und die dazu normale Richtung die Ausnahmspunkte der involutorischen Verwandtschaft zweiten Grades zwischen P und P^* und daher die natürlichen Fundamentalpunkte für die analytische Untersuchung derselben; analog dient ein prismatisches System zur Untersuchung der Congruenz, etc. (Vergl. diese Vierteljahrschrift Bd. XXI, pag. 371).

Natürlich kann man den Normalschnitt des prismatischen Mantels als fundamentalen Querschnitt wählen und denselben insbesondere als gleichseitiges Dreieck festsetzen, in welchem Falle E_1 zugleich der Schnittpunkt seiner Höhen oder der Conjugirten seiner Seiten aus den Gegenecken in Bezug auf den imaginären Kreis im Unendlichen ist; man kann ebenso in der Ebene die parallelen Axen $A_1\ A_2$, $A_1\ A_3$, mit ihrer

Normalbreite A_2 A_3 zu Fundamentallinien wählen und das Analogon der rechtwinkligen Coordinaten bilden. Weil jetzt Hauptebene und Hauptrichtung conjugirt sind in Bezug auf den imaginären Kreis im Unendlichen, so erhält man einfache Formeln für die metrischen Relationen — immerhin von geringerer Einfachheit, als im Falle rechtwinkliger Cartesisch-Plücker'scher Coordinaten.

Den Character dieser Differenz wird sofort die folgende Ueberlegung deutlich machen. Der Uebergang von einem gegebenen zu einem neuen System der Fundamental-Elemente projectivischer Coordinaten entspricht, wenn man Punkte und Ebenen mit einerlei Coordinatenwerthen als entsprechend betrachtet, dem Uebergang von einem System zu einem mit ihm collinearen, in der Ebene insbesondere also zu einer perspectivischen Abbildung — nach der Natur der projectivischen Coordinaten. Entspricht dabei die unendlich ferne Ebene respective Gerade sich selbst, so hat man nicht Collineation im Allgemeinen, sondern Affinität; Richtungen und Stellungen entsprechen wieder Richtungen und Stellungen, entsprechende Gerade sind durch die entsprechenden Punkte proportional getheilt. Bei Benutzung von zwei Cartesisch-Plücker'schen Coordinatensystemen findet offenbar dies Verhältniss immer statt, während es für zwei Systeme von der so eben besprochenen Art nur für einzelne Richtungen und Stellungen gilt, analog eingeschränkt auch für den Uebergang zwischen beiderlei Arten von Systemen.

Betrachtet man unter demselben Gesichtspunkte die allgemeinen Coordinatensysteme, so ergiebt sich wieder jene schon im Eingang hervorgehobene ausgezeichnete Stellung der beiden Systeme der Volumen- und der Vierpunkt-Coordinaten. Geht man von Cartesisch-Plücker'schen Coordinaten zu solchen über, so wird eine Fundamental-ebene

respective -linie des ersten zur Einheit-ebene (-linie) desz weiten; und beim Uebergang von einem System Volumen-Vierpunkt-Coordinaten zu einem andern bleibt die unendlichferne Einheitebene dieselbe; im letzteren Falle haben die Punkte, etc. von denselben Coordinatenwerthen also die Bedeutung als entsprechende Punkte in affinen Systemen, parallelen Geraden und Ebenen entsprechen parallele Gerade und Ebenen und zwischen entsprechenden geraden Reihen besteht ein bestimmtes, von der Richtung abhängiges Verjüngungsverhältniss. Im ersten Falle findet ein solches Entsprechen nicht statt, weil in der unendlich fernen Ebene nicht zwei entsprechende Ebenen zusammenfallen.

Man weiss, dass die metrischen Relationen Beziehungen der Elementenpaare zum imaginären Kugelkreis in unendlicher Ferne sind, in der Ebene zu den beiden unendlich fernen imaginären Kreispunkten in derselben. Zur analytischen Ausdrucksweise dieser absoluten Elemente der Metrik gelangt man leicht bei der Untersuchung der metrischen Relationen, welche zwischen den Fundamentalelementen und den drei Coordinaten eines Punktes respective einer Geraden in der Ebene, und ebenso den vier Coordinaten eines Punktes respective einer Ebene im Raum bestehen. Wenn mit p_i und e_i die Längen der Perpendikel vom Punkt auf die Fundamentallinien a_i oder die Fundamentalebenen A_i bezeichnet werden, so hat man $x_i = p_i : e_i$ oder $p_i = e_i\, x_i$; und da für s_i als die Länge der Seite a_i respective F_i als die Flächenzahl des Dreiecks der Fundamentalpunkte in der Ebene A_i und für F als die Fläche des Fundamentaldreiecks, V als das Volumen des Fundamentaltetraeders offenbar die Gleichungen gelten müssen

$$s_1p_1 + s_2p_2 + s_3p_3 = 2\,F,\quad F_1p_1 + F_2p_2 + F_3p_3 + F_4p_4 = 3\,V,$$

so hat man die Abhängigkeit der Coordinaten eines

P u n k t e s von den Maassen der fundamentalen Gruppe in der Form

$$e_1 s_1 x_1 + e_2 s_2 x_2 + e_3 s_3 x_3 = 2\,F, \quad e_1 F_1 x_1 + e_2 F_2 x_2 + e_3 F_3 x_3 + \\ + e_4 F_4 x_4 = 3\,V.$$

Insbesondere für E als Schwerpunkt des Dreiecks respective des Tetraeders wegen $3\,e_i = h_i$ und $h_i\,s_i = 2\,F$ im ersten und $4\,e_i = h_i$, $h_i\,F_i = 3\,V$ im zweiten Falle

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3 \text{ resp. } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4.$$

Dann ist unter Voraussetzung der harmonischen Trennung von Einheitpunkt und Einheitlinie respective Ebene die Letztere die unendlich ferne Gerade respective -Ebene und also sind

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0, \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

ihre respectiven Gleichungen. Im allgemeinen Falle werden dieselben

$$\Sigma\, e_i\, s_i\, x_i = 0, \quad \Sigma\, e_i\, F_i\, x_i = 0;$$

denn in $\Sigma\, e_i\, s_i\, x_i - 2\,F = 0$ kann die Constante $2\,F$ die für einen unendlich fernen Punkt unendlich grossen Producte $e_i\, s_i\, x_i$ nicht auf Null reduciren, wenn diese es nicht unter einander thun, etc. Man hat somit den A u s d r u c k d e s A b s o l u t e n d e r M e t r i k i n C o o r d i n a t e n x_i gefunden. Sein Ausdruck in Linien- respective Ebenen-Coordinaten ist für Ebene und Raum

$$\xi^2 + \eta^2 = 0 \quad \text{und} \quad \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = 0$$

respective, für ξ, η und ξ, η, ζ als die rechtwinkligen Plücker'schen Coordinaten der Geraden und der Ebene. Denn das Verschwinden von $\xi^2 + \eta^2$, respective $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$ für eine Gerade oder Ebene bedingt, dass die Entfernung der Geraden oder Ebene von einem beliebigen Punkte unendlich gross ist und diess findet nur statt, wenn die Gerade durch einen der Kreispunkte geht, respective wenn die Ebene den imaginären Kugelkreis berührt, d. h. d i e v o r i g e n G l e i-

chungen repräsentiren das Absolute als Enveloppe von der zweiten Classe. Denn die Distanz des Punktes von der Geraden oder Ebene wird in der Linie von ihm nach ihrem Pol in Bezug auf das Absolute gemessen und in dem Falle der Berührung mit demselben fällt dieser mit dem Berührungspunkt und also zugleich mit dem Endpunkt der Distanz in der Ebene oder Geraden zusammen und dieselbe ist unendlich gross. Setzt man nun, um die entspringende Entwickelung für die Ebene auszuführen x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3 als die rechtwinkligen Cartesischen Coordinaten der Eckpunkte des Fundamentaldreiecks und sind ξ_i (oder die Verhältnisse $\pi_i : \varepsilon_i$ der senkrechten Abstände der Fundamentalpunkte von ihr und von der angenommenen Einheitlinie) die Coordinaten einer willkürlichen Geraden von der Cartesisch-Plücker'schen Gleichung

$$\xi x + \eta y + 1 = 0,$$

so hat man $\pi_i = \varepsilon_i \xi_i = \dfrac{\xi x_i + \eta y_i + 1}{\sqrt{\xi^2 + y^2}}$ und somit

$$\varepsilon_1 \xi_1 \sqrt{\xi^2 + \eta^2} - \xi x_1 - \eta y_1 = 1,$$
$$\varepsilon_2 \xi_2 \sqrt{\xi^2 + \eta^2} - \xi x_2 - \eta y_2 = 1,$$
$$\varepsilon_3 \xi_3 \sqrt{\xi^2 + \eta^2} - \xi x_3 - \eta y_3 = 1;$$

Gleichungen, aus denen man bestimmt

$$\sqrt{\xi^2 + y^2} : \xi : \eta : 1 = \begin{vmatrix} 1, x_1, y_1 \\ 1, x_2, y_2 \\ 1, x_3, x_3 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} \varepsilon_1\xi_1, 1, -y_1 \\ \varepsilon_2\xi_2, 1, -y_2 \\ \varepsilon_3\xi_3, 1, -y_3 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} \varepsilon_1\xi_1, -x_1, 1 \\ \varepsilon_2\xi_2, -x_2, 1 \\ \varepsilon_3\xi_3, -x_3, 1 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} \varepsilon_1\xi_1, x_1, y_1 \\ \varepsilon_2\xi_2, x_2, y_2 \\ \varepsilon_3\xi_3, x_3, y_3 \end{vmatrix}$$

und daher einerseits die identische Relation zwischen den projectivischen Coordinaten einer Geraden

$$\begin{vmatrix} 1, x_1, y_1 \\ 1, x_2, y_2 \\ 1, x_3, y_3 \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 \xi_1, 1, -y_1 \\ \varepsilon_2 \xi_2, 1, -y_2 \\ \varepsilon_3 \xi_3, 1, -y_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} \varepsilon_1 \xi_1, -x_1, 1 \\ \varepsilon_2 \xi_2, -x_2, 1 \\ \varepsilon_3 \xi_8, -x_3, 1 \end{vmatrix}^2,$$

anderseits die Gleichung der imaginären Kreispunkte als Enveloppe zweiter Klasse oder des Absoluten

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_1\xi_1, 1, -y_1 \\ \varepsilon_2\xi_2, 1, -y_2 \\ \varepsilon_3\xi_3, 1, -y_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} \varepsilon_1\xi_1, -x_1, 1 \\ \varepsilon_2\xi_2, -x_2, 1 \\ \varepsilon_3\xi_3, -x_3, 1 \end{vmatrix}^2 = 0.$$

Man sieht die linke Seite der ersteren repräsentirt das Quadrat der doppelten Flächenzahl des Fundamentaldreiecks, indess die rechte Seite giebt

$$\varepsilon_1^2\xi_1^2\left\{(y_2-y_3)^2+(x_2-x_3)^2\right\}+\ldots$$
$$+\varepsilon_1\,\varepsilon_2\,\xi_1\,\xi_2\left\{2\,(y_2-y_3)\,(y_3-y_1)+2\,(x_2-x_3)\,(x_3-x_1)\right\}+\ldots$$

d. h. $\varepsilon_1^2\xi_1^2 s_1^2+\ldots+\varepsilon_1\,\varepsilon_2\,\xi_1\,\xi_2\,(s_3^2-s_1^2-s_2^2)+\ldots$

oder $s_1^2(\varepsilon_1\xi_1-\varepsilon_2\xi_2)(\varepsilon_1\xi_1-\varepsilon_3\xi_3)+s_2^2(\varepsilon_2\xi_2-\varepsilon_1\xi_1)(\varepsilon_2\xi_2-\varepsilon_3\xi_3)+$
$+\,s_3^2(\varepsilon_3\xi_3-\varepsilon_1\xi_1)(\varepsilon_3\xi_3-\varepsilon_2\xi_2)$

oder also auch

$$(\varepsilon_1\,\xi_1)\,s_1^2+\ldots-2\,(\varepsilon_1\,\xi_1)\,(\varepsilon_2\,\xi_2)\,s_1\,s_2\cos A_3-\ldots,$$

wenn man die Winkel des Fundamentaldreiecks an den Ecken A_1, A_2, A_3 selbst durch A_1, A_2, A_3 bezeichnet. Für Dreipunkt-Coordinaten oder die Einheitlinie als die unendlich ferne Gerade setzt man $\xi_i = \pi_i$ oder $\varepsilon_i = 1$ und erhält damit die Relation zwischen den Coordinaten einer Geraden in der Form

$$4\,F^2 = \xi_1^2 s_1^2+\ldots-2\,\xi_1\xi_2\,s_1\,s_2\cos A_3-\ldots,$$

und die Bedingung für ihr unendlich grosswerden oder die Gleichung des Absoluten in Liniencoordinaten

$$0=\xi_1^2 s_1^2+\ldots-2\,\xi_1\,\xi_2\,s_1\,s_2\cos A_3-\ldots$$

oder auch

$$0=s_1^2(\xi_1-\xi_2)(\xi_1-\xi_3)+s_2^2(\xi_2-\xi_1)(\xi_2-\xi_3)+s_3^2(\xi_3-\xi_1)(\xi_3-\xi_2),$$

welche sich nur für ein gleichseitiges Fundamentaldreieck noch weiter vereinfacht. Ihre Discriminante ist

$$\begin{vmatrix} 1\quad, & -\cos A_3, & -\cos A_2 \\ -\cos A_3, & 1\quad, & -\cos A_1 \\ -\cos A_2, & -\cos A_1, & 1 \end{vmatrix}$$

und somit Null, weil A_1, A_2, A_3 die Winkel eines Dreiecks sind.

Da die Tangenten eines Kreises vom Mittelpunkte x_1', x_2', x_3' desselben aus nach den imaginären Kreispunkten gehen, so hat man als Gleichung des Kreises

$$(\xi_1 x_1' + \xi_2 x_2' + \xi_3 x_3')^2 = \left\{ \xi_1^2 s_1^2 + \ldots - 2\,\xi_1 \xi_2\, s_1 s_2 \cos A_3 - \ldots \right\}$$

oder

$$(\xi_1 x_1' + \xi_2 x_2' + \xi_3 x_3')^2 = \left\{ s_1^2 (\xi_1 - \xi_2)(\xi_1 - \xi_3) + s_2^2 (\xi_2 - \xi_1)(\xi_2 - \xi_3) + s_3^2 (s_3 - s_1)(\xi_3 - \xi_2) \right\},$$

woraus speciell die eingeschriebenen Kreise für $x_i' = \pm s_i$ hervorgehen, also z. B. mit $x_i' = + s_i$

$$s_1\, s_2\, \xi_1\, \xi_2 \cos^2 \frac{A_3}{2} + s_2\, s_3\, \xi_2\, \xi_3 \cos^2 \frac{A_1}{2} + s_3\, s_1\, \xi_3\, \xi_1 \cos^2 \frac{A_2}{2} = 0$$

oder in Punktcoordinaten

$$x_1^2 s_2^2 s_3^2 \cos^4 \frac{1}{2} A_1 + \ldots - 2\, x_1\, x_2\, s_1\, s_2\, s_3^2 \cos^2 \frac{1}{2} A_1 \cos^2 \frac{1}{2} A_2 - \ldots = 0$$

d. h. auch

$$(x_1\, s_2 s_3)^{\frac{1}{2}} \cos \frac{1}{2} A_1 + (x_2\, s_3\, s_1)^{\frac{1}{2}} \cos \frac{1}{2} A_2 + (x_3\, s_1\, s_2)^{\frac{1}{2}} \cos \frac{1}{2} A_3 = 0.$$

Aus der Gleichung des Absoluten folgt auch die Bedingung der Orthogonalität von zwei geraden Linien ξ_i', ξ_i'' als die Relation der harmonischen Trennung ihrer Richtungen durch die Kreispunkte

$$s_1^2 \xi_1' \xi_1'' + s_2^2 \xi_2' \xi_2'' + s_3^2 \xi_3' \xi_3'' = s_1\, s_2 \cos A_3 (\xi_1' \xi_2'' + \xi_1'' \xi_2') + s_2\, s_3 \cos A_1 (\xi_2' \xi_3'' + \xi_2'' \xi_3') + s_3\, s_1 \cos A_2 (\xi_3' \xi_1'' + \xi_3'' \xi_1');$$

also z. B. für die zur Fundamentallinie $x_1 = 0$ normalen Geraden die Relation

$$s_1\, \xi_1 = s_2\, \xi_2 \cos A_3 + s_3\, \xi_3 \cos A_2$$

und insbesondere die Gleichung der zugehörigen Höhe des Fundamentaldreiecks

$$s_2\, x_3 \cos A_3 = s_3\, x_2 \cos A_2 \quad \text{oder} \quad x_3 \tan A_2 = x_2 \tan A_3,$$

und das dieselbe Seite halbirende Perpendikel

$$x_1 \sin (A_2 - A_3) - \sin A_1 (x_2 - x_3) = 0; \text{ etc.}$$

man bestimmt ebenso leicht die Normale einer Geraden ξ_i' durch den Punkt x_i', indem man die Relation der Orthogonalität in der Form der Bedingungsgleichung für die Coordinaten ξ_i der Normale schreibt

$$s_1\xi_1(s_1\xi_1' - s_2\xi_2'\cos A_3 - s_3\xi_3'\cos A_2) + s_2\xi_2(s_1\xi_1'\cos A_3 - s_2\xi_2' - s_3\xi_3'\cos A_1) + s_3\xi_3(s_1\xi_1'\cos A_2 - s_2\xi_2'\cos A_1 - s_3\xi_3') = 0.$$

Es erübrigt, die Distanz zweier Punkte und den Winkel zweier Geraden auszudrücken und ich will das Mittel der Transformation hierfür in Anwendung bringen. Für X_1, Y_1; X_2, Y_2; X_3, Y_3 als die Coordinaten der Fundamentalpunkte A_1, A_2, A_3 in einem rechtwinkligen Cartesischen System sind $\frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$, $\frac{1}{3}(Y_1 + Y_2 + Y_3)$ die Coordinaten ihres Schwerpunktes, den ich als Einheitpunkt des Systems projectivischer Coordinaten denke. Man hat dann die Coordinatentafel und das adjungirte System derselben

$$\begin{vmatrix} 1, & 1, & 1 \\ X_1, & X_2, & X_3 \\ Y_1, & Y_2, & Y_3 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} X_2Y_3 - X_3Y_2, & X_3Y_1 - X_1Y_3, & X_1Y_2 - X_2Y_1 \\ Y_2 - Y_3 \quad , & Y_3 - Y_1 \quad , & Y_1 - Y_2 \\ X_3 - X_2 \quad , & X_1 - X_3 \quad , & X_2 - X_1 \end{vmatrix};$$

erstere mit dem Werthe $2F$ als Determinante für F als die Fläche des Fundamentaldreiecks. Damit ergeben sich die Multiplicatoren von $\mu x_h^{(i)}$ auf der rechten Seite der allgemeinen Gleichung von I

$$\beta_{hi} X = \mu x_k^{(i)} \left\{ x_1^{(E)} X_1^{(i)} + x_2^{(E)} X_2^{(i)} + x_3^{(E)} X_3^{(i)} \right\}$$

gleichmässig gleich $\frac{2}{3} F$ und man erhält

$$3\beta_{11} = \mu,\ 3\beta_{21} = \mu X_1,\ 3\beta_{31} = \mu Y_1;\ 3\beta_{12} = \mu,\ 3\beta_{22} = \mu X_2$$
$$3\beta_{23} = \mu Y_2;\ 3\beta_{13} = \mu,\ 3\beta_{23} = \mu X_3,\ 3\beta_{33} = \mu Y_3;$$

somit die Substitution

$$x = \frac{X_1x_1 + X_2x_2 + X_3x_3}{x_1 + x_2 + x_3}, \quad y = \frac{Y_1x_1 + Y_2x_2 + Y_3x_3}{x_1 + x_2 + x_3},$$

welche in der That die Cartesische Gleichung der unendlich fernen Geraden $0\,X + 0\,Y + 1 = 0$ in die der Einheitlinie $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ der Dreipunkt-Coordinaten überführt. Nach der letzten Formel in der ersten Gruppe desselben Abschnittes I erhält man die Substitution für die Liniencoordinaten gleichzeitig

$$\xi = \frac{(Y_2 - Y_3)\,\xi_1 + (Y_3 - Y_1)\,\xi_2 + (Y_1 - Y_2)\,\xi_3}{(X_2 Y_3 - X_3 Y_2)\,\xi_1 + (X_3 Y_1 - X_1 Y_3)\,\xi_2 + (X_1 Y_2 - X_2 Y_1)\,\xi_3},$$

$$\eta = \frac{(X_3 - X_2)\,\xi_1 + (X_1 - X_3)\,\xi_2 + (X_2 - X_1)\,\xi_3}{(X_2 Y_3 - X_3 Y_2)\,\xi_1 + (X_3 Y_1 - X_1 Y_3)\,\xi_2 + (X_1 Y_2 - X_2 Y_1)\,\xi_3};$$

man erkennt in den Coëfficienten des Nenners die Flächencoordinaten des Anfangspunktes der Cartesischen Coordinaten; die Zähler geben natürlich die linken Seiten in den Gleichungen der alten Axen im Endlichen vorhin und die von denen der alten Fundamentalpunkte im Unendlichen jetzt. Aus den letzteren Gleichungen erhält man sofort für den Winkel θ von zwei geraden Linien (ξ_1', ξ_2', ξ_3'), $(\xi_1'', \xi_2'', \xi_3'')$ durch Einsetzen in $\tan\theta = \dfrac{\xi'\eta'' - \xi''\eta'}{\xi'\eta'' + \eta'\eta''}$ den Ausdruck

$$\frac{\{(Y_2 - Y_3)\xi_1' + \ldots\}\,\{(X_3 - X_2)\xi_1'' + \ldots\} - \{(Y_2 - Y_3)\xi_1'' + \ldots\}\,\{(X_3 - X_2)\xi_1' + \ldots\}}{\{(Y_2 - Y_3)\xi_1' + \ldots\}\,\{(Y_2 - Y_3)\xi_1'' + \ldots\} + \{(X_3 - X_2)\xi_1' + \ldots\}\,\{(X_3 - X_2)\xi_1'' + \ldots\}},$$

in dessen Nenner man durch Entwickelung unmittelbar die Function

$$s_1^2\,\xi_1'\xi_1'' + \ldots - s_1 s_2 \cos A_3\,(\xi_1'\xi_2'' + \xi_1''\xi_2') - \ldots$$

wieder erkennt, deren Verschwinden die Bedingung der Rechtwinkligkeit der betrachteten Geraden bildet; während der Zähler sich sofort als das Product der Determinaten-Ausdrücke

$$(\xi_1'\xi_2'' - \xi_1''\xi_2') + (\xi_2'\xi_3'' - \xi_2''\xi_3') + (\xi_3'\xi_1'' - \xi_3''\xi_1'),$$
$$(Y_2 X_1 - Y_1 X_2) + (Y_3 X_2 - Y_2 X_3) + (Y_1 X_3 - Y_3 X_1)$$

erweist, von denen der erstere durch sein Verschwinden den

Parallelismus der Geraden ξ_i', ξ_i'' oder die Lage ihres Schnittes auf der unendlich fernen Einheitlinie bedingt, während der zweite den doppelten Inhalt des Fundamentaldreiecks ausdrückt.

Aehnlich im Falle der Distanzbestimmung von zwei Punkten x_i', x_i'' und der Distanz eines Punktes x_i von einer Geraden ξ_i. Im letzteren Falle geht der Cartesisch-Plücker'sche Ausdruck

$$\frac{\xi x' + \eta y' + 1}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}$$

durch die angegebene Substitution über in

$$\frac{\{(Y_2-Y_3)\xi_1 + ..\}\{X_1 x_1' + ..\} + \{(X_3-X_2)\xi_1 + ..\}\{Y_1 x_1' + ..\} + \{(X_2 Y_3 - X_3 Y_2)\xi_1 + ..\}(x_1' + ..)}{\sqrt{\{(Y_2-Y_3)\xi_1 + ..\}^2 + \{(X_3-X_2)\xi_1 + ..\}^2}}$$

wo sich der Nenner durch Entwicklung und Ordnung nach den $\xi_i \xi_k$ sofort in

$$\sqrt{s_1^2\xi_1^2 + s_2^2\xi_2^2 + s_3^2\xi_3^2 - 2 s_1 s_2 \cos A_3 \xi_1 \xi_2 - 2 s_2 s_3 \cos A_1 \xi_2 \xi_3 - 2 s_3 s_1 \cos A_2 \xi_3 \xi_1}$$

verwandelt, eine Grösse, die durch ihr Verschwinden ausdrückt, dass die gerade Linie ξ_i durch einen der Kreispunkte geht, mithin zu sich selbst orthogonal d. h. conjugirt bezüglich der Kreispunkte und also zu ihrer Normale aus dem Punkte x_i parallel ist, so dass die fragliche Distanz unendlich gross wird; während der Zähler durch Entwicklung und Ordnung nach den x_i' dieselbe Grösse

$$\{(X_2 Y_3 - X_3 Y_2) + (X_3 Y_1 - X_1 Y_3) + (X_1 Y_2 - X_2 Y_1)\}$$

oder den doppelten Inhalt des Fundamentaldreiecks $2F$ als gemeinsamen Factor aller Glieder zeigt, so dass derselbe das Product von $2F$ in das Trinom $\xi_1 x_1' + \xi_2 x_2' + \xi_3 x_3'$ ist, dessen Verschwinden anzeigt, dass der Punkt x_i' der Geraden ξ_i angehört, also die Distanz Null von ihr hat.

Für die Distanz d von zwei Punkten x_i', x_i'' sei nur erwähnt, dass aus (vergl. pag. 145, 147)

$$x = \frac{\beta_{21} x_1 + \beta_{22} x_2 + \beta_{23} x_3}{\beta_{11} x_1 + \beta_{12} x_2 + \beta_{13} x_3}, \quad y = \frac{\beta_{31} x_1 + \beta_{32} x_2 + \beta_{33} x_3}{\beta_{11} x_1 + \beta_{12} x_2 + \beta_{13} x_3}$$

für den Ausdruck von

$$d^2 = (x' - x'')^2 + (y' - y'')^2$$

zuerst der Werth folgt

$$\left\{\frac{\beta_{21} x_1' + \beta_{22} x_2' + \beta_{23} x_3'}{\beta_{11} x_1' + \beta_{12} x_2' + \beta_{13} x_3'} - \frac{\beta_{21} x_1'' + \beta_{22} x_2'' + \beta_{23} x_3''}{\beta_{11} x_1'' + \beta_{12} x_2'' + \beta_{13} x_3''}\right\}^2 +$$

$$\left\{\frac{\beta_{31} x_1' + \beta_{32} x_2' + \beta_{33} x_3'}{\beta_{11} x_1' + \beta_{12} x_2' + \beta_{13} x_3'} - \frac{\beta_{31} x_1'' + \beta_{32} x_2'' + \beta_{33} x_3''}{\beta_{11} x_1'' + \beta_{12} x_2'' + \beta_{13} x_3''}\right\}^2$$

und bemerkt, dass die hier auftretenden Nenner einerlei Werth haben; denn $\beta_{11} x_1 + \beta_{12} x_2 + \beta_{13} x_3$ ist in der That, wenn ich den Factor $\frac{\mu}{X}$ d. i. $\frac{\mu}{2F}$ unterdrücke, der allen β_{ik} gemeinsam ist und aus dem Ausdruck verschwindet,

$$2\left\{x_1 \cdot \varDelta E A_2 A_3 + x_2 \cdot \varDelta E A_3 A_1 + x_3 \cdot \varDelta E A_1 A_2\right\}$$

$$\text{d. h.} \quad \left\{\frac{p_1}{e_1} \cdot e_1 s_1 + \frac{p_2}{e_2} \cdot e_2 s_2 + \frac{p_3}{e_3} \cdot e_3 s_3\right\} \quad \text{oder } 2F;$$

(dieselbe Grösse ist p. 170 f. die linke Seite in der Relation der Punktcoordinaten oder in der Gleichung der unendlich fernen Geraden) es tritt desshalb im Nenner des Ausdrucks für d^2 das Quadrat der doppelten Fläche des Fundamentaldreiecks auf, wie bekannt. (Vgl. «Analyt. Geom. der Kegelschnitte» 4. Aufl., Art. 66.) Und diess führt zugleich zur Entwickelung der Zähler, da $\beta_{2i} = \beta_{1i} X_i$, $\beta_{3i} = \beta_{1i} Y_i$.

Wenn ich noch erwähne, dass die letzteren Entwickelungen auf die metrische Fundamentalrelation der zweiten Dimension, die Dreieckfläche, übergehen und in wesentlich derselben Weise für den Raum von drei Dimensionen vollzogen werden können — also für die metrischen Grundformeln der ersten Dimension: Winkel zweier Ebenen oder zweier Geraden oder einer Geraden und einer Ebene, Distanz

zweier Punkte und eines Punktes von einer Ebene, etc., ausgehend natürlich von der in Analogie zu p. 172 f. verlaufenden Entwickelung der Relation zwischen den vier Coordinaten einer Ebene und der Gleichung des allen Kugeln gemeinsamen imaginären Kreises im Unendlichen — so glaube ich über die einfachen Zielpunkte dieser Note eingehend genug gehandelt zu haben. Denn für den Uebergang von den Resultaten für eine bestimmte Lage der Einheitelemente zu denen einer andern Lage derselben ist durch die am Eingange dieser Note (pag. 148) und speciell im Anfang dieses Schlussabschnitts gemachten Bemerkungen vollständig gesorgt; man hat z. B. für den Uebergang von Flächencoordinaten zu Dreiliniencoordinaten nur zu benutzen, dass die Flächencoordinaten m_i vom Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises durch $m_i(s_1+s_2+s_3)=s_i$ bestimmt sind. Dieselben Erörterungen geben auch die Führung zur Vergleichung der hier erhaltenen Resultate mit den in der «Analyt. Geom. d. Kegelschnitte» (4. Aufl. 1878) niedergelegten und dieser untereinander, insoweit sie verschiedenen Coordinatendefinitionen entsprechen.

Ich muss nur noch bemerken, dass es einer höheren Stufe des Unterrichts in der analytischen Geometrie ganz entspricht, die Untersuchung der metrischen Relationen — nur der Euklid'schen Geometrie — erst nach der Feststellung der Hauptsätze aus der Theorie der Curven (Flächen) zweiten Grades vorzunehmen; mit diesen erst (der Theorie der Pole und Polaren oder der harmonischen Trennung und der Discriminante) ist die vollständige Interpretation der metrischen Grundgleichungen in Cartesisch-Plücker'schen Coordinaten erhältlich und sie giebt auch dem hier bezeichneten Wege zu ihrer Uebertragung in allgemeine Coordinaten die sichere Führung und alle geometrischen Mittel zur Abkürzung der Rechnung.

II. Zur projectivischen Verbindung der Gebilde höherer Stufen.

Wenn man durch U_i und V_i homogene Functionen derselben Veränderlichen und von gleichen Graden: m für die U_i und n für die V_i — bezeichnet, während λ_i und μ_i Parameter sind, denen alle Werthe der Zahlenreihe beigelegt werden dürfen, so sind

$$\lambda_1 U_1 + \lambda_2 U_2 + \ldots + \lambda_i U_i = 0, \quad \mu_1 V_1 + \mu_2 V_2 + \ldots + \mu_i V_i = 0$$

die Ausdrücke für lineare Gebilde gleicher Stufen. Eine algebraische Relation unter den beiderseitigen Parametern, durch welche für die Annahme von einer Gruppe oder mehreren Gruppen der λ_i eine Gruppe der μ_i linear abhängig gemacht wird, ordnet die Elemente beider Gebilde, oder gewissen Combinationen der Elemente des einen die Elemente des andern, zu und lässt so einfach oder mehrfach unendlich viele Paare von Zugeordneten bilden. Die allgemeine Form derselben, welche ich hier betrachte, ist die lineare, zunächst die bilineare

$$(a_{11}\lambda_1 + a_{12}\lambda_2 + \ldots)\mu_1 + (a_{21}\lambda_1 + a_{22}\lambda_2 + \ldots)\mu_2 + (a_{31}\lambda_1 + \ldots)\mu_3 + \text{etc.} = 0$$

oder

$$(a_{11}\mu_1 + a_{21}\mu_2 + \ldots)\lambda_1 + (a_{12}\mu_1 + a_{22}\mu_2 + \ldots)\lambda_2 + (a_{13}\mu_1 + \ldots)\lambda_3 + \text{etc.} = 0.$$

Für Gebilde erster Stufe wird sie

$$(a_{11}\lambda_1 + a_{12}\lambda_2)\mu_1 + (a_{21}\lambda_1 + a_{22}\lambda_2)\mu_2 = 0$$

oder
$$a_{11} + a_{12}\frac{\lambda_2}{\lambda_1} + a_{21}\frac{\mu_2}{\mu_1} + a_{22}\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\frac{\mu_2}{\mu_1} = 0,$$

d. h. sie geht in die elementare Projectivitätsgleichung zwischen den Parametern über; jedem Element des ersten Gebildes ist ein Element des zweiten zugeordnet und werden somit einfach unendlich viele Paare aus den Elementen von

beiden gemacht; durch die Annahme, dass die Fundamental-Elemente U_1, U_2 den gleichnamigen Fundamental-Elementen V_1, V_2 entsprechen, werden $a_{11} = 0$, $a_{22} = 0$, die Parameterverhältnisse $\lambda_2 : \lambda_1$, $\mu_2 : \mu_1$ einander proportional und wenn man den Proportionalitätsfactor implicite der behafteten Function denkt, einander gleich; für Gebilde beliebiger Stufe gibt die Voraussetzung der Gleichheit entsprechen der Parameter eine analoge Zuordnung, die man als Collineation derselben bezeichnen kann, wenn man den ursprünglichen Sinn dieses Ausdrucks im Gebiete der Elementargebilde auf die linearen Gebilde aus beliebigen Elementen erweitert.

Für Gebilde zweiter Stufe kann durch die Relation

$$(a_{11}\lambda_1 + a_{12}\lambda_2 + a_{13}\lambda_3)\,\mu_1 + (a_{21}\lambda_1 + \ldots)\,\mu_2 + (a_{31}\lambda_1 + \ldots)\,\mu_3 = 0$$

oder (Vgl. «Analyt. Geom. des Raumes» Bd. 2, 2. Aufl. p. 21, Note 7)

$$(a_{11}\mu_1 + \ldots)\,\lambda_1 + (a_{12}\mu_1 + \ldots)\,\lambda_2 + (a_{13}\mu_1 + \ldots)\,\lambda_3 = 0$$

nur aus zwei Werthegruppen der λ_i oder μ_i — etwa λ_1', λ_2', λ_3'; λ_1'', λ_2'', λ_3'' — eine Werthegruppe der μ_i oder λ_i bestimmt werden; und da der Willkürlichkeit der Wahl von zweien der Werthe in jeder Gruppe zweifach unendlich viele Möglichkeiten entsprechen, so gibt es ∞^2 Paare der besagten Art; ebenso für Gebilde dritter Stufe ∞^3 Paare, nämlich von einer Gruppe von drei aus bestimmten Parameterwerthen λ_i oder μ_i hervorgehenden Elementen des Gebildes U oder V und einem der zugehörigen Werthegruppe μ_i respective λ_i entspringenden Element des Gebildes V oder U.

Der Stufe p entspricht die bilineare Relation zwischen den $2p$ Parametern λ_i und μ_i mit p^2 Coëfficienten, und bei nicht verschwindender Determinante dieser Coëfficienten erhält man aus jeder Gruppe von p Werthesystemen der λ oder μ ein Werthesystem der μ respective λ und damit p fach unendlich viele Paare von je einem Elemente des einen Ge-

bildes mit einer bestimmten Gruppe von p Elementen des andern. Wenn insbesondere jedes Element V_h derjenigen Gruppe von Bestimmungselementen $U_1, \dots U_i$ des ersten Gebildes entspricht, in der U_h nicht vorkommt, so verschwinden alle Coëfficienten der bilinearen Relation, welche ungleiche Jndices haben, und sie erhält die einfache Form

$$a_1 \lambda_1 \mu_1 + a_2 \lambda_2 \mu_2 + \dots = 0 .$$

Die Gesammtheit der so verbundenen Paare wird offenbar durch Elimination der μ_i, λ_i', λ_i'', etc. zwischen den für sie geltenden Gleichungen ausgedrückt, also zwischen

$$\lambda_1 U_1 + \dots = 0, \quad \mu_1 V_1 + \dots = 0,$$
$$(a_{11}\lambda_1' + \dots) \mu_1 + (a_{21}\lambda_1' + \dots) \mu_2 + \dots = 0, \quad (a_{11}\lambda_1'' + \dots) \mu_1 +$$
$$+ (a_{21}\lambda_1'' + \dots) \mu_2 + \dots = 0, \text{ etc.};$$

und dieses drückt sich mittelst der Determinante der Substitution aus durch Hinzufügung des Saumes der U_i und der V_i zu derselben oder nach der ersten Zeile entwickelt wie folgt

$$U_1 \begin{vmatrix} V_1, a_{12}, a_{13} \dots \\ V_2, a_{22}, a_{23} \dots \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \end{vmatrix} + U_2 \begin{vmatrix} a_{11}, V_1, a_{13} \dots \\ a_{21}, V_2, a_{23} \dots \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \end{vmatrix} + U_3 \begin{vmatrix} a_{11}, a_{12}, V_1, a_{14} \dots \\ a_{21}, a_{22}, V_2, a_{24} \dots \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \end{vmatrix} + \text{etc.} = 0,$$

speciell im Falle der in angegebener Weise vereinfachten Relation als

$$U_1 V_1 a_2 a_3 \dots + a_1 U_2 V_2 a_3 \dots + a_1 a_2 U_3 V_3 a_4 \dots + \text{etc.} = 0 .$$

Das Erzeugniss ist algebraisch immer angebbar und sein Grad die Summe der Grade der erzeugenden Gebilde oder der diese bestimmenden Elemente.

Für die Geometrie fragt es sich nun, welche dieser Verbindungen einen geometrischen Sinn haben und sich construirend durchführen lassen. Diess beschränkt einerseits die Zahl der Veränderlichen in den Functionen, anderseits die Stufenzahl der Gebilde; jenes unbedingt, so lange es sich um Constructionen im Raum von drei Dimensionen handeln soll, dieses in gewissem Sinne. Die Zahl der

Veränderlichen kann in jener Beschränkung zwei, drei und vier sein für die x_i und ξ_i, dagegen sechs mit einer verbindenden Relation für die p_{ik}, π_{ik}, entsprechend der Reihe nach den Punkten, Strahlen und Ebenen der Elementargebilde erster Stufe, den Punkten und Strahlen oder Strahlen und Ebenen, den Curven und Kegeln in den Elementargebilden zweiter Stufe, den Punkten, Ebenen und Flächen im Raum von drei Dimensionen, endlich den Strahlen und ihren Complexen im selben Raum. Anderseits wird die Stufenzahl der Gebilde durch die Construirbarkeit des Erzeugnisses beschränkt; denn dieselbe ist nur vollständig, wenn jedes Paar der definirten Systeme selbst construirbar ist und ein Element des Erzeugnisses liefert; minder direct wenigstens gewiss, auch unter Voraussetzung des erstern, wenn erst einfach unendlich viele solche Paare ein solches Element oder eine Gruppe von solchen liefern; noch weniger, wenn diess erst zweifach unendlich viele Paare thun, etc.

Die natürlichen Beispiele erläutern diess sofort. Für drei Veränderliche sind Curve und Kegel, im Falle linearer Functionen Strahl, Punkt, Strahl, Ebene die Elemente; zwei derselben liefern in Verbindung Gruppen von Punkten, Strahlen oder Ebenen; zwei von ihnen haben aber mit einem dritten im Allgemeinen nichts gemein, so dass nur unter einfach unendlich vielen Paaren solche sind, die mit dem zugeordneten dritten ein Element gemein haben und also ein Erzeugniss liefern. Wenn ich also auch Gebilde zweiter Stufe in drei Veränderlichen definire, so ist ein Erzeugniss aus zweien doch nur in der Form des Ineinanderliegens, wie man sagen darf, möglich, die soeben erklärt ist. Für zwei Veränderliche ist diess geradezu der einzige Fall; für vier Veränderliche tritt er ein bei der Stufe drei und für die sechs Veränderlichen p_{ik}, π_{ik} bei der Stufe vier — überall mit den-

selben Stufen, mit denen auch zum erstenmal die Bestimmungs-Elemente der Gebilde keine geometrischen Elemente mehr gemein haben.

Im Falle der von vier Veränderlichen x_i, ξ_i giebt die erste Stufe Büschel und Schaaren von Flächen, also Gebilde von einfach unendlicher Mächtigkeit, deren Elemente eine Curve respective Developpable gemein haben, und ein Erzeugniss als Gesammtheit von einfach unendlich vielen Curven oder Developpabeln, also eine Fläche; für die zweite Stufe habe ich zweifach unendlich viele Flächen, welche ein System von Punkten oder Ebenen gemein haben, und zwar im Falle der Collineation drei solche Gebilde, deren entsprechende Elemente auch je eine Gruppe von Punkten oder Ebenen als gemeinsam liefern und durch die ∞^2 Wiederholungen eine Fläche erzeugen wie vorher. Im Falle der bilinearen Relation zwischen nur zwei solchen Gebilden liefern die zwei bestimmten Elemente des ersten, welche gewählten Werthegruppen der einen Parameterreihe entsprechen, zusammen mit dem entsprechenden Elemente des zweiten ebenfalls eine solche Gruppe von Punkten oder Ebenen, nämlich als gemeinsam jenen eine Curve oder Developpable und als gemeinsam dieser mit dem letztern die besagte Gruppe; durch die ∞^2 Wiederholungen also wiederum die Fläche. Mit der dritten Stufe erhalte ich im ersten wie im zweiten Falle ein Erzeugniss nur in der Form des Ineinanderliegens und die bestimmenden Elemente der Gebilde haben auch selbst keine Raumelemente mehr gemein, vier Flächen wie keinen Punkt im Allgemeinen, so auch keine Ebene. Das Ineinanderliegen entsprechender Paare findet unter ∞^3 malen ∞^2 mal statt; nämlich für die Collineation ist ∞^2 mal unter den ∞^3 Combinationen zu drei Elementen aus den drei ersten Gebilden ein Punkt oder eine Ebene der ihnen gemeinsamen

Gruppen auch angehörig der Fläche, welche das entsprechende Element des vierten Gebildes ist; und im Falle der bilinearen Relation, die nun viergliedrig ist in der vorher angewendeten Ausdrucksform, liefern die drei bestimmten Elemente des ersten Gebildes, welche drei Werthegruppen seiner Parameter entsprechen, mit dem entsprechenden des zweiten aus der zugehörigen Werthegruppe seiner Parameter entspringenden, nur in ∞^2 unter den sämmtlichen ∞^3 Fällen einen gemeinsamen Punkt oder eine gemeinsame Ebene, nämlich wenn ein Punkt oder eine Ebene von der gemeinsamen Gruppe der drei ersten zugleich dieser letzten angehört.

Insbesondere entstehen bei linearen Functionen der x_i oder ξ_i die Flächen zweiten Grades im Falle der Gebilde erster Stufe als bestehend aus einfach unendlich vielen geraden Reihen oder Ebenenbüscheln; im Falle der Gebilde zweiter Stufe und der bilinearen Relation aus zweifach unendlich vielen Punkten oder Ebenen (man vergleiche besonders die in eine Determinante concentrirte Form ihres Ausdrucks von pag. 182 mit der gewöhnlichen Darstellung) und im Falle der Gebilde dritter Stufe und der bilinearen Relation aus zweifach unendlich vielen Fällen des Ineinanderliegens von Punkt und Ebene unter einer Gesammtheit von dreifach unendlich vielen Paaren; dagegen entsteht bei Gebilden zweiter Stufe im Falle der Collineation wie bekannt die Fläche dritter Ordnung oder Classe, bei denen der dritten im nämlichen Falle durch Ineinanderliegen in ∞^2 unter ∞^3 Fällen eine Fläche vierter Ordnung respective Classe. (Vergl. «Darstell. Geom.» Art. 172. und zugleich für das Folgende «Analyt. Geom. d. Raumes» Bd. I, Art. 241 — 3. Aufl. 1879, deren Revision die Veranlassung zu dieser Mittheilung gab.)

Für lineare Functionen der p_{ik} oder π_{ik}, also lineare Complexe als Bestimmungselemente der Gebilde, geben die

Gebilde erster Stufe Complexe der U durch eine gemeinschaftliche lineare Congruenz und Complexe der V durch eine andere solche Congruenz; die Paare derselben geben einfach unendlich viele lineare Congruenzen, die den erzeugten Complex zweiten Grades zusammen setzen.

Die Gebilde zweiter Stufe liefern Complexe der U respective V über einer gemeinsamen Regelschaar; je zweien des einen Gebildes wird durch die bilineare Relation einer des zweiten zugeordnet und dieser hat mit der jenen gemeinsamen linearen Congruenz eine Regelschaar gemein, so dass der Complex zweiten Grades aus zweifach unendlich vielen Regelschaaren aufgebaut wird.

Im Falle der Gebilde dritter Stufe ist je drei Complexen des einen Gebildes über einem Strahlenpaar ein bestimmter Complex des andern zugeordnet und dieser hat mit der zu jenen gemeinsamen Regelschaar ein Strahlenpaar gemein, so dass der Complex zweiten Grades aus dreifach unendlich vielen Strahlenpaaren gebildet wird.

Mit der vierten Stufe endlich, wo die Complexe desselben Gebildes keine Strahlen-Elemente mehr gemein haben, tritt von den ∞^4 Fällen der Paarung einer Gruppe von vier Complexen des einen Gebildes mit einem des andern in ∞^3 Fällen der Umstand ein, dass ein Strahl des Paares, welches jenen gemeinsam ist, auch dem zugeordneten des andern angehört.

Daraus entspringen die Fragen nach der Möglichkeit und ferner der Art und Weise des Ueberganges von einer dieser Erzeugungen zur andern, Fragen, welche ich bei den Flächen zweiten Grades durch den Gedanken der Projectivitäten mit singulären Elementen beantwortet habe, der seinerseits so naturgemäss der darstellend-geometrischen Quelle der Anschauung der Elementargebilde entsprungen ist. (Vergl. «Darstell. Geom.» Art. 21; e. f.).

Haben die reciproken ebenen Systeme Σ, Σ' je eine singuläre Linie s_1, s_2', denen alle Punkte der jedesmaligen andern Ebene entsprechen, während ihren Punkten Strahlenbüschel aus projectivisch zugeordneten Punkten der andern Ebene entsprechen, so wird die entstehende Fläche zweiter Classe berührt von allen durch s_1 und allen durch s_2' gehenden Ebenen, so wie von allen den Ebenen, welche durch die Verbindungslinien entsprechender Punkte in s_1 und s_2' hindurchgehen, oder die specielle Erzeugung der Regelflächen zweiten Grades durch projectivische Gebilde erster Stufe geht aus der allgemeinen aller reellen Flächen zweiten Grades durch reciproke Gebilde zweiter Stufe hervor. (Vergl. die weitere Ausführung a. a. O. p. 676; u. ferner p. 653, 703). Der bezeichnete Uebergang findet in der That in allen Fällen der bilinearen Relation in ganz ähnlicher Weise statt; doch soll dies hier nicht weiter ausgeführt werden.

Man kann aber zwischen **drei Gebilden** aus Elementen U_i, V_i, W_i mittelst einer **in den drei Reihen von Parametern** λ_i, μ_i, ν_i **linearen Relation** eine Beziehung bilden und ein Erzeugniss von geometrischer Construirbarkeit für den Fall der Gebilde erster Stufe erhalten, wenn vier oder sechs Veränderliche vorausgesetzt werden — während algebraisch sich diess Verfahren auf vier, etc. Gebilde mit Relationen, welche in vier, etc. Reihen von Parametern linear sind, fortsetzen lässt. Man hätte für jene und die erste Stufe

$$\lambda_1 U_1 + \lambda_2 U_2 = 0, \; \mu_1 V_1 + \mu_2 V_2 = 0, \; \nu_1 W_1 + \nu_2 W_2 = 0$$

als die Gleichungen der Gebilde und als die Parameterrelation

$$0 = \{(a_{111}\lambda_1 + a_{112}\lambda_2)\mu_1 + (a_{121}\lambda_1 + a_{122}\lambda_2)\mu_2\}\nu_1 + \\ + \{(a_{211}\lambda_1 + a_{212}\lambda_2)\mu_1 + (a_{221}\lambda_1 + a_{222}\lambda_2)\mu_2\}\nu_2$$

und erhält durch Elimination der Parameter sofort

$$0 = a_{111}U_2V_2W_2 + a_{122}U_1V_1W_2 + a_{212}U_1V_2W_1 + a_{221}U_2V_1W_1 - \\ - a_{112}U_1V_2W_2 - a_{121}U_2V_1W_2 - a_{211}U_2V_2W_1 - a_{222}U_1V_1W_1$$

als Geichung des Erzeugnisses; für Ebenenbüschel also eine Fläche dritter Ordnung durch die Scheitelkanten derselben, aus ihren ∞^2 Punkten als Schnitten von zwei beliebigen Ebenen der ersten beiden Büschel mit einer durch sie bestimmten Ebene des dritten; wobei jedoch den unendlich vielen Paaren aus jenen, für welche

$$\frac{(a_{111}\lambda_1 + a_{112}\lambda_2)\mu_1 + (a_{121}\lambda_1 + a_{122}\lambda_2)\mu_2}{(a_{211}\lambda_1 + a_{212}\lambda_2)\mu_1 + (a_{221}\lambda_1 + a_{222}\lambda_2)\mu_2}$$

ein constantes Verhältniss ist und die daher eine hyperboloidische Regelschaar bilden, die nämliche Ebene des dritten Büschels als zugeordnet auftritt, so dass jene den in ihr noch gelegenen Kegelschnitt der Fläche erzeugen; Erzeugung der Fläche dritter Ordnung aus einer linearen Congruenz und einem diesen ihren Regelschaaren projectivisch zugeordneten Ebenenbüschel — zugleich einfachste ebene Abbildung derselben nach Punkten; und analog für höhere Grade. Man erhält im Allgemeinen drei Erzeugungen für eine Fläche höherer Ordnung; z. B. für die Ordnung sechs aus Ebenenbüschel, Flächenbüschel zweiten Grades und Flächenbüschel dritter Ordnung mittelst Congruenzen aus Kegelschnitten und zugeordneten Flächen dritter Ordnung durch Curven der Ordnung neun; sodann mittelst Congruenzen aus ebenen Curven dritter Ordnung uud zugeordneten Flächen zweiten Grades durch Curven von der Ordnung acht, endlich mittelst Congruenzen aus Raumcurven sechster Ordnung und zugeordneten Ebenen durch ebene Curven fünfter Ordnung — oder in Zusammenfassung der hier gesonderten Constructionselemente zu einfach unendlichen Gruppen aus zwei Flächenbüscheln dritter Ordnung, Flächenbüschel zweiter und vierter Ordnung, Ebenenbüschel und Flächenbüschel fünfter Ordnung.

Ferner für drei Büschel von Complexen ein Complex

von der Summe ihrer Grade, der die drei fundamentalen Congruenzen derselben enthält und aus ∞^2 Regelschaaren gebildet wird, die zwei beliebigen Complexen des ersten und zweiten mit dem entsprechenden des dritten Büschels gemeinsam sind, aber wiederum in der Weise, dass unendlich viele Paare dort mit demselben Complex hier sich verbinden, um unendlich viele Regelschaaren dem Erzeugniss zu liefern; unendlich viele Congruenzen, welche einem dem constanten Verhältniss entsprechenden Complex correspondiren und selbst einen durch dieses Verhältniss bestimmten Complex zusammensetzen. Man sieht, dass diese Darstellungsweise geeignet ist, die Erzeugung aus dem Zusammentritt complicirter Gebilde in die aus einfacheren stufenweis zu zerlegen.

Es ist offenbar, dass diese verschiedenen Erzeugungen eine Classification der Erzeugnisse begründen. Sie ist bei den Flächen zweiten Grades bekannt, denn sie unterscheidet dieselben der Reihe nach als reelle und nicht reelle Flächen, als allgemeine und als Regelflächen zweiten Grades.

Zu der schon p. 181 gegebenen Verweisung für die bilineare Relation bei den Gebilden zweiter Stufe (Prof. Padova's Abhandl. in Bd. 9 p. 148 von «Battaglini's Giornale») ist noch zu bemerken, dass die Anwendung auf die Complexe zweiten Grades im Sommer 1878 in der 3. Aufl. des ersten Bandes der «Raumgeometrie» (p. 336 f.) entwickelt wurde, der jedoch erst mit der bevorstehenden Vollendung des zweiten Bandes ausgegeben wird; sowie dass die im März 1879 veröffentlichte Berliner Dissertation von Dr. Fr. Schur für die eine der drei gegebenen Erzeugungsweisen der Complexe zweiten Grades, nämlich die aus ∞^2 Regelschaaren, eine ausführliche und lichtvolle synthetische Discussion gegeben hat, von welcher also meine Entwickelung vollständig unabhängig ist.

III. Das Problem der Kegelquerschnitte in allgemeiner Form nebst Bemerkungen zum Problem des Apollonius.

Mit Figuren 7—10.

1. Ebener Querschnitt der Kegelfläche. Wenn eine Kegelfläche durch den Mittelpunkt oder die Spitze M und eine ebene Leitcurve **L** in der Ebene **L** und überdiess eine Ebene **E** gegeben ist, so ist die Entwicklung der Construction der Querschnittscurve **E** der Letzteren mit dem Kegel das bezeichnete Problem; natürlich die der zweckmässigsten, d. h. der einfachsten und genauesten Construction.

Dieselbe ist für den allgemeinen Fall der Lage und unter Benutzung der allgemeinen Projectionsmethode, also der centralen, zu geben, weil daraus alle speciellen Fälle nach einheitlicher Methode mit erledigt werden. Trotz der Bedeutung des Problems war dasselbe bis auf meine «Darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage» nicht erledigt, und weil ich in diesem Buche die Construction in dieser allgemeinen Form nur als Beispiel und sehr kurz, auch mit einer (allerdings absichtlich) unvollständigen Figur behandelt habe (Art. 66, 13, p. 235-236), so will ich hier etwas eingehender davon handeln, um so mehr, als ich damit zugleich für die folgende Mittheilung ein gutes Beispiel erhalte.

Welche die zweckmässigste Construction sei, ergiebt sich leicht aus der Natur der Sache; denn der Zusammenhang zwischen Leitcurve und Querschnittscurve ist durch die centrische Collineation gegeben, für den Mittelpunkt M als Centrum und die Schnittlinie der Leitcurven- und Querschnitts-Ebene als Axe s der Collineation, so wie für die Schnittlinien dieser beiden Ebenen **L** und **E** mit den durch M gehenden Parallelebenen der jedesmaligen anderen (sie mögen

E* und **L*** heissen), also für die zu s parallelen Geraden **LE*** und **EL*** als Gegenaxen r in der Leitcurvenebene und q in der Querschnittebene respective (a. a. O. Art. 65). Einer geraden Linie g der Schnittebene **E**, welche s in S und q in Q schneidet, entspricht als mit ihr in derselben Ebene aus M liegend eine Gerade h der Leitcurvenebene **L**, welche durch S geht, zu MQ parallel ist und r in R schneidet, so dass MR parallel QS ist; womit auch die Construction von g aus h ebenso gewiesen ist: g parallel MR durch S. (Fig. 7) Dieser Zusammenhang im Raum wird durch Projection aus einem Centrum C auf eine Ebene mittelst geradliniger Strahlen immer in centrische Collineation ebener Systeme verwandelt, und man hat diese Letztere im Bilde zu bestimmen, um die geforderten Theile derselben schnell und sicher erhalten zu können. Ist das Projectionscentrum unendlich fern — also für die Darstellungen der Géométrie descriptive und der Axonometrie — so sind die Projectionen von q, s, r und der durch M gehenden Parallelen t derselben, der vierten Kante des parallelepipedischen Mantels aus den Paaren paralleler Ebenen **E**, **E*** und **L**, **L***, vier parallele Gerade q', s', r', t' mit der gleichen Streifenbreite zwischen r', s', und t', q' und zwischen q', s' und t', r', und mit der gleichen Mittellinie zwischen s', t' und q', r'; und die Projection $Q'S'R'M'$ des Parallelogramms $QSRM$ ist wieder ein Parallelogramm. Die Construction vollzieht sich also unverändert wie im Raum in der Projection. Wie den in r gelegenen Punkten der Leitcurve **L** und ihren Tangenten die unendlich fernen Punkte der Querschnittscurve **E** und ihre Asymptoten entsprechen, so entspringen auch direct aus den Projectionen von jenen die Projectionen von diesen mittelst der gleichen Relationen von Schnitt und Parallelismus zwischen M', q', s', r', g', h', wie sie zwischen M, q, s, r, g, h selbst bestehen.

Ist aber das Projectionscentrum ein Punkt C in endlicher Entfernung, so sind **L**, **L*** und **E**, **E*** Ebenenpaare von einerlei Fluchtlinie $q'_{LL}{}^*$ und $q'_{EE}{}^*$ respective und also von parallelen Spuren s_L, $s_L{}^*$ und s_E, $s_E{}^*$ und ihre Durchschnittslinien q, s, r, t erscheinen als vier Gerade von gemeinsamem Fluchtpunkt im Schnitt von q'_L und q'_E und deren Durchstosspunkte natürlich ein Parallelogramm bilden. Ist nun g also g' bekannt, so hat man S in seinem Schnitt mit s' und Q' in dem mit q'; aber um die Parallele zu g durch M zu ziehen, hat man M' mit dem Fluchtpunkt von g im Schnitt von g' mit der Fluchtlinie q_E' zu verbinden; ihr Schnitt mit r' gibt das Bild von R und $S'R'$ ist das Bild von h. Dann müssen $M'Q'$ und $R'S'$ als Bilder paralleler Linien in den Ebenen **L*** und **L** sich in der Fluchtlinie $q'_{LL}{}^*$ dieser Ebenen begegnen und man hat damit auch die Construction von g aus h hergestellt. (Fig. 8^a.)

Noch immer entsprechen den in r gelegenen Punkten der Leitcurve die unendlich fernen Punkte der Querschnittscurve und ihren Tangenten die Asymptoten der Letzteren; aber die Bilder dieser unendlich fernen Punkte der Querschnittscurve liegen in q'_E und daher nicht unendlich fern. Anderseits entsprechen den in q gelegenen Punkten der Querschnittcurve die unendlich fernen Punkte der Leitcurve, deren Bilder sich in q'_L befinden. Ob zwar auch diese, die Bilder der wirklich unendlich fern liegenden Punkte beider Curven und ihrer Asymptoten, nothwendig sind, so sind doch für die Construction noch werthvoller die unendlich fernen Punkte der Bilder beider Curven und ihre Asymptoten. Diese aber hängen von der Lage des Projections-Centrums C respective der durch dasselbe gehenden Parallelen zur Bildebene oder der Verschwindungsebene **V** gegen das System ab; denn nur die Bilder der Punkte und Linien der Verschwindungsebene sind unendlich

fern, für andere Parallelebenen zur Bildebene sind es nur die der unendlich fernen Punkte. Die unendlich fernen Punkte im Bilde der Leitcurve sind somit die Bilder ihrer Schnittpunkte mit der Verschwindungsebene und es ist evident, dass diese nur in der Verschwindungslinie v_L ihrer Ebene L liegen können. Und die unendlich fernen Punkte im Bilde der Schnittcurve sind die Bilder ihrer Schnittpunkte mit der Verschwindungsebene oder mit der Verschwindungslinie v_E von E. Man erhält aber die entsprechenden zu diesen Linien in der jedesmal andern Ebene als die Schnitte q_v, r_v der Ebenen von M nach v_L mit E und von M nach v_E mit L; weil dieselben den Verschwindungspunkt V_s von s enthalten, so sind ihre Bilder mit dem Bilde von s parallel und rücksichtlich der Strecken zwischen Durchstoss- und Fluchtpunkt gleich und von gleichem Sinne. Und da sie den Geraden von unendlich fernen Bildern in der jedesmal andern Ebene entsprechen, so sind sie als die parallelen Gegenaxen der in Betracht kommenden centrischen Collineation zu bezeichnen, gegenüber den oben besprochenen Gegenaxen q und r, deren Bilder convergiren, indess sie selbst parallel sind. Um jene zu construiren — denn die Construction der Letzteren ist oben erledigt — zieht man (Fig. 8[b]) durch M eine Gerade nach dem Verschwindungspunkte von s oder E, L und legt durch diese Ebenen, deren Fluchtlinien und Spuren zu denen von E, L respective parallel sind, die sich also mit jenen in der Verschwindungsebene V schneiden; ihre Schnittlinien mit L, E respective sind r_v und q_v.

Mit diesen parallelen Gegenaxen erhält man nun die entsprechenden Geraden h' aus g', indem man $g'\,s'$ oder S' und $g'\,q'_v$ oder Q'_v markirt und durch S' die Parallele h' zu $M'\,Q'_v$ zieht, welche dann r'_v in R'_v schneidet, so dass auch $M'\,R'_v$ zu g' parallel ist und somit der Uebergang von h' zu

g' in gleicher Weise nur mit Vertauschung von r_v mit q_v geschieht. (Fig. 8[b].)

Diese parallelen Gegenaxen haben unendlich ferne Bilder, weil sie der Verschwindungsebene angehören, wenn die Kegelspitze M in dieser enthalten ist; d. h. für solche Kegel erscheinen die Bilder aller ebenen Querschnitte als affin unter einander und mit dem Bilde der Leitcurve. Dagegen werden die Bilder der convergenten Gegenaxen q' und r' im Falle des Cylinders oder des unendlich fernen M mit den Fluchtlinien der Ebenen **E** und **L** identisch; sind seine Erzeugenden der Bildebene parallel, so verschwinden die parallelen Gegenaxen in unendlicher Ferne und die ebenen Schnitte erscheinen als affine Figuren, so wie sie es ja in Wirklichkeit sind.

Je nachdem das Bild der Leitcurve **L'** die Bilder der Gegenaxen r' und r'_v *a*) beide schneidet, *b*) beide nicht schneidet, *c*) nur die r' schneidet und *d*) nur die r'_v schneidet, hat *a*) die Schnittcurve **E** und ihr Bild **E'** reelle unendliche Aeste, haben *b*) **E** und **E'** gleichzeitig keine reellen unendlichen Aeste; hat *c*) die Querschnittscurve selbst, nicht aber ihr Bild, und *d*) das Bild der Querschnittscurve, nicht aber sie selbst unendliche Aeste und Asymptoten.

Und wenn insbesondere das Bild der Leitcurve **L'** *a*) die r' und r'_v berührt, oder *b*) die r' oder *c*) die r'_v berührt, so hat *a*) die Querschnittscurve selbst sowohl als auch ihr Bild ebenso viele parabolische Aeste als solche Berührungsstellen existiren, *b*) die Querschnittscurve selbst aber nicht ihr Bild und *c*) das Bild der Querschnittscurve aber nicht sie selbst parabolische Aeste in der Anzahl der fraglichen Berührungsstellen — und zwar natürlich in allen Fällen in der Richtung des Verbindungsstrahles der Berührungsstelle mit dem Collineationscentrum M'.

Wenn z. B. wie in der Figur 9 das Bild der hyperbolischen

Leitcurve (der Kreis L') r'_v im Schnittpunkte U_{II} mit r' berührt, und also r' noch in einem andern Punkte U'_I schneidet, so hat die Schnitthyperbel E selbst ihre unendlichen Aeste in den Strahlen $M'U'_{II}$ und $M'U'_I$, natürlich projiciirt in der Fluchtlinie q'_E der Schnittebene; man lernt, dass der Strahl von M' nach dem Schnittpunkt von r' mit r'_v zu s_E, etc., parallel geht, und erkennt leicht, dass ebenso der Schnittpunkt von q' mit q'_v in der durch M' gehenden Parallelen zu s_L etc. gelegen ist — womit die einfachsten Mittel zur Construction der parallelen Gegenaxen gefunden sind, wie ich dieselben bereits a. a. O. («Darstellende Geometrie etc.» unter 13, p. 235 Mitte) angegeben habe. Das Bild dieser Hyperbel ist aber eine Parabel mit der Axenrichtung in der Geraden M' U'_{II}.

Berührt ferner das Bild der Leitcurve r' sowohl als r'_v und liegen die fraglichen Berührungspunkte in einem Strahl aus dem Collineationscentrum M', so ist nicht nur die Querschnittscurve E selbst, sondern auch ihr Bild E' mit einem parabolischen Aste versehen, und beide liegen in derselben Richtung, d. h. der Strahl vom Centrum M' nach dem Berührungspunkt von E' mit q'_E hat die Richtung des unendlichen Astes von E'. Ist insbesondere L' in diesem Falle parabolisch, so ist es durch den Collineationsstrahl der Berührungspunkte mit r', r'_v vollständig bestimmt; und dieser Strahl ist zugleich der zu q'_E als Tangente conjugirte Durchmesser für das parabolische Bild der Schnittcurve. Es ist diess also auf einfach unendlich viele Weise möglich. Man findet leicht, dass unter den Leitcurvenbildern zweiten Grades, die den analogen Bedingungen genügen, auch zwei Kreise sind; etc.

Alle speciellen Fälle sind in dieser allgemeinen Construction enthalten. Zunächst im Falle der Centralprojection für den Parallelismus der Leitcurvenebene mit der Schnitt-

ebene, wo die Gegenaxen q' und r' mit der Fluchtlinie der Schnittebene und der Leitcurvenebene respective zusammenfallen und auch die Collineationsaxe s' die gemeinschaftliche Fluchtlinie dieser Ebenen ist, indess q_v' und r_v' sich wie vorher ergeben *), nur speciell als Schnittlinien von Ebenen mit parallelen Spuren und Fluchtlinien. Durch sie wird die Construction in gleicher Einfachheit vollzogen; es ist die Construction der Bilder von ähnlichen Figuren in Centralprojection. Sind beide Ebenen der Tafel parallel, so vereinigen sich alle Gegenaxen in ihrer unendlich fernen Geraden und die Bilder der Curven **L** und **E** sind ähnlich und ähnlich gelegen für M' als Centrum, etc. Sodann zweitens für die Lage der Schnittebene oder der Leitcurvenebene in der Bildebene mit dem Ergebniss, dass beide Systeme von Gegenaxen parallel werden, und dass im ersteren Falle die beiderlei Gegenaxen r', r_v' des Leitcurvensystems zusammenfallen, während diess in letzterem Falle ebenso mit den Gegenaxen q', q_v' des Schnittcurvensystems geschieht. Im letztern Falle kann man auch die wahre Gestalt der Querschnittscurve direct d. h. ohne vorherige Darstellung ihrer Projection construiren, indem man die Umklappung (M) der Kegelspitze M mit der Ebene **E*** in die Tafel unter Beibehaltung von s und q' als Centrum der Collineation benutzt. (Vergl. «Darstell. Geom.» Art. 67.) Ferner in den Fällen der Parallelprojection mit zahlreicheren Specialitäten, gemäss der Verbindung von zwei oder eigentlich drei und im Falle der Axonometrie, wenn

*) Wenn dabei der Unterschied von convergenten und parallelen Gegenaxen verschwindet, so ist darum der Gegensatz beider nicht aufgehoben; das zweite Kennzeichen der parallelen Gegenaxen, das der symmetrischen Lage gegen das Bild des Collineationscentrums und der Collineationsaxe, besteht für q'_v und r'_v fort, ohne für q' und r' auch aufzutreten.

man will, vier Projectionen miteinander. Gemeinsam ist allen Fällen der Parallelprojection, dass die Unterscheidung zwischen parallelen und convergenten Gegenaxen wegfällt, oder diese mit jenen identisch werden. Die Einzelfälle — die Ebenen **E** und **L** parallel; eine derselben als eine der Projectionsebenen, wobei die Umklappung wieder direct zur Ableitung der wahren Gestalt der Querschnittscurve führt, wenn **L** eine Projectionsebene ist; beide als verschiedene Projectionsebenen; im Falle der Axonometrie besonders als Bildebene oder als eine der Coordinatenebenen — sind bekannt (vergl. «Darstell. Geom.» a. a. O.) und zu einfach, um hier besprochen zu werden. Wiederum erhält man für **L** als Bildebene direct die wahre Gestalt der Querschnittscurve **E**, indem man unter Beibehaltung von s oder **E L** und r oder **L E***, die Umlegung (M) von M mit **E*** in die Bildebene als Centrum der Collineation benutzt; diese Umlegung von M wird vermittelt durch die Umlegung von einer der Spuren von **E***, welche man aus der der betreffenden Coordinatenebene erhält. (Vgl. a. a. O. Art. 47, Fig. 90 mit der Behandlung der Axonometrie in Art. 60.)

2) Zum Problem des Apollonius. Dass die Unterscheidung und Bestimmung der Bilder der unendlichen Aeste und der unendlichen Aeste des Bildes für die Durchdringungscurve von zwei Kegelflächen in einer ganz analogen Weise geschehen kann, habe ich in Art. 79 der «Darstell. Geom.» unter 8) angegeben. Wenn M_1 und M_2 die Mittelpunkte und $\mathbf{S}_1$, $\mathbf{S}_2$ die als vortheilhafteste ebene Leitcurven dienenden Spuren der Kegel in der Bildebene sind — erstere in der Darstellung gegeben durch ihre Bilder auf je einer durch Durchstoss- und Fluchtpunkt bestimmten Geraden — so werden die Bilder der unendlichen Aeste der Durchdringung als die Bilder der Schnittpunkte paralleler Erzeugenden der

Kegel erhalten, d. h. durch diejenigen Ebenen des Büschels um die Gerade $M_1 M_2$, welche die gemeinsamen Erzeugenden des Kegels $M_1 \mathsf{S}_1$ mit dem parallel sich selbst an den Scheitel M_1 verschobenen Kegel $M_2 \mathsf{S}_2$ den ich $M_1 \mathsf{S}_2^*$ nennen will, enthalten; die Spurcurve S_2^* des Letzteren aber ist zur Spur S_2 ähnlich und ähnlich gelegen für den Durchstosspunkt S der Geraden $M_1 M_2$ als Aehnlichkeitspunkt und für das Verhältniss seiner Abstände von den Spitzen M_1 und M_2 als Aehnlichkeitsverhältniss. Die Schnittlinien der Tangentialebenen der Kegel in den parallelen Erzeugenden sind die A s y m p t o t e n d e r D u r c h d r i n g u n g.

Um dagegen die u n e n d l i c h e n A e s t e und A s y m p t o t e n d e s B i l d e s der Durchdringung zu bestimmen, denke ich den Kegel $M_1 \mathsf{S}_v$ vom Scheitel M_1 nach der Schnittcurve V_2 des Kegels $M_2 \mathsf{S}_2$ mit der Verschwindungsebene und die Ebenen des Büschels $M_1\, M_2$, welche die ihm und dem Kegel $M_1 \mathsf{S}_1$ gemeinschaftlichen Erzeugenden enthalten; die Erzeugenden, welche diese aus $M_1 \mathsf{S}_1$ und $M_2 \mathsf{S}_2$ herausschneiden, erscheinen parallel, weil sie denselben Verschwindungspunkt besitzen, und die zu ihnen gehörigen Tangentialebenen der beiden Kegel schneiden sich in den Tangenten der Durchdringung, die als Asymptoten des Bildes erscheinen. Die Spurcurve S_v von $M_1 \mathsf{V}_2$ ist zu S_2 ähnlich und ähnlich gelegen für den Durchstosspunkt S von $M_1 M_2$ als Aehnlichkeitspunkt und das Verhältniss seiner Abstände von den Projectionen M_1' und M_2' der Spitzen als Verjüngungsverhältniss.

Ich habe die Durchdringungen der Kegel zweiten Grades in der «Darstell. Geometrie» (Vergl. Art. 80, 81, 85, 86) eingehend untersucht und keinen der Hauptfälle übergangen. Es ist ersichtlich, dass in Bezug auf die unendlichen Aeste des Bildes eine solche Durchdringung alle die Fälle darbieten kann, welche in Bezug auf die wirklichen unendlichen Aeste

möglich sind; denn dieselben entspringen in beiden Fällen aus derselben Quelle, aus der Lagenbeziehung einer Ebene zur Curve, dort der Verschwindungsebene, hier der unendlich fernen Ebene. Im Allgemeinen sind daher auch alle Combinationen der beiderlei Vorkommnisse möglich. Zahl und Art derselben ist verschieden, je nachdem im Falle der Kegel zweiten Grades die Durchdringung eine eigentliche Curve vierter Ordnung, ohne oder mit Doppelpunkt oder stationärem Punkt, oder eine Curve dritter Ordnung mit einer zweifach schneidenden Geraden, oder ein Paar von Kegelschnitten mit zwei gemeinsamen Punkten oder ein Kegelschnitt mit einer ihn schneidenden doppelt zählenden Geraden ist. Nach dem Gesagten sind die constructiven Dispositionen für alle Fälle unschwer zu geben. Hier will ich in möglichster Kürze erläutern, wie eine gewisse specielle Form des Problems, welche eine Verbindung zweier Hauptfälle betrifft, zur Gergonne'schen Lösung des Apollonischen Problems führt. Die Durchdringungscurve kann in zwei Kegelschnitte zerfallen oder in einen Kegelschnitt und eine Gerade, längs welcher dann die Kegel einander berühren; parallele Kegel zweiten Grades, d. h. solche, welche denselben unendlich fernen Kegelschnitt enthalten, in Centralprojection also dieselbe Fluchtlinie haben, durchdringen sich ausserdem in einem Kegelschnitt im endlichen Raume, dessen Ebene durch die gemeinsame Sekante (gleichviel ob reelle oder ideale) ihrer Spurkegelschnitte hindurchgeht oder dieselbe zur Spur hat, während ihre Fluchtlinie die Verbindungslinie der Fluchtpunkte der in den äussersten oder berührenden Hilfsebenen liegenden paarweise parallelen Erzeugenden oder besser — denn diese Hilfsebenen sind nicht immer reell — die Polare vom Fluchtpunkt der Scheitelkante $M_1 M_2$ des Hilfsebenenbüschels in Bezug auf den gemeinsamen Fluchtkegelschnitt ist. Und

wenn zwei Kegel zweiten Grades sich längs einer Erzeugenden berühren, so hat die Ebene ihres Durchdringungskegelschnitts die gemeinsame Sekante ihrer Spurcurven, welche deren Berührungspunkt nicht enthält, zur Spur und diejenige ihrer Fluchtcurven zur Fluchtlinie. Das Apollonische Problem kann nun in folgender Form gestellt werden: Es sind drei parallele Kegel zweiten Grades gegeben, ihre Spurcurven also weil zum nämlichen Fluchtkegelschnitt ähnlich und ähnlich gelegen unter einander ähnlich und in ähnlicher Lage; man verlangt die Bestimmung eines vierten Kegels vom zweiten Grade, der jeden derselben längs einer geraden Erzeugenden berührt und dessen Spurkegelschnitt zu den ihrigen gleichfalls ähnlich und ähnlich gelegen ist. Denn mit der Annahme, dass die Spitze des einen der drei gegebenen Kegel das Projectionscentrum sei, fallen Flucht- und Spurkegelschnitt dieses Kegels zusammen und die Spuren der beiden andern sind zu ihm ähnliche und ähnlich gelegene Kegelschnitte; die Spitze des gesuchten Kegels, da sie nur einer der gemeinsamen Punkte der drei gegebenen Kegel sein kann, muss ihr Bild auf diesem Flucht- und Spurkegelschnitt haben und nach der geforderten Berührung der Kegel längs einer Erzeugenden, weil diese eine projicirende Linie ist, zugleich im Berührungspunkt desselben mit dem Spurkegelschnitt des verlangten Kegels. Die Lösung des Problems kommt also planimetrisch darauf hinaus, zu drei ähnlichen Kegelschnitten in ähnlicher Lage einen sie berührenden vierten zu ihnen ähnlichen und ähnlich gelegenen Kegelschnitt zu construiren vermittelst Angabe der Berührungspunkte, welche er mit ihnen hat; d. h. auf das erweiterte Apollonische Problem in der Gergonne'schen Lösung. (Man vergl. auch

Salmon-Fiedler, «Analyt. Geom. d. Kegelschnitte» Art. 359, 1 mit Art. 148—151 und Art. 384 für die Ausdehnung dieser Construction auf den Fall der Doppelberührung aller Kegelschnitte des Problems mit einem gegebenen festen Kegelschnitt.)

Die bekannte Construction — ich gebe sie in Fig. 10 für Kreise, weil diese bequeme Specialität nichts Wesentliches ändert — rechtfertigt sich dann wie folgt. Die Kreise S_1, S_2, S_3 sind die Spurcurven von drei parallelen Kegeln zweiten Grades, deren einer z. B. S_1 als projicirender Kegel gedacht wird, so dass S_1 zugleich die gemeinschaftliche Fluchtcurve Q_1', Q_2', Q_3' der Kegel darstellt. Die Bilder M_2' und M_3' der Spitzen der beiden andern Kegel sind je einer der Aehnlichkeitspunkte zwischen den Kreisen S_1 und S_2, respective S_1 und S_3. Die Durchdringungscurve des Kegels S_1 mit dem Kegel S_2 liegt in einer Ebene, welche die Radicalaxe, Potenzlinie oder gemeinsame Sekante der endlich entfernten Schnittpunkte s_{12} von S_1 und S_2 zur Spur und die Polare des Aehnlichkeitspunktes M_2' in Bezug auf $Q_1' S_1$ zur Fluchtlinie q_{12}' hat; die Durchdringungscurve der Kegel S_1 und S_3 ebenso in einer Ebene mit der Potenzlinie von S_1 und S_3 als Spur s_{13} und der Polare des Aehnlichkeitspunktes M_3' in Bezug auf $Q_1' S_1$ als Fluchtlinie q_{13}'; die gemeinsamen Punkte aller drei Kegel also in der Schnittlinie beider Ebenen oder in der Verbindungslinie des Potenzpunktes O der drei Kreise mit dem Schnittpunkt der Polaren der Aehnlichkeitspunkte M_2', M_3' oder dem Pol P_1 der Aehnlichkeitsaxe $M_2' M_3'$ in Bezug auf den Kreis S_1, und zwar projicirt in den Schnittpunkten dieser Geraden mit dem Kreise S_1 selbst. Die Verbindungslinien von O mit den Polen P_2 und P_3 derselben Aehnlichkeitsaxe $M_3' M_2'$ in den Kreisen S_2 und S_3 geben in ihren Schnitten mit diesen Kreisen die Berührungspunkte derselben mit dem

nämlichen Paar Apollonischer Kreise $K_1 K_1'$, weil die Rolle der gemeinsamen Fluchtlinie der drei Kegel jedem der drei Kreise zugetheilt werden kann; etc.

In Bezug auf den systematischen Werth dieser Herleitung kann nur die Frage aufgeworfen werden, ob die bei der Construction zur Verwendung kommenden Eigenschaften der Gruppe von drei ähnlichen und ähnlich gelegenen Kegelschnitten, Aehnlichkeitscentra und Axen, Potenzlinien und Potenzpunkt betreffend, den Mitteln der darstellenden Geometrie zugänglich sind. Vom Gesichtspunkte meiner darstellenden Geometrie aus ist diese Frage zu bejahen und die nähere Ausführung schliesst sich sehr einfach an Art. 27 meines Buches an. Ich will sie skizziren. Nach dem dort Gegebenen, welches in § 162 a. a. O. seine allgemeinste Ausführung findet (— die auch den Fall der nicht reellen Kegelschnitte umfasst und die daher hier nicht erforderlich ist), haben zwei beliebige Kegelschnitte in derselben Ebene sechs Centra der Collineation in den Durchschnittspunkten T_{ik} der vier gemeinsamen Tangenten und sechs Axen der Collineation in den Verbindungslinien s_{ik} der vier gemeinsamen Punkte. Jedem dieser Centra entsprechen zwei der letzteren Geraden als zugehörige Collineationsaxen, nämlich den Centren auf einer Seite des gemeinsamen Tripels beider Kegelschnitte in gleicher Weise jede der beiden durch die Gegenecke derselben gehenden Axen, z. B. zu T_{1x}, T_{2x} in gleicher Weise s_{1x}, s_{2x}. Von diesen Centren und Axen sind mindestens je zwei reell und die centrische Collineation der zwei Kegelschnitte findet daher auf viererlei oder auf zwölferlei Art reell statt. Wenn insbesondere die Kegelschnitte ähnlich und ähnlich gelegen sind, so fallen zwei ihrer Schnittpunkte in die unendlich ferne Gerade und diese als die verbindende Sehne liefert als Axe der Collineation speciell Aehnlichkeit

in ähnlicher Lage für die beiden zugehörigen T_{ik} als Aehnlichkeitspunkte; dagegen ist die Verbindungslinie der beiden im Endlichen liegenden gemeinsamen Punkte für dieselben T_{ik} als Centra die Axe der beiden Collineationen. Im Falle ähnlicher ähnlich gelegener Hyperbeln mit zwei reellen Schnittpunkten im Endlichen sind alle übrigen Collineationen gleichfalls reell; im Falle der Kreise nicht. Wenn die Centra sämmtlich reell sind, so sind es in diesem Falle die vier übrigen Axen nicht und den reellen Punkten und Tangenten des einen Kreises entsprechen für eines der Centra und jede der zugehörigen nicht reellen Collineationsaxen die imaginären Punkte und Tangenten des andern Kreises; die nicht reellen Axen gehen von den in der Centrallinie gelegenen endlich entfernten Ecken des Tripels X, Y nach den Kreispunkten der Ebene; ebenso dann, wenn keine reellen gemeinsamen Elemente existiren, wo auch die nicht reellen Centra in den Seiten x, y des Tripels liegen. Wenn nur zwei der gemeinsamen Tangenten und damit auch die zwei endlich entfernten Schnittpunkte reell sind, so gehen die imaginären Collineationsaxen von den reellen Schnittpunkten nach den Kreispunkten der Ebene und die zugehörigen Collineationscentra sind selbst imaginär, den imaginären Elementen des einen Kreis entsprechen die des andern. Die Construction der reellen Centra ergiebt sich aus ihrer gleichzeitigen Eigenschaft als Aehnlichkeitscentra mittelst paralleler Radien und damit erhält man auch die reelle Axe.

Die Eigenschaft der Collineationsaxe als Ort der Punkte gleicher Tangenten und damit die Existenz des Radicalcentrums oder Potenzpunktes bei drei Kreisen folgt ebenfalls elementar — das Dreieck aus zwei solchen Tangenten und dem Aehnlichkeitsstrahl ihrer Berührungspunkte hat an diesem gleiche Winkel und jene sind daher seine gleich langen Seiten.

Dass endlich die Aehnlichkeitspunkte von drei Kreisen (oder ähnlichen und ähnlich gelegenen Kegelschnitten) viermal zu dreien in einer Geraden liegen, folgt sofort aus der Bemerkung, dass sie die Collineationscentra für die unendlich ferne Gerade als Axe sind; denn die Natur der centrischen Collineation ebener Systeme liefert unmittelbar anschaulich den Satz: Wenn drei ebene Systeme in Paaren centrisch collinear sind mit derselben Geraden als Axe, so liegen ihre drei Collineationscentra in einer Geraden — wie auch den dualistisch entsprechenden. (Vgl. «Darstell. Geometrie», Art. 45.)

Was man sonst noch beim Apollonischen Problem zu erwähnen pflegt, wie dass die vier Paare Apollonischer Kreise für das Radicalcentrum und je eine der Aehnlichkeitsaxen centrisch collinear sind, etc. ergiebt sich ohne Ausnahme aus dem hier Begründeten und die darstellend geometrische Behandlung ist daher auch als eine in sich consequente zu bezeichnen.

Es bleibt einzig die Frage übrig, wie man zu der auf p. 200 oben formulirten Fassung für das Apollonische Problem gelangen kann, welche doch auch von der Wahrheit aus, dass zwei ähnliche und ähnlich gelegene Curven der Bildebene stets als Spur und Fluchtlinie eines Kegels mit dem Aehnlichkeitspunkt als Bild der Spitze angesehen werden können, immer mehr nur als ein glücklicher Einfall erscheinen wird. Ich werde im folgenden Abschnitt einen Gedanken entwickeln, der mit Nothwendigkeit zu ihr hinführt, und der zugleich ebenso anwendbar ist auf eine grosse Reihe anderer allbekannter und wichtiger Probleme über Kreise und Kreissysteme. (Vgl. p. 221 f.)

IV. Neue elementare Projectionsmethoden?

Mit Figuren 11—20.

Wenn man als elementare Projectionsmethoden diejenigen bezeichnet, welche mittelst geradliniger Strahlen aus einem Punkte die Bestimmung der Raumgestalten durch Bilder in einer Ebene erzielen, im Unterschied von denen, bei welchen die geradlinigen projicirenden Strahlen durch zwei feste Leitcurven oder ähnliche Bedingungen bestimmt werden, so erhebt sich naturgemäss die Frage, ob die Centralprojection in der gewöhnlichen Form und die orthogonale Parallelprojection in der Form der «Géométrie descriptive» die einzigen elementaren Projectionsmethoden sind?

Zu ihrer Beantwortung ist auszugehen von dem Wesentlichen in der Bestimmungsweise der Centralprojection; denn damit wird erkennbar, ob diess noch in anderer als der bei ihr verwendeten Form zu realisiren ist. Als dieses Wesentliche habe ich die Verbindung der Projectionsdata (Centrum und Bildebene) mit der perspectivischen Raumansicht bezeichnet, d. h. mit den Erklärungen und Vorstellungen über das Unendlichferne des Raumes als einer Ebene, welche jeder geraden Linie einen einzigen unendlich fernen Punkt oder eine Richtung und jeder Ebene eine einzige unendlich ferne Gerade oder eine Stellung zuerkennt. Die Bestimmungsweise der geraden Linien und Ebenen in der Centralprojection beruht auf dem hieraus entspringenden Umstande, dass ein Punkt respective eine Gerade der Bildebene nicht blos sich selbst in dem nach ihm gehenden projicirenden Strahl respective der nach ihr gehenden projicirenden Ebene, sondern auch die Richtung dieses Strahls respective die Stellung dieser Ebene eindeutig bestimmt, d. h. in der Centralprojection

werden die Raumelemente durch das feste Centrum und durch zwei feste Ebenen, die Bildebene und die unendlich ferne Ebene, bestimmt; zuerst die geraden Linien des Raumes und durch sie alle Punkte und Ebenen desselben.

Es ist ersichtlich, dass hieraus die Frage nach einer Centralprojection entspringt, bei welcher neben der Bildebene an Stelle der unendlich fernen irgend eine andere Ebene des Raumes benutzt wird, welche jene in einer gegebenen Geraden und unter einem bekannten Winkel durchschneidet. Ihre nähere Erörterung kann Manchem schon desshalb von Vortheil zu sein scheinen, weil Festsetzungen über das Unendlichferne dabei zunächst erspart werden könnten; ich werde mir indess eine solche schliesslich unnütze Beschränkung von vorn herein nicht auferlegen.

Die fragliche Projection ist übrigens sehr einfach. Die Bildebene **S** werde in der Geraden*) u (Fig. 11) von der zweiten festen Ebene **U** unter dem Winkel ω geschnitten, das Projectionscentrum C sei wie sonst in der Centralprojection durch den Distanzkreis (Fig. 11) in seiner Lage gegen die Bildebene bestimmt. Dann bestimmt jeder Punkt und jede Gerade der Letzteren einen projicirenden Strahl, respective eine projicirende Ebene. Jede andere Gerade g oder Ebene **E** ist bestimmt durch die beiden Punkte S und U, respective Geraden s und u, welche sie mit der Bildebene **S** und mit der Ebene **U** gemein hat und von diesen fallen S und s mit ihren Bildern zusammen und sind U und u durch ihre Bilder U' und u', d. h. die Schnitte der Bildebene mit dem projicirenden Strahl von U, respective mit der projicirenden Ebene von u bestimmt. Die Gerade SU' ist das Bild g′ der Geraden SU, d. h. sie enthält die Bilder aller ihrer Punkte; zwei gerade Linien

*) Die Buchstaben u, q′, C des Textes entsprechen denselben Buchstaben der deutschen Schreibschrift der Fig. 11—18.

s, u', welche sich auf u begegnen — weil Bildebene, Originalebene und Ebene **U** sich in einem Punkte treffen — bestimmen die Ebene **E**; für projicirende Strahlen und Ebenen decken sich S und U'; respective s, u'. Die S, U' aller Geraden einer Ebene liegen in ihrer s respective u'.

Die Punkte U wie die Geraden u sind durch ihre Bilder U', u' allein bestimmt; die Bilder aller zu einander parallelen Geraden u_i gehen durch den Durchstosspunkt Q_i' ihres Parallelstrahls aus dem Centrum C — natürlich nicht minder die Bilder aller einander parallelen Geraden — und die Durchstosspunkte dieser Parallelstrahlen der u_i erfüllen die zu u parallele Gerade q′, welche die Spur der Parallelebene zu **U** durch das Centrum ist (Fig. 11). Weil parallele Ebenen sowohl parallele u als parallele s haben, so gehen ihre u' durch einen bestimmten Punkt Q' der Geraden q′, während ihre s durch die Schnittpunkte derselben mit u einander parallel laufen. Offenbar ersetzt die Angabe der Geraden q′ zugleich den Winkel ω, denn er ist in einem rechtwinkligen Dreieck der der Distanz gleichen Kathete gegenüber gelegen, welches den Abstand des Hauptpunktes C_1 von q′ zur andern Kathete hat.

Die zur Bildebene parallelen Ebenen und Geraden sind durch ihre zu u parallelen u und u', respective ihre U' und ihre Bilder g' bestimmt; die zugehörigen s, respective S sind unendlich fern; die Bilder der in ihnen gelegenen Figuren respective Segmente, sind zu ihren Originalen ähnlich für das Verhältniss der Distanz zum Abstand der Ebene oder Linie vom Centrum als Aehnlichkeitsverhältniss.

Die Bilder aller Punkte und Geraden, welche in der Parallelebene durch das Centrum zur Bildebene liegen, sind unendlich entfernt; solche Punkte, respective Gerade werden durch die Darstellung von Geraden, respective Ebenen bestimmt, die sie enthalten, man darf sagen als ihre Verschwindungspunkte und Verschwindungslinien und kann auch die

bezeichnete Parallelebene wie in der Perspective und gewöhnlichen Centralprojection die Verschwindungsebene **V** nennen.

Für Ebenen durch die Gerade u fallen s und u' in u zusammen und für gerade Linien, welche in solchen liegen, daher auch S und U' in einem Punkte von u; sie sind durch ihre Bilder allein nicht bestimmt, aber ein zugehöriger Punkt, der durch sein Bild und in einer Geraden von anderer Lage bestimmt ist, vollendet die Bestimmung. Diess genügt auch für die der projicirenden Ebene von u angehörigen Elemente.

Die Ebenen des Büschels, welches die Ebene **U** mit der Verschwindungsebene bestimmt, sind durch ihre zu u parallelen s und die Geraden in solchen Ebenen durch ihre Bilder und ihre S bestimmt; die zugehörigen u' und U' sind unendlich fern.

Parallele Ebenen haben parallele Spuren und ihre u' schneiden einander in dem nämlichen Punkte von q'; der von diesem Punkte in der Richtung der parallelen Spuren ausgehende Strahl giebt unter den Parallel-Ebenen diejenige, welche projicirend ist. (s_p, u'_p der Fig. 11.)

Wenn von einer Schaar paralleler Geraden eine gegeben ist, so erhält man in ihrem Bilde den Punkt Q', durch den die Bilder aller andern auch gehen müssen, als Schnitt mit der Spur der parallelen projicirenden zu irgend einer jene Gerade enthaltenden Ebene; denn diese ist für alle solche Strahlen gleichbedeutend.

Mit diesen Erklärungen sind die Elementaraufgaben vom Durchschnitt der Ebenen unter einander und mit geraden Linien zu lösen; der Schnitt der u' und der Schnitt der s im ersten Falle giebt respective das U' und S der Schnittlinie und eine Hilfsebene durch die Gerade führt die zweite Aufgabe auf die erste zurück. Ich erwähne noch das leicht zu lösende Hilfsproblem: Durch einen gegebenen Punkt eine

Gerade zu ziehen, die mit einer gegebenen Geraden dasselbe U oder S hat und verweise auf «Darstell. Geometrie» Art. 8, 1 in Bezug auf die damit erhältliche Bestimmung der Verbindungslinie von zwei Punkten, etc.

Auch die Umlegung der Geraden g oder $S\,U'$ mit ihrer projicirenden Ebene in die Bildebene wird leicht erhalten; man zieht durch den Schnitt von g' mit u eine Parallele zu der von g' q' nach dem umgelegten Centrum $\mathfrak{C}'$ gehenden Geraden und erhält auf ihr im Strahl $\mathfrak{C}\,U'$ die Umlegung von U, also mit $S(U)$ die Umlegung (g), in dieser die Umlegung des Verschwindungspunktes auf dem Parallelstrahl zu g', etc.

Die Parallele durch $\mathfrak{C}$ zu (g) giebt auch den Parallelstrahl $\mathfrak{C}Q'$ der Geraden in wahrer Länge und damit durch Zusammensetzung desselben als Hypothenuse mit der Distanz als gegenüberliegender Kathete den Neigungswinkel β der Geraden gegen die Bildebene.

Da man hierbei auch die Länge des Parallelstrahls vom Centrum bis zur festen Ebene **U** erhält, so bestimmt sich in derselben Weise mittelst des senkrechten Abstandes derselben vom Centrum der Winkel β_u der Geraden gegen die feste Ebene **U**.

Durch eine Anwendung der Umlegung der projicirenden Ebene in die Tafel erhält man den Satz: Der Schnittpunkt von zwei Geraden, welche dasselbe Bild haben und deren Bestimmungspunkte S und U' mit einander vertauscht sind — also S_1 und U_2', S_2 und U_1' derselbe Punkt — liegt in derjenigen Ebene des Büschels von der Scheitelkante u, welche zur Ebene Cu harmonisch conjugirt ist in Bezug auf die Bildebene **S** und die fixe Ebene **U**; sein Bild ist der vierte harmonische Punkt zu S, U' und dem Schnittpunkt des Bildes mit u. Woraus dann sofort folgt, dass

diese vierte harmonische Ebene der Ort ist für die Durchschnittslinien aller Ebenenpaare, für die die Geraden s und u' verkehrt auf einander fallen, und dass die Bilder jener Durchschnittslinien harmonisch conjugirt sind zu u in Bezug zu s und u'.

Für eine Normale zur Tafel von gegebenem Bilde n' (durch den Hauptpunkt C_1 gehend) und gegebenem Durchstosspunkt S bestimmt man durch diese Umlegung mit der projicirenden Ebene den Punkt U' und damit auch aus der Spur s einer Normalebene zur Tafel die Gerade u' derselben.

In Erinnerung an die einfache Bestimmung der zu einer gegebenen Ebene su' parallelen projicirenden Ebene — ihre Spur s_p ist die Parallele zu s durch den Schnitt von u' mit q' — sieht man, dass der Neigungswinkel α der Ebene gegen die Bildebene und der Neigungswinkel α_u derselben gegen die feste Ebene **U** sofort gefunden werden.

In der Bemerkung, dass die projicirende Parallelebene einer zur Tafel normalen Ebene den Hauptpunkt C_1 enthalten muss, hat man sodann das einfachere Mittel zur Darstellung der Normalebenen zur Tafel ohne Umlegung; ist s die Spur einer solchen, so geht ihr u' nach dem Schnitt von q' mit der zu s durch C_1 gezogenen Parallelen (Fig. 12.); und aus u' erfährt man s als die vom Punkt u u' ausgehende Parallele zur Geraden von C_1 nach q' u'. Damit bestimmt sich eine Normale zur Tafel aus gegebenem S oder U' als Schnitt von zwei durch sie gehenden Normalebenen (Fig. 12.) und die Normalebene zur Tafel durch eine Gerade als Ebene durch sie und die Normale zur Tafel aus ihrem S oder U'.

Mit Hilfe der projicirenden Parallelebene lässt sich auch der gemeinsame Punkt der Bilder aller Normalen einer Ebene, d. h. der Durchstosspunkt Q_n' ihres Parallelstrahls bestimmen; mit Hilfe des projicirenden Parallelstrahls einer Geraden die Spur q_n' der projicirenden unter ihren Normal-

ebenen; die Bilder aller andern Normalen gehen durch jenen hindurch; die u' aller anderen Normalebenen gehen durch den Punkt, welchen letztere mit q' gemein hat; etc. Die Parallelverlegung aller Winkelgrössen an das Centrum C, das so äusserst nützliche Constructionsprincip der Centralprojection (Vergl. «Darstell. Geom.» Art. 10), ist also auch hier anwendbar.

Ich will nur noch das Problem von der Umlegung der Ebene in die Tafel erläutern, wegen seiner fundamentalen Bedeutung. Man denke sich den aus zwei Paaren paralleler Ebenen: Bildebene und Verschwindungsebene, Ebene **U** und Parallelebene C q' derselben gebildeten parallelepipedischen Mantel und seinen Schnitt mit der Originalebene **E**, ein Parallelogramm mit den Nachbarseiten s und u in der Bild- und Original-Ebene; dazu den ihm congruenten Querschnitt desselben Mantels mit der zu **E** parallelen projicirenden Ebene von den entsprechenden Seiten s_p und u_p (Fig. 7 kann mit veränderter Bezeichnung hier benutzt werden), so kann zunächst durch Umlegung der Letzteren die wahre Gestalt des besprochenen Parallelogramms ermittelt und dann durch Antragung desselben an die Seite s mit den Ecken in u und q' die Umlegung der Ebene **E** vollzogen werden. In Fig. 13 ist die einfache Ausführung davon für die Gerade SU' oder g' der Ebene $s\,u'$ enthalten; das Parallelogramm s_p, (u_p) und das zweite $s, (u)$, auf letzterer Seite die Umklappung von U in $\mathfrak{C}\,U'$ und (u) oder (U) und damit $(U)\,S$ oder (g). Es liegt nahe, die zugehörigen Elemente der gewöhnlichen Centralprojection einzutragen, Q', (R), welche natürlich Proben auf die Construction liefern; es ist der Einfachheit der Figur wegen unterblieben. Dieselbe zeigt auch den Rückgang von (g) zu g' als ebenso einfach. Es ist endlich klar, dass Bild und Umlegung in centrischer Collineation sind

für 𝔈 als Centrum und s als Axe und dass zur Construction derselben statt der unendlich fernen Geraden und einer Gegenaxe ein im Endlichen liegendes Paar entsprechender Geraden u' und (u) verwendet wird; es ist leicht von diesen zu den Gegenaxen überzugehen, indem man g' oder (g) als unendlich fern wählt.

Dass alle projectivischen Relationen zwischen Originalebene und Bild unverändert gültig und wirksam bleiben, liegt in der Natur der Sache als einer Abbildung durch gerade Linien aus einem Punkte auf eine Ebene.

Die Anwendung der Methode auf zusammengesetzte geometrische Formen ergiebt sich aus den vorgeführten Elementen wie sonst und bietet keine Schwierigkeit dar; es wäre leicht, das Problem der Kegelquerschnitte in dieselbe zu übertragen.

Alles in Allem, die vorgetragene Methode liefert relativ einfache Constructionen, aber sie wird von der eigentlichen Centralprojection an Kürze und Einfachheit übertroffen, weil diese von vorn herein mit den Grundgedanken der perspectivischen Raumansicht Ernst macht; es ist überflüssig, eine andere Fix-Ebene einzuführen, da die unendlichferne Ebene die von dieser zu leistenden Dienste direct bietet. Obschon auch diess Ergebniss schon die vorigen Erörterungen vielleicht selbst an diesem Orte rechtfertigen kann, so führen dieselben doch noch zu weiteren wie mir scheint positiv nützlichen Consequenzen, nämlich durch die Einführung der Voraussetzung eines unendlich fernen Projectionscentrums. In der gewöhnlichen Centralprojection fällt mit dieser Annahme die Unterscheidbarkeit der Geraden fort, welche in derselben projicirenden Ebene liegen und denselben Durchstosspunkt haben und man kommt zu dem Ergebniss, dass durch eine Parallelpro-

jection die gerade Linie (und damit alles andere) nicht bestimmt werden kann. (Vergl. «Darstell. Geometrie» Art. 43.). Die Ursache davon ist die Lage des Centrums in der unendlich fernen Ebene oder in der zweiten festen Ebene, welche bei der Bestimmung benutzt wird. Wenn in der hier besprochenen Methode das Centrum C in der festen Ebene **U** liegt, so sind gleichfalls die Strahlen von einerlei Durchstosspunkt in derselben projicirenden Ebene ununterscheidbar; denn obzwar sie verschiedene U besitzen, so fallen doch die Bilder derselben alle in denselben Punkt von u zusammen und durch diese sind jene nicht einzeln bestimmt. Wenn aber als zweite feste Ebene gleichfalls eine Ebene im endlichen Raum benutzt wird, so tritt diese Consequenz mit der Einführung eines unendlich fernen Centrums nicht ein und eine Parallelprojection reicht zur Bestimmung hin.

Ich will im Folgenden kurz die Formen der Orthogonalprojection besprechen, die sich hieraus ergeben. Zuerst sei a) die zweite feste Ebene **U** unter einem bekannten Winkel ω — ich setze denselben gleich 45° voraus — gegen **S** geneigt und schneide dieselbe in der Geraden u; sodann b) sei **U** zur Bildebene parallel in der bekannten Entfernung e. Es wird statthaft sein, beide Fälle in paralleler gleichzeitiger Entwickelung zu behandeln.

Die Bestimmung einer nicht projicirenden Geraden erfolgt durch Angabe ihres Durchstosspunktes S und ihres U' d. h. des Bildes von ihrem Durchstosspunkt in der Fix-Ebene **U**; die Verbindungslinie beider ist ihr Bild SU' oder g'. Die Länge SU und den Winkel USU' oder β erhält man im Falle b) durch Construction des rechtwinkligen Dreiecks aus den Katheten SU' und e; im Falle a) aus SU' und dem normalen Abstande von U' von der Geraden u.

Eine nicht projicirende Ebene wird im Falle a) durch ihre Spur s und die Orthogonalprojection u' ihrer Schnittlinie u mit der zweiten Fix-Ebene bestimmt, also durch zwei Gerade, welche sich in einem Punkte von u schneiden (Fig. 14); im Falle b) durch zwei parallele Gerade s und u'. Den Winkel α der Ebene **E** gegen die Bildebene erhält man in beiden Fällen durch Benutzung eines Punktes U' von u'; seine Höhe UU' über der Bildebene ist im Falle b) gleich e und im Falle a) gleich dem Abstande seiner Projection U' von der Geraden u und giebt mit dem Abstande der Projection von der Spur das Dreieck $U\,U'\,\alpha$ aus seinen Katheten, damit α und die Hypothenuse, durch deren Abtragung in der Normale zur Spur (Fig. 14) die Umklappung des Punktes U in die Bildebene und zugleich die Umklappung der Ebene **E** vollständig erhalten wird. Es ist offenbar, dass im Falle a) hierbei zugleich der Winkel der Geraden s und u mit gefunden wird und dass man den Winkel α_u der Ebene **E** gegen die zweite feste Ebene **U** ebenso einfach durch Benutzung eines Punktes von s (z. B. des Scheitels von α) bestimmt; während im Falle b) die Hypothenuse des Dreiecks mit α die Breite des Streifens zwischen den parallelen Geraden s und u liefert und α_u gleich α ist.

Parallellinien und Parallelebenen zur Bildebene haben im Falle a) S respective s unendlich fern, desgleichen Parallellinien und Parallelebenen zur Ebene **U** ihr U' und u'; sie bleiben durch U' und ihr Bild, u' und andernfalls durch S und ihr Bild respective s bestimmt. Im Falle b) bilden diese Linien und Ebenen den Ausnahmefall der Bestimmung, wo ein Punkt, der durch eine ihn enthaltende Gerade bestimmt ist, und das Bild, respective ein Punkt etc. zur Bestimmung erforderlich ist. Dieser Ausnahmefall tritt bei der Methode a) ein für die durch u gehenden Ebenen und die in ihnen

enthaltenen Geraden. Eine Complication entspringt auch für diese nicht. Parallele Ebenen haben parallele s und parallele u'; parallele Gerade haben parallele Bilder und die Verbindungslinien ihrer S und ihrer U' begegnen sich auf u.

Für Linien und Ebenen mit vertauschten Bestimmungselementen S, U', respective s, u' liegen die Schnittpunkte, respective Schnittlinien im Fall a) in der Ebene des Büschels um u, welche zu der nach dem Centrum gehenden zur Bildebene **S** normalen Ebene harmonisch conjugirt ist. Wählt man die Projectionsrichtung in der Normalstellung zu u und mit gleicher Abweichung von den Normalen beider festen Ebenen **S** und **U**, so würde diese vierte harmonische die Halbirungsebene des Winkels der Ebenen **S** und **U** sein. Indess gingen dann jene Einfachheits-Vorzüge der Methode verloren, durch welche die Orthogonalprojection sich von den schrägen Parallelprojectionen unterscheidet. (Vergl. «Darstellende Geometrie» Art. 43.) Im Falle b) schneiden sich Ebenen und Gerade mit vertauschten Bestimmungselementen in der Parallelebene zur Bildebene, welche die Distanz e halbirt und projiciren sich in der Mitte zwischen jenen. Man sieht, die eigenthümliche Bedeutung der vierten harmonischen Ebene des Büschels um u zu der nach C gehenden in Bezug auf **S** und **U** ist ein gemeinsamer Characterzug der Gruppe elementarer Projectionsmethoden, die ich hier bespreche. Derselbe fehlt auch nicht in der Methode der «Géométrie descriptive». Ebenen und Gerade, von denen zwei Spuren respective Durchstosspunkte verkehrt zusammenfallen, haben ihren Schnittpunkt respective ihre Schnittlinie in der Halbirungsebene desjenigen Winkels zwischen den entsprechenden Projectionsebenen, um den die eine bei der Vereinigung beider zur Zeichnungsebene gedreht worden ist; die vereinigten Bilder der Schnittlinie bilden

die Affinitätsaxe der Projectionen der in solchen Ebenen gelegenen Figuren. (Vergl. die historischen Notizen meiner «Darstell. Geom.» zu § 53, p. 734.) In der gewöhnlichen Centralprojection und Perspective überträgt sich die Hauptbedeutung der vierten harmonischen zu Cu in Bezug auf **S** und **U** auf die von mir zuerst hervorgehobene zweite Parallelebene, den Ort der in der Mitte zwischen S und Q', s und q' projicirten Punkte der Geraden und Linien der Ebenen. (Vergl. mein Programm von 1860, den Abdruck meiner Dissertation, «Die Centralprojection als geometrische Wissenschaft» 41 p. 4to ; auf p. 39 in einer Vergleichung der Central- und Parallel-Projection habe ich gerade diese für alle Regelflächen überdiess fortbestehende Analogie speciell betont.)

Für Ebenen, welche zur Bildebene normal sind, fallen s und u' zusammen. Da die zur zweiten Fix-Ebene normalen Geraden zu u normale Bilder und ihr S in der doppelten Entfernung ihres U' von u haben, so ergiebt sich auch die Darstellung der Normalebenen zur Ebene **U** (Fig. 15). Man würde zu Beiden auch von der vorerwähnten Construction der Winkel α und α_u gelangen. Aber an die Construction des Winkels α knüpft sich die Bestimmung der Normale einer Ebene, zunächst in einem Punkte A ihrer Geraden u; man erhält aus dem Dreieck mit α sofort den Durchstosspunkt S_n dieser Normale. Alle andern Normalen projicirt man als Parallelen zu dieser und um sie durch gegebene Punkte (P' in q' oder SU') zu führen, bedarf man nur noch der sehr einfachen Lösung des Hilfsproblems: Durch einen gegebenen Punkt eine Gerade zu ziehen, welche mit einer andern gegebenen Geraden dasselbe S oder U hat. (Ich erwähne als einer zweckmässigen Uebung im Gebrauch derselben die Lösung der Aufgabe: Durch einen Punkt (A' auf SU') die Trans-

versale $S_t\ U_t'$ zu zwei gegebenen sich kreuzenden Geraden $S_1\ U_1'$, $S_2\ U_2'$ zu ziehen.)

Die Normalebenen zu einer Geraden haben Spuren s_n normal zum Bilde dieser Geraden, und zur angenommenen Spur bestimmt man mittelst der Umlegung der projicirenden Ebene der Geraden den in dieser gelegenen Punkt U_n' der Normalebene und durch sein Bild das u' derselben (Fig. 16). Man erhält (U_n) im Fusspunkte des Perpendikels auf der Umklappung des u der projicirenden Ebene, das man vom Punkte s_n, g' auf (g) fällt und daraus natürlich U_n' und u_n'. Im Falle b) erhält diess die noch einfachere Gestalt der Fig. 17.

Offenbar ist hierdurch auch die Bestimmung und Benutzung der Winkelgrössen mit einfachen Constructionen gesichert.

Ich denke, dass ich mir weiteres Eingehen in diese sehr einfachen Entwickelungen ersparen darf. Es ist offenbar, dass die Bestimmung wahrer Grössen und die Benutzung metrischer Relationen nicht complicirter ist als in der «Géométrie descriptive», während durch den Gebrauch einer einzigen Projection der Aufwand von Linien für die Ausführung irgend welcher Probleme sich in gleicher Weise reducirt, wie beim Gebrauch der Centralprojection. Die Einführung einer zweiten festen Ebene ist hier eben nicht wie im Falle der Centralprojection ein entbehrlicher Ueberfluss, sondern eine die Bestimmung der Raumelemente durch eine Parallelprojection erst sichernde Nothwendigkeit; die Methoden a) und b) sind nicht nur richtig gebildet, sondern auch im Einklang mit dem allgemeinen Grundgesetz der Sparsamkeit in der Anwendung von Hilfsmitteln, welches alle Theorie wie namentlich alle Praxis regieren soll. Ich glaube desshalb diese einfachen Neuerungen der Beachtung der Sachverstän-

digen empfehlen zu dürfen, nachdem ich sie selbst seit Jahren geprüft habe.

Von der Transformation der Grundelemente in den besprochenen Methoden der Projection, welche diesen Entwickelungen noch hinzu zu fügen wäre, sehe ich für diessmal ab; ihre Durchführung nach Analogie der Stellung, welche ich den Transformationen systematisch angewiesen habe («Darstell. Geom.» Art. 12, 13; Art. 57 f.), ist ohne Schwierigkeit.

Schliesslich mag auf Grund des im vorhergehenden Abschnitt III dieser Mittheilungen (vergl. p. 190) darüber Gesagten die Behandlung eine kurze Erörterung finden, welche das Problem der Kegelquerschnitte nach diesen Methoden erfährt.

Ich erinnere, wie diess Problem einen Punkt M, den Kegelmittelpunkt, eine Ebene **L** und eine darin enthaltene Curve **L** als Leitcurve und eine Schnittebene **E** voraussetzt, und das Bild eventuell die wahre Gestalt der in dieser entstehenden Querschnittscurve **E** des Kegels zu construiren fordert und wie dazu die Collineation der Curven **L** und **E**, deren Centrum M, deren Axe s, die Durchschnittlinie von **L** und **E** und deren Gegenaxen q und r, die Durchschnittslinien von **E** und **L** respective mit den durch M gelegten Parallelebenen **L*** und **E*** zu **L** und **E** dienen.

In Fig. 18 ist die Bestimmung dieser Elemente für die Orthogonalprojection mit einer durch u gehenden zweiten festen Ebene, in Fig. 19 für die mit einer zur Bildebene parallelen Fix-Ebene ausgeführt. Die Leitcurvenebene ist durch s_L, u'_L, die Schnittebene durch s_E, u'_E, der Mittelpunkt M durch sein Bild M' und eine ihn enthaltende Gerade $S_1 U_1'$ gegeben; die Collineationsaxe mit dem Bilde s' ist durch den Schnittpunkt S von s_L mit s_E und U' von u'_L und u'_E bestimmt.

Zur Ermittelung der Parallelebenen **L*** und **E*** durch M dient am besten die Parallele zu s, welche durch M geht und deren Bild die Parallele durch M' zu s' ist. Zur Bestimmung ihres Durchstosspunktes S^* und ihres Punktes U'^* hat man durch M zuerst eine Gerade gezogen, welche mit s dasselbe U' hat, und ihren Durchstosspunkt $S_1{}^*$ mittelst der Bemerkung bestimmt, dass die Geraden $U'U_1{}'$ und $S_1S_1{}^*$ als u' und s einer Ebene sich auf u begegnen respective in Fig. 19 parallel zu einander sein müssen; nun ist $S_1{}^*S$ die Spur der M mit s verbindenden Ebene, welche die fragliche Gerade enthält und man erhält in der Geraden von U' nach dem in u gelegenen Punkte von jener (derselbe ist unendlich fern in Fig. 19) das u' dieser Ebene, damit aber S^* und U'^* jener Geraden (der Parallelen durch M zu s). Nun können s_{E^*}, s_{L^*} und u'_{E^*}, u'_{L^*} gezeichnet und die Bilder der Gegenaxen q' und r' gefunden werden. In Fig. 18 ist noch zum Bilde einer Geraden h' auf **L** das Bild der entsprechenden Geraden g' auf **E** abgeleitet mittelst des Parallelogramms $M'Q'S'R$.

Man bemerkt, dass die Neigung der Ebene **U** gegen die Bildebene in Fig. 18 unbestimmt geblieben ist und dass also diese Figur für jede Neigung derselben gültig bleibt. Erst bei einer metrischen Bestimmung müsste über sie entschieden werden.

Endlich enthält Fig. 20 die directe Bestimmung der wahren Gestalt des Querschnittes (**E**) der Ebene **E** oder s_E, u'_E mit der Kegelfläche vom Mittelpunkt M auf SU' und von der in der Bildebene gelegenen Leitcurve **L**. In diesem Falle ist s_E zugleich die Collineationsaxe s; die Gegenaxe q' ist das Bild der Durchschnittslinie der Ebene **E** mit der durch M gehenden Parallelebene zur Tafel und man findet daher einen Punkt Q' von ihr, wenn man durch die das Centrum enthaltende Gerade

SU' eine beliebige Ebene legt, als den Schnittpunkt ihrer Schnittlinie mit **E** mit der durch M gezogenen Parallelen zur Tafel in ihr. Hieraus, mittelst der Symmetrielage zu M', s oder als Spur einer zu **E** parallelen Ebene durch M (ihr u' ist als u'_M in der Figur markirt) erhält man r, durch Umlegung von M mit dieser letzteren Ebene in die Tafel (M) und ebenso durch Umlegung von q mit der Ebene **E** in die Tafel (q). Die Collineation (M), s, r, (q) liefert als entsprechend zu **L** die Umklappung der Querschnittscurve (**E**) in die Tafel.

Wenn ich die hier besprochenen Darstellungsmethoden in Verbindung mit der Centralprojection und der Methode der «Géométrie descriptive» als elementare Methoden glaube bezeichnen zu dürfen, so ist es wohl am Platze, den Sinn dieser Bezeichnung näher zu bestimmen. Vielleicht hätte ich sie als die der Forderung auf Bildlichkeit entsprechenden bezeichnen können («Darstellende Geometrie» Einleitung, pag. 1), bei deren Erfüllung allein die darstellende Geometrie zugleich die wissenschaftliche Grundlage der Zeichenkunst sein kann; ich wählte den Ausdruck «elementar» in dem Gedanken, dass eben diess, die Bedeutung als Grundlage der zeichnenden Künste, die natürliche und geschichtliche Quelle der darstellenden Geometrie ist und die Hauptgrundlage ihrer Bedeutung bleiben muss. Dazu ist der Anschluss an den Vorgang beim Sehen nöthig, den man in der Benutzung von geraden projicirenden Strahlen aus einem Centrum ausprägt, und es ist für die Ausbildung dieser Methoden wesentlich, zu erkennen, dass die Behandlung der geraden Linie das Fundamentale sein muss — wie ich diess am Schluss meiner Note «Ueber das System in der darstellenden Geometrie» in der «Zeitschrift für Mathematik und Physik», 1863 hervorgehoben habe. Dann müssen, insofern es sich um Ab-

bildung auf eine Ebene handelt, die vierfach unendlich vielen Geraden des Raumes durch die zweifach unendlich vielen Geraden der Bildebene dargestellt werden und es ist nöthig, einer jeden derselben, zur Unterscheidung der zweifach unendlich vielen Geraden in ihrer projicirenden Ebene, welche in ihr projicirt sind, zwei veränderliche Affecte beizulegen — wie diess durch die Hervorhebung zweier durch ihre Bilder allein völlig bestimmter Punkte (in den beiden Fix-Ebenen) in natürlichster Weise geschieht.

Sollte es sich um die Bestimmung der Punkte des Raumes durch ihre Bilder auf einer Ebene handeln, so wäre wohl das Natürlichste, sie durch die Kreise der Ebene darzustellen; nämlich so, dass ein Kreis, wie der Distanzkreis der elementaren Methoden, den Punkt repräsentire, welcher im Abstand des Radius von der Bildebene in der Normale derselben im Mittelpunkt auf einer bestimmten Seite der Ebene sich befindet; man würde diese Seite durch die Beifügung eines Pfeiles in der Peripherie des bestimmenden Kreises angeben, indem man den Punkt als auf derjenigen Seite der Bildebene gelegen ansieht, von welcher aus der angegebene Drehungssinn demjenigen des Uhrzeigers entspricht; der Buchstabe des Punktes könnte an die Pfeilspitze geschrieben werden und man hätte so die Punkte der Ebene je mit dem einen veränderlichen Affect ausgestattet, der nöthig ist, um durch sie die dreifach unendlich vielen Punkte des Raumes zu bestimmen.

In ähnlicher Weise lässt sich auch die Abbildung der Punkte des Raumes durch die Kreise auf einer Kugel vollziehen; man kann sie aus der ebenen Abbildung durch die Anwendung der Transformation mittelst reciproker Radien ableiten, etc.

Es ist leicht, die Consequenzen dieser Bestimmungsart

auszuführen; Weniges genügt schon, um zu sehen, wie weit man sich mit ihr von jener practisch natürlichen Forderung der Bildlichkeit entfernt. Eine gerade Punktreihe würde in der Ebene durch die einfach unendlich vielen Kreise dargestellt, welche einen gemeinsamen Aehnlichkeitspunkt und auf derselben Seite desselben den nämlichen Drehungssinn haben; er selbst ist der der Reihe angehörige Nullkreis, der Durchstosspunkt der geraden Linie in der Bildebene. Man sieht wie zwei Punkte durch ihre Kreisbilder das Bild der Reihe in ihrer Verbindungsgeraden bestimmen; sie bestimmen auch den Winkel der Geraden gegen die Bildebene als den an ihrer Centraldistanz anliegenden spitzen Winkel in einem rechtwinkligen Dreieck, welches die algebraische Differenz ihrer Radien (mit Rücksicht auf die Uebereinstimmung oder den Gegensatz des Drehungssinnes der Kreise) zur zweiten Kathete hat*). Ein System concentrischer Kreise ist daher das Bild einer Normale zur Bildebene. Kreise, die sich in einem Punkte berühren, repräsentiren zwei Punkte in einer durch den Berührungspunkt als Durchstosspunkt gehenden 45° Linie, wenn im Falle der einschliessenden Berührung der Sinn derselbe und im Falle der ausschliessenden Berührung der Sinn beider entgegengesetzt ist; sie repräsentiren in den umgekehrten Fällen mit dem Berührungspunkt als Durchstosspunkt je zwei 45° Linien, von denen die eine zur andern in Bezug auf die Bildebene orthogonal symmetrisch ist.

---

*) Von hier aus gelangt man zu einer Abbildung der Strahlen des Raumes durch die Strahlen-Involutionen der Ebene mit dem bezüglichen Aehnlichkeitspunkt der Kreise der Punkt-Abbildung als Scheitel, wobei die 45° Linien als parabolische und die Normalen als Rechtwinkel-Involutionen, die übrigen Strahlen als elliptische und als hyperbolische Involutionen erscheinen; im letztern Falle dienen die Doppelstrahlen zur Bestimmung, im erstern wird man immer das Rechtwinkelpaar mit benutzen.

Zwei Gerade schneiden sich, wenn die repräsentirenden Kreisreihen den Kreis um den Schnittpunkt ihrer Centrallinien gemeinsam haben; bei parallelen Centrallinien also, wenn sie gleich sind, d. h. wenn der gleiche Abstand des Mittelpunktes vom Durchstosspunkt in beiden denselben Radius liefert. Damit ist, wie man sieht, das Bild der Ebene constituirt; die repräsentirenden Kreise ihrer Punkte haben in Paaren einen Aehnlichkeitspunkt in ihrer Spur oder Durchschnittslinie mit der Bildebene; drei Kreise bestimmen die Ebene, wenn zugleich ihr Sinn bestimmt ist; ohne den Letzteren repräsentiren sie acht Ebenen, welche in Paaren durch die vier Aehnlichkeitsaxen der Kreise als Spuren hindurchgehen und orthogonalsymmetrisch liegen zur Bildebene. Ihre Winkel zur Bildebene werden leicht gefunden; Parallelen zur Bildebene in einer solchen Ebene erscheinen als Reihen gleicher Kreise aus Punkten einer Parallelen zur Spur, etc. Man ist offenbar trotz aller Leichtigkeit der Behandlung von Anschaulichkeit im natürlichen Sinne weit entfernt; der Versuch, die regulären Polyeder respective ihre Eckpunkte also darzustellen, etwa für die Bildebene als Ebene orthogonaler Symmetrie derselben oder parallel einer solchen durch eine Ecke, bestätigt diess des Weiteren, so interessant die Figuren sind, zu denen er führt; man wird daher in der technischen Praxis von dieser Bestimmungsweise kaum Dienste erwarten.

Theoretisch ist dagegen der Gedanke einer Ausbildung werth. Denn die Potenz eines Punktes in Bezug auf einen Kreis, der Winkel, unter welchem zwei Kreise sich schneiden, etc. sind durch ihn einfacher Interpretationen fähig; die linearen Gebilde erster und zweiter Stufe aus Kreisen repräsentiren sich sehr einfach, wie ich in Kürze angeben will. Offenbar sind von den drei Bestimmungsgrössen

eines Kreises in der Coordinatenebene xy die Mittelpunkts-Coordinaten zugleich die Coordinaten X, Y des dargestellten Raumpunktes, während der Radius die Coordinate Z desselben giebt; in Folge dessen repräsentiren die Kreise des Büschels

$$x^2 + y^2 - 2\varkappa x = \pm \delta^2$$

die Punkte des Raumes mit

$$Y = 0, \quad Z^2 - X^2 = \pm \delta^2$$

d. h. die Punkte einer gleichseitigen Hyperbel in der durch die Centrale des Büschels gehenden Normalebene zur Tafel mit den 45° Linien durch den Schnittpunkt von Axe und Centrale als Asymptoten und mit der Centrale als reell oder als imaginär begrenzter Hauptaxe, je nachdem das Büschel reelle Grenzpunkte im Poncelet'schen Sinne oder reelle Grundpunkte hat.

Und da die Kreise

$$(x - X)^2 + (y - Y)^2 = Z^2 \text{ und } x^2 + y^2 = \pm r^2$$

einander rechtwinklig schneiden, wenn man hat

$$X^2 + Y^2 = Z^2 \pm r^2,$$

so ist das Rotationshyperboloid der gleichseitigen Hyperbel von der Axe Z

$$X^2 + Y^2 - Z^2 = \pm r^2$$

das räumliche Bild des linearen Gebildes zweiter Stufe aus Kreisen oder des Kreisnetzes. Es ist bei reellem Orthogonalkreis ein einfaches, bei nicht reellem Orthogonalkreis ein zweifaches Hyperboloid. Jede zur Bildebene normale Ebene bestimmt mit demselben eine gleichseitige Hyperbel d. h. ein Büschel von Kreisen; im ersten Falle unterscheiden sich diese Ebenen in solche, welche den Orthogonalkreis reell und welche ihn nicht reell schneiden, und in solche, welche ihn berühren; die letzteren liefern Kreisreihen mit dem bezüglichen Berührungspunkt als gemeinsamen

Aehnlichkeits- und Berührungspunkt, die Bilder der geraden Erzeugenden des Hyperboloids — der Orthogonalkreis erscheint als Ort der Berührungspunkte von Curven des Netzes; im andern Falle ist von diesem durch das Verschwinden der Functionaldeterminante characterisirten Orte nur der lineare Theil, die unendlich ferne Gerade reell, die für jeden ihrer Punkte als Mittelpunkt als Kreis anzusehen ist.

Ich breche hier ab, weil ich nicht nebenher die Geometrie dieser Abbildungsmethode entwickeln kann und das Vorhergesagte zur Anregung genügt; es ist auch leicht erkennbar, dass andere Speculationen mit dem gleichen Ziele sich anschliessen lassen. Immerhin hat die vorher besprochene, auch abgesehen von ihrer Einfachheit und Natürlichkeit, im Zusammenhang dieser Mittheilungen noch eine besondere Bedeutung. (Vgl. p. 204).

Ich mache dieselbe ersichtlich, indem ich die Figur des Apollonischen Problems in die Anschauung derselben übertrage. Die drei gegebenen Kreise S_1, S_2, S_3 derselben sind in ihrem Sinne die Repräsentanten von drei beliebigen Punkten 1, 2, 3 im Raume; ein Kreis der Lösung repräsentirt einen vierten Raumpunkt von solcher Lage, dass seine Verbindungsgeraden mit den drei gegebenen Punkten Linien unter 45° zur Bildebene sind. Die Lösung des Apollonischen Problems ist die Auffindung dieser Punkte und die Zeichnung ihrer repräsentirenden Kreise.

Die Bestimmung der Punkte im Raume vollzieht sich wie folgt: Man denkt um die Perpendikel von den drei gegebenen Punkten 1, 2, 3 zur Bildebene und mit jenen als Scheitel Winkel von 45° gedreht und erzeugt so drei rechtwinklige Rotationskegel mit parallelen Axen, für die die repräsentirenden Kreise ihrer Scheitel zugleich die Leitcurven

in der Bildebene sind; die gemeinschaftlichen Punkte ihrer Mäntel sind die gesuchten Punkte des Raumes. Der Wechsel des Sinnes bei den Kreisen führt auf vier Paare derselben. Man sieht, meine Abbildung führt auf die einfachste Weise zu der Formulirung des Apollonischen Problems als eines Problems der Kegeldurchdringung, die ich in der III. dieser Mittheilungen (p. 197 oben) durchgeführt habe. Der noch vorhandene Unterschied ist allein bedingt durch die Forderung grösstmöglicher Einfachheit in der Anschauung des Constructionsvorganges nach der Methode der Centralprojection; dazu wählt man den Mittelpunkt des einen Kegels als Projectionscentrum und macht dadurch die Bilder der Schnittpunkte der drei Kegel zu Punkten in seinem Spurkreis und zugleich zu den Berührungspunkten ihrer repräsentirenden Kreise mit demselben.

Die Steiner'sche Erweiterung der sogenannten Malfatti'schen Aufgabe von den drei einander und je zwei Seiten eines Dreiseits berührenden Kreisen ist ein ferneres Beispiel dieser Art; die Figur des Feuerbach'schen Kreises für ein Dreieck mit ihren Erweiterungen, die von den den Dreiecken des vollständigen Vierseits umschriebenen Kreisen, nicht minder die uralte Figurengruppe in den «Collectiones mathematicae» des Pappus libr. IV, Theorem 12—18 etc. desgleichen. Ich komme vielleicht darauf zurück; der offenbare Bezug auf die erste grosse Hauptgruppe der Arbeiten von Jac. Steiner sichert ja wohl auch jetzt noch solchen Betrachtungen einiges Interesse.

Ueber die Aufgaben der Phyto-Palaeontologie.

Von

Prof. **O. Heer.**

Herr Prof. Constantin von Ettingshausen betrachtet als eine Hauptaufgabe der wissenschaftlichen Phyto-Palaeontologie die Leistung des directen Nachweises des genetischen Zusammenhanges der Stammarten (welche in der Tertiär-Flora enthalten seien) mit den jetzt lebenden Arten durch Auffindung der Zwischen- und Uebergangsformen, d. h. der Abstammungsreihen. Er bezeichnet seine Abhandlung «Beiträge zur Erforschung der Phylogenie der Pflanzen-Arten» als den ersten Versuch zur Lösung dieser Aufgabe. Er hat dazu die Gattung Pinus gewählt und sucht nachzuweisen, dass die Schwarzföhre (P. Laricio Poir.), die gemeine Föhre (P. sylvestris L.), die Bergföhre (P. montana Mill., pumilio Hke.), und die amerikanische Wheymuthskiefer (P. strobus L.), aber auch unser alpiner Zirbelnussbaum (P. cembra L.) von dem tertiären Pinus palaeostrobus Ett. abstammen und mit dieser Art durch Zwischenstufen verbunden seien. Er stellt diese Abstammungsreihen als ein unzweifelhaftes Resultat seiner Untersuchung der Pinus-Reste von Leoben, von Schönegg, von Parschlug und von Padsused dar. [1])

---

[1]) Vgl. C. von Ettingshausen, Beiträge zur Erforschung der Phylogenie der Pflanzenarten. Denkschriften der mathem.-natur-

Diese Abstammungsreihe ist überraschend und neu und da sie als ein unzweifelhaftes Ergebniss wissenschaftlicher Forschung dargestellt wird, fordert sie zur Prüfung der dafür angegebenen Beweise auf. Ehe wir aber an dieselbe gehen, erlauben wir uns einige allgemeinen Bemerkungen.

Nach meinem Dafürhalten ist die erste Aufgabe des Pflanzen-Palaeontologen die Reste fossiler Pflanzen zu sammeln und sorgfältig aus dem Gestein herauszuarbeiten. Diese Arbeit wird ihm sehr erleichtert, wenn er die Steine, welche die Pflanzen enthalten, eine Zeit lang in's Wasser legt und dann dem Froste aussetzt. Das Wasser dringt in die feinsten Spalten ein und treibt beim Gefrieren die Schichten auseinander und zwar besonders an den Stellen, wo die Blätter liegen, welche den Zusammenhang der Steinmasse unterbrechen. Bei grossen Steinblöcken wird dieser Prozess öfter wiederholt, indem sie mit Wasser übergossen werden. Diese Methode wurde von L. Barth, dem Besitzer der Oeninger Steinbrüche, während mehr als 20 Jahren angewendet und die vielen prachtvoll erhaltenen Blätter Oeningens, welche in den verschiedenen Museen Europas aufbewahrt werden, sind grossentheils auf diese Weise gewonnen worden. Diese Methode wird aber, wie mir Dr. Nathorst mittheilt, auch in Schweden seit längerer Zeit angewendet. Ausser den Blättern kommen beim Zerspalten der Steine auch andere Pflanzenorgane zum Vorschein, welche mit grösster Sorgfalt zu sammeln sind, namentlich Blüthen, Samen und Früchte. Immerhin

---

wissenschaftl. Klasse der k. Academie der Wissenschaften, XXXVIII, 1877, und ferner seinen Report on Phyt.-Palaeontological Investigations. Proceedings of the Roy. Soc., II, 191, 1878.

werden die Blätter die Hauptmasse der Pflanzen-Versteinerungen bilden, daher alle Merkmale, welche sie zur Unterscheidung darbieten, sorgfältig zu benutzen sind. Während der Botaniker, der sich mit den lebenden Pflanzen beschäftigt, meist nur die Form, Bekleidung und Stellung der Blätter berücksichtigt, hat der Pflanzen-Palaeontolog in der Nervation derselben ein sehr wichtiges Mittel zur Bestimmung aufgefunden. Es hat schon A. Brongniart dieselbe für die Farn benutzt, für die Dicotyledonen-Blätter aber war es Leopold von Buch, welcher zuerst auf die hohe Bedeutung derselben hingewiesen hat. [1]) Ich habe die von ihm eingeführte Terminologie angenommen und weiter ausgeführt [2]) und in meinen Arbeiten an zahlreichen Beispielen gezeigt, welche wichtigen, von den Botanikern bislang vernachlässigten Erkennungszeichen wir in der Nervation der Blätter besitzen. Dasselbe geschah auch in den Arbeiten meiner Freunde, des Grafen G. von Saporta und des Prof. Lesquerreux. Ein paar Jahre nach Leop. von Buch hat Herr C. von Ettingshausen eine Abhandlung über die Nervation der Blätter herausgegeben [3]), welcher später mehrere umfangreichere gefolgt sind. Soweit seine Terminologie von derjenigen L. von Buch's abweicht hat sie keine Nachahmung gefunden, da sie zu unbestimmt und unfassbar ist. Hr. von Ettingshausen hat sich aber dadurch ein grosses Verdienst erworben, dass er den Naturselbstdruck auf die Blätter angewendet hat. Er wurde, begünstigt durch die reichen Mittel der Staatsdruckerei in Wien, in den Stand gesetzt,

---

[1]) Vgl. Sitzungsberichte der Berliner Academie, Jan. 1852.

[2]) Heer, Flora tertiaria Helvetiae, II, S. 1 u. f.

[3]) Vgl. Sitzungsbericht der Wiener Academie, Jan. 1854.

von einer grossen Zahl von Blättern, die auf zahlreiche Familien sich vertheilen, solche Naturselbstdrucke zu veröffentlichen. Diese Abdrücke sind ganz vortrefflich und haben dem Studium der Blattnervaturen grosse Dienste geleistet. Doch können sie die Sammlungen getröckneter Pflanzen nicht ersetzen und jeder, der sich ernstlich mit der Phyto-Palaeontologie beschäftigen will, muss solche Sammlungen (von Blättern, Blüthen, Samen, Früchten) anlegen, die eigens für das Bestimmen fossiler Pflanzen berechnet sind.

Erst nachdem wir uns die nöthigen Materialien an fossilen und lebenden Pflanzen verschafft haben, können wir mit Erfolg an die Bestimmung der Erstern gehen. Es wird hier eine Hauptaufgabe sein, die Arten festzustellen, sie möglichst scharf zu umgrenzen und sie in Wort und Bild so darzustellen, dass wir dadurch in den Stand gesetzt werden, ihr Verhältniss zu den andern fossilen, wie zu den lebenden Arten zu ermitteln. Je reicher das Material ist, das uns zu Gebote steht, desto sicherere Resultate werden wir erhalten und desto eher werden wir im Stande sein, den Formenkreis, in welchem die Arten sich bewegen, festzustellen. Es war mir daher von grosser Wichtigkeit, dass Nordenskiöld bei seinen arctischen Reisen die fossilen Pflanzen massenhaft gesammelt hat und so ein sehr umfangreiches Material zu Stande brachte. Auch für die Schweizerflora wurden tausende von Blattstücken zusammengetragen und habe ich mich bemüht für unser Museum von jeder Art, so weit möglich, mehrere Stücke zu erhalten; von manchen Arten, so von Pappeln und Ahorn, habe ich viele hundert Blattstücke durchgesehen und die verschiedenen Formen ausgewählt und in unserm Museum aufgestellt. Da wir von manchen Arten auch die Zweige,

die Blüthenstände, Blüthen und Früchte erhielten, konnten wir sie so vollständig zur Anschauung bringen, wie die lebenden Pflanzen. Leider ist aber die Zahl der fossilen Pflanzen, welche wir in solcher Vollständigkeit besitzen, noch nicht gross; immerhin kennen wir aber eine nicht geringe Zahl von Arten, bei denen ausser den Blättern uns noch andere Organe (Blüthen oder Früchte) bekannt geworden sind, daher sie eine sichere Gattungsbestimmung zuliessen.

Von einer beträchtlichen Zahl kennen wir allerdings nur die Blätter und bei diesen müssen wir die Bestimmung auf die Structur, die Form und die Nervatur derselben gründen. Wo die Blattformen sehr characteristisch oder die Nervaturen sehr bezeichnend sind, werden wir wenigstens mit grosser Wahrscheinlichkeit eine Bestimmung vornehmen können; in den nicht seltenen Fällen freilich, wo dieses nicht zutrifft (so namentlich bei ganzrandigen, fiedernervigen Blättern mit bogenläufigen Secundarnerven) wird die systematische Stellung zweifelhaft bleiben, bis anderweitige Organe gefunden werden, welche eine genaue Bestimmung ermöglichen. Diese Blätter haben für botanische Zwecke eine untergeordnete Bedeutung, während sie für die Bestimmung des geologischen Horizontes der Schichten, in denen sie vorkommen, sehr wichtig sein können, daher auch sie der sorgfältigen Berücksichtigung werth sind. So war die systematische Stellung der Myrica (Comptonia) dryandraefolia Brgn. lange Zeit zweifelhaft. Brongniart hatte sie zu Comptonia gestellt, Ettingshausen dagegen zu Dryandra, weil in der That die Blätter denen mancher Dryandren sehr ähnlich sehen. Saporta hat aber durch den Nachweis der an dem Zweige befestigten Früchte gezeigt, dass die von Brongniart den

Blättern angewiesene Stellung die richtige sei. Obwohl es daher längere Zeit zweifelhaft war, ob diese Pflanze zu den Myriceen oder Proteaceen zu stellen sei, ist sie als Leitblatt des Untermiocen (Oligocen) von grosser Wichtigkeit gewesen und die irrthümliche Genus-Bestimmung von Ettingshausen, der auch ich früher gefolgt war, hat darauf keinen Einfluss ausgeübt. Und ähnlich verhält es sich noch mit einer Zahl von Myriceen, welche Ettingshausen und ich irrthümlich zu den Proteaceen gebracht hatten. Es kann sich fragen, ob es nicht in allen den Fällen, in welchen wir nur die Blätter kennen, zweckmässiger wäre sie nicht lebenden Gattungen einzureihen, sondern für sie besondere Namen zu wählen oder sich durch Anhängung von -ites an den Namen der ähnlichsten Gattung zu behelfen. Ich habe diesen letztern Weg in allen den Fällen eingeschlagen, wo die Verwandtschaft sehr zweifelhaft war; wo aber sehr ähnliche lebende Arten nachgewiesen werden können, so dass eine begründete Wahrscheinlichkeit für die Zugehörigkeit der Art zu einer lebenden Gattung vorlag, habe ich sie damit vereinigt [1]) und in nicht wenigen Fällen hat dann später das Auffinden von Früchten oder Blüthen die anfangs nur auf die Blätter gegründeten Bestimmungen bestätigt (so bei Sequoia, Taxodium, Cas-

---

[1]) So habe ich eine Zahl von Smilaceen, die wir nur in den Blättern kennen, zu Smilax gebracht, weil die Blätter mehreren lebenden Arten sehr ähnlich sehen. Prof. A. de Candolle zieht aber vor, sie als Smilacites zu bezeichnen (Monograph. Phanerog. I, S. 31), da auch bei Heterosmilax und Rhipogonum ähnliche Blätter vorkommen. Da man aber 209 lebende Smilax-Arten kennt, welche über alle Welttheile zerstreut sind, während von Rhipogonum nur 5 Species, die alle in Australien und Neuseeland zu Hause sind, und von Heterosmilax ebenfalls nur 5 asiatische Arten

tanea, Fagus, Corylus, Ulmus, Ficus, Platanus, Juglans, Cinnamomum, Acer, Magnolia, Fraxinus, Paliurus, Robinia, Podogonium u. a. m.). Ich gebe aber gerne zu, dass hier Irrthum leicht möglich ist, daher wir den nur auf die Blätter gegründeten Bestimmungen nicht denselben Werth beilegen können, wie denjenigen, für welche noch andere Organe zu Gebote standen. Es werden solche Blätter, welche uns weder in ihrer Form, noch in ihrer Nervation characteristische Merkmale an die Hand geben, noch lange das Kreuz und auch der Prüfstein für den botanischen Takt der Phyto-Palaeontologen bilden und jeder, der sie zu deuten suchen wird, kann der Gefahr des Irrthums nicht entgehen. Es braucht daher, wie schon Lindley in der Einleitung zu seiner britischen fossilen Flora bemerkt hat, einen gewissen Muth dazu, sich mit dem Studium fossiler Pflanzen zu beschäftigen [1]), da die Nachfolger, die über ein vollständigeres Material gebieten können, oft keine Vor-

---

vorkommen, muss die grössere Wahrscheinlichkeit für Smilax sprechen, wofür auch angeführt werden kann, dass in Oeningen ein Blümchen von Smilax gefunden wurde. Die Sm. grandifolia hat den für Smilax charakteristischen gekrümmten Blattstiel. cf. Unger Sylloge Taf. II. 6. Die Sm. parvifolia ist übrigens nicht von mir, sondern von Prof. Alex. Braun aufgestellt worden.

[1]) Es wird sich Jeder, dem es nur um die Wahrheit zu thun ist, darüber freuen, wenn spätere Forschungen seine Bestimmungen berichtigen; so war es mir sehr erfreulich, dass es Herrn Bergrath Stur gelungen ist, für die Pecopteris lignitum (von der ich übrigens ausdrücklich in meiner Bovey-Flora bemerkte, dass ihre Stellung bei Pecopteris eine provisorische sei) bei Osmunda ein mehr gesichertes Unterkommen zu finden. Wenn aber Herr St. Gardner (in der Mainummer der Nature, S. 11) behauptet, dass meine Dryandra rigida ebenfalls zu diesem Farn gehöre, ist er im Irrthum, da die viel derbere, dicklederartige Beschaffenheit des Blattes, der dicke Mittelnerv und die äusserst zarten Seitennerven sie davon unter-

stellung mehr davon haben, welche Mühe und Arbeit das Oeffnen des Weges gekostet hat und nicht selten in rücksichtsloser Weise über ihre Vorgänger herfallen.

---

scheiden. Zur Characterisirung des übrigen Inhaltes des Artikels des Hrn. Gardner mögen einige Bemerkungen genügen. Er soll eine Abweisung meiner Abhandlung über die tertiären Ablagerungen der arctischen Zone (im Ausland, Jahrg. 1879, S. 141 u. f.) sein, bringt aber keinerlei neue Gründe für die von mir widerlegte Ansicht von ihrem eocenen Alter vor, wohl aber zeigt er aufs Neue, wie mangelhaft die Kenntnisse des Hrn. Gardner sind. Die Espe, Birke, Faulbaum und Eberesche sind nach Gardner Alpenbäume und eine Zahl Kräuter, die ich als in der Ebene Europa's und zugleich im Grinnellland lebend, aufgeführt habe (Cardamine pratensis, Cochlearia officinalis, Taraxacum und mehrere Gräser) sind nach ihm Alpenpflanzen! Sotzka, das gegenwärtig als untermiocen anerkannt ist, ist nach ihm eocen; die 1000 F. mächtige Ablagerung zwischen Kreide und Miocen in Atanekerdluk, der wichtigsten Fundstätte fossiler Pflanzen Grönlands, wird von Gardner nach dem Eisfiord in Spitzbergen verlegt und behauptet, dass Nordenskiöld gesagt habe, das Miocen ruhe gewöhnlich auf der Kreide! Von mir wird gesagt, dass ich ein Gegner der Ansicht von der Wanderung der Pflanzenarten aus einem nördlichen Bildungsherd nach Süden sei. Nun habe ich schon vor 12 Jahren (in der Vorrede zum I. Band der Flora fossilis arctica, S. VI) mich dahin ausgesprochen, dass in der arctischen Zone ein Bildungsherd der tertiären Pflanzen gewesen und dass sie sich von diesem aus nach südlichen Breiten verbreitet haben, später (in dem II. Band der Fl. arct., Fl. alaskana, S. 12, und Spitzbergen, S. 15) habe ich diess weiter ausgeführt und in meiner Uebersicht der miocenen arctischen Flora (III. Band der Fl. arct., S. 8) an zahlreichen Arten diess nachgewiesen und ihre Verbreitung nach Süden verfolgt, auch darauf hingewiesen, dass die lange Dauer der Miocenzeit für diese Verbreitung hinlänglichen Spielraum lasse. Da Hr. Gardner behauptet, dass er mit meinen Arbeiten bekannt sei, hat er wissentlich eine Unwahrheit gesagt, wenn seine Behauptung richtig ist. Ich möchte zu seiner Entschuldigung annehmen, dass dies nicht der Fall ge-

Diess wird aber diejenigen, welche nur die Förderung der Wissenschaft im Auge haben, nicht entmuthigen. Mögen auch noch über manche tertiären Pflanzen begründete Zweifel bestehen, ist doch die Zahl der Arten, die eine ganz sichere Bestimmung zulassen oder für die doch eine hohe Wahrscheinlichkeit spricht, eine sehr beträchtliche geworden. Sie bilden den festen Boden, welcher allmälig durch neue Funde und weitere Forschungen an Umfang zunehmen wird. Ich halte daher die Behauptung des Herrn C. von Ettingshausen, dass die meisten bisherigen Bestimmungen einer Revision und Korrektur bedürfen und dass von der Mehrzahl manche unrichtig und die andern werthlos seien, insofern dieselben auf ein ungenügendes Material gegründet, für nicht gerechtfertigt. In dieser Allgemeinheit ausgesprochen, kann eine solche Behauptung nur dazu dienen, das Interesse am Studium fossiler Pflanzen zu zerstören, wogegen eine ins Spezielle gehende und begründete Kritik der gemachten Bestimmungen sehr wünschenswerth ist, indem dadurch Gelegenheit

---

wesen; aber der Umstand, dass ich in meinem Aufsatz im Ausland (S. 142, Anm.), den Gardner gelesen hat, meine Ansicht über die Verbreitung der miocenen Pflanzen von der arctischen Zone über Europa erwähnt und auf meine darauf bezüglichen Arbeiten hingewiesen habe, beweist, dass Hr. Gardner wissen musste, dass er eine Unwahrheit sage. Er verschmäht es aber auch nicht, das von mir Gesagte zu verdrehen, so wenn er behauptet, ich habe meine Arbeit über die Lignit-Flora Sachsens „a great work" genannt, während ich sie nur im Verhältniss zu andern erwähnten als eine grössere Arbeit bezeichnete, und wenn er von den 1000 F. mächtigen, wahrscheinlich zum Eocen gehörenden Lagern zwischen oberer Kreide und Miocen sagt, dass ich sie „doubtless" für eocen ausgegeben habe. Mit einem Gegner, der mit solchen Mitteln kämpft, habe ich keine Lust weiter zu streiten.

und Anregung zu erneuter Untersuchung geboten wird. Wenn Herr von Ettingshausen sagt, dass seine Methode, die fossilen Pflanzen zu praepariren und zu bestimmen, ihn zu ganz andern Resultaten geführt habe, als die alte Methode, müssen wir fragen, worin denn diese neue, ihm eigenthümliche Methode bestehe, indem wir oben gesehen haben, dass weder die Gewinnung fossiler Pflanzen durch das Ausfrieren der Gesteine, noch auch die Berücksichtigung der Nervaturen der Blätter ihm allein zukommt und uns was Neues lehrt.

Dass die lebende Pflanzenwelt zur Beurtheilung und Bestimmung der fossilen den Ausgangspunkt bilden muss, ist allgemein anerkannt und die meisten, welche sich bislang mit fossilen Pflanzen beschäftigt haben, suchten sie nach den lebenden zu deuten. Diess geschah schon durch Unger, welcher zu den Ersten gehört, die sich mit den Tertiär-Pflanzen einlässlich und mit grossem Erfolg beschäftigt haben, diess geschah auch durch Prof. Lesquerreux und in noch viel umfassenderer Weise durch Graf Saporta. Dieser hat die reichen botanischen Sammlungen von Paris sehr sorgfältig benutzt und Jeder, der seine Arbeiten kennt, weiss mit welcher Umsicht und Sachkenntniss er überall die fossilen Arten mit den lebenden zu vergleichen sucht. Ich darf vielleicht beifügen, dass auch ich bei allen meinen Arbeiten von diesem Gesichtspunkt ausgegangen bin und mich bemüht habe, mir die nöthigen Materialien zur Vergleichung der fossilen Pflanzen mit der lebenden Schöpfung zu verschaffen und immer die Feststellung des Verhältnisses der fossilen Arten unter einander und mit den lebenden Arten für eine Hauptaufgabe der Phyto-Palaeontologie betrachtet habe. Eine andere Frage ist aber, wie wir dieses Verwandtschaftsver-

hältniss zu deuten haben und wie es entstanden sei. Es ist diess eine theoretische Frage, die auch von denjenigen, welche über die thatsächlichen Verhältnisse einverstanden sind, verschieden beantwortet werden kann. Unger war ein Anhänger der Transmutationslehre und hat sie schon vor Erscheinen von Darwins Werk über den Ursprung der Arten in seiner Geschichte der Pflanzenwelt [1]) vertheidigt und in einer seiner letzten Arbeiten [2]) die Laubbäume unserer jetzigen Flora von tertiären Arten abzuleiten versucht. Auch Graf Saporta hat in seinen zahlreichen Arbeiten über Tertiärpflanzen den genetischen Zusammenhang bei einer Reihe von Arten darzustellen sich bemüht und in meiner Flora tertiaria Helvetiae habe ich schon vor 20 Jahren diejenigen Arten, welche mit jetztlebenden so nahe verwandt sind, dass sie als ihre Mutterarten in Anspruch genommen werden können, als homologe Arten bezeichnet und Verzeichnisse von solchen Arten veröffentlicht. [3]) Es muss daher auffallen, dass Herr von Ettingshausen seine Abhandlung über die Föhren und die Kastanien als den ersten Versuch zur Ermittlung des genetischen Zusammenhanges der Arten bezeichnet. Und doch ist diess allerdings in gewissem Sinne der Fall, da in der von ihm befolgten Weise noch kein Phyto-Palaeon-

[1]) Unger, Geschichte der Pflanzenwelt. Wien, 1852, S. 339 u. f.

[2]) Geologie der europäischen Waldbäume in den Mittheil. des naturwiss. Vereines für Steiermark, II, 1, 1869.

[3]) Flora tertiaria Helvetiae, III, S. 256. Ich habe hier 42 Arten der miocenen Schweizerflora aufgezählt, die ich als mit lebenden Arten in genetischem Zusammenhang stehend annahm, wozu noch 30 weitere homologe Arten kamen, die nur in den Blattorganen mit den lebenden verglichen werden konnten; im Ganzen also 72 homologe Arten der Schweizerflora. Vgl. auch meine Urwelt der Schweiz, 2. Aufl., S. 369.

tologe den allmäligen Uebergang der Arten nachzuweisen versucht hat. Wir müssen uns daher das eingeschlagene Verfahren näher ansehen.

Da ich schon früher mich einlässlich über die Arbeit des Herrn von Ettingshausen über die Kastanien ausgesprochen[1]), will ich meine Bemerkungen auf seine neuere Arbeit über die Föhren beschränken.

Es werden von Herrn von Ettingshausen die Föhrenreste von mehreren miocenen Ablagerungen Steiermarks der Untersuchung zu Grunde gelegt und nach deren Vorkommen in den verschiedenen Schichten geprüft. Da in der untersten Schicht Pinus palaeostrobus Ett. vorkommt, wird diese als Stammart betrachtet und die in höhern

---

[1]) Vgl. meinen Aufsatz über die miocenen Kastanienbäume; Verhandlungen der k. k. geolog. Reichsanstalt, 1875, II, 6. Ich glaube in demselben gezeigt zu haben, dass die Castanea Ungeri Hr. und C. Kubinyi Kov. zwei verschiedene Arten sind, von denen die letztere durch die Dornspitzen der Blattzähne sich auszeichnet, welche der erstern fehlen. Herr von Ettingshausen nahm einen Uebergang der beiden Arten an, hat aber den Beweis dafür nicht geleistet, denn weder in Steiermark, noch in Grönland sind solche Uebergangsformen nachgewiesen. Ettingshausen fasst sie unter dem Namen Castanea atavia zusammen. Die C. atavia Unger weicht aber in ihrer Nervation so sehr von der C. Ungeri ab, dass es zweifelhaft ist, ob sie überhaupt zu Castanea gehöre. Unger war in seiner letzten Arbeit (Geologie der Waldbäume, S. 41) geneigt, sie zu Quercus zu bringen. Die Cast. Ungeri war ein zur untermiocenen Zeit häufiger, von Italien bis zur arctischen Zone verbreiteter Baum, dessen Blätter, männliche Blüthenkätzchen, Fruchtbecher und Früchte wir kennen. Im Obermiocen und Pliocen tritt an seine Stelle die C. Kubinyi, die sich sehr nahe an die lebende Art anschliesst, vielleicht sogar mit derselben zu vereinigen ist, worüber aber erst die Fruchtbecher und Früchte, die noch nicht gefunden wurden, endgültig entscheiden können.

Schichten, theils mit dem palaeostrobus zusammen, theils ohne denselben vorkommenden Formen von dieser Art abgeleitet. Dabei ist aber zu berücksichtigen, dass zahlreiche Pflanzenarten durch alle Ablagerungen der Miocen-Zeit hindurch gehen [1]) und das Vorkommen von andern Arten in den höhern Schichten nur davon herrühren kann, dass zu dieser Zeit Bäume, die schon zur Zeit der ersten Ablagerung existirt haben, der Fundstätte näher gerückt waren, kurz, dass nur eine lokale Verschiebung der Standorte der Arten Schuld ist, dass die obern Schichten eine etwas andere Mischung der Arten zeigen, als die untern. Wir können daher auf diese Vorkommnisse keinen grossen Werth legen, wenn sie sich auf so beschränkte Räumlichkeiten und geringe zeitliche Abstände gründen. Da wir aus derselben Zeit zahlreiche Fundstätten von Föhren-Arten kennen, sollten diese berücksichtigt werden. Dass diess von Hrn. von Ettingshausen nicht geschehen ist, ist um so mehr zu bedauern, da anderwärts viel besser erhaltene Föhrenreste gefunden wurden, als diess bislang in Steiermark der Fall war. Es ist aber klar, dass zu einem Nachweis des genetischen Zusammenhanges der Arten eine

---

[1]) Herr von Ettingshausen selbst sagt, dass nach seinen Erfahrungen in vielen Fällen eine Species durch viele Horizonte und selbst durch grössere Perioden hindurch gehe (Proceedings, S. 223), ja in seiner Abhandlung über die Fucoiden (Sitzungsberichte der Wiener Academie, 1863, S. 463) hat er sogar den Chondrites filiformis F.-O. des Lias, den Ch. brevirameus F.-O. des mittleren Jura, den Nulliporites hechingensis des weissen Jura und Chondrites Targionii Br. und intricatus Br. des eocenen Flysch zu Einer Art vereinigt, die er Ch. vindobonensis nennt. Ich glaube in meiner Flora fossilis Helvetiae gezeigt zu haben, dass diese, so verschiedenen Erdperioden angehörenden, Fucoiden wohl unterscheidbare Arten darstellen.

vollständige Kenntniss derselben nothwendig ist und dazu sind für die Föhren die Zapfen nicht zu entbehren. Wir können allerdings schon an ein paar Nadeln die Gattung Pinus erkennen und wenn wir die Samen dabei finden, die Gruppe, zu der die Art gehört, wenigstens mit einiger Wahrscheinlichkeit ermitteln, aber zur Feststellung des genetischen Zusammenhanges der Arten sind diese Organe nicht genügend. Ebensowenig die männlichen Blüthenkätzchen, wenn nur die Fragmente von einzelnen seitlichen Aehrchen gefunden werden, welche keine über die Artverwandtschaft entscheidenden Merkmale an die Hand geben. Ganz anders verhält es sich mit den Zapfen. Ettingshausen hat aber in seiner Abhandlung nur einige schlecht erhaltene und nichtssagende Zapfenschuppen und nur von einer Art den Zapfen abgebildet (Taf. X, fig. 2 a), den er zu P. Laricio Poir. zieht. Dieser Zapfen ist aber nicht nur kleiner als bei Laricio, sondern seine Schuppen sind relativ grösser und in geringerer Zahl vorhanden; die Bildung des Zapfenschildes ist, wenigstens in der Zeichnung, nicht zu erkennen, daher die Zugehörigkeit dieses Zapfens zu Laricio sehr zweifelhaft ist. Vortrefflich erhaltene Zapfen des Laricio sind aber aus den untermiocenen Ablagerungen des Samlandes [1]), von Lieblar bei Bonn und aus dem Pliocen von Fulla Induno bekannt, ohne dass Ettingshausen sie mit einem Worte erwähnt. Es hat daher in der That die noch jetzt lebende Schwarzföhre schon zur untermiocenen Zeit und gleichzeitig mit

---

[1]) Vgl. meine miocene baltische Flora, S. 23 u. f., Taf. I. Es hat schon Goeppert dieselben unter dem Namen Pinites Thomasianus abgebildet. Vgl. Goeppert und Berendt, der Bernstein und die in ihm befindlichen Pflanzenreste, S. 92, Taf. III, 12-14.

P. palaeostrobus in Deutschland existirt und die Samen, die Ettingshausen aus Steiermark abbildet, zeigen, dass sie damals auch dort gelebt habe.

Diese P. Laricio soll nun aus dem P. palaeostrobus entstanden sein und diess soll durch einige Nadeln und Samen bewiesen werden, welche in Leoben und Schoenegg gefunden wurden. Sie werden als P. palaeolaricio Ett. bezeichnet. Die beiden von Ettingshausen auf Taf. II, Fig. 2, abgebildeten Nadeln stimmen ganz mit denen von P. palaeostrobus überein; es sind aber nur 2 Nadeln erhalten, während palaeostrobus deren 5 hat. Es kommt aber bei den fünfnadeligen Föhren nicht selten vor, dass weniger als 5 Nadeln im Büschel stehen, so dass auf das vereinzelte Vorkommen eines solchen zweinadeligen Büschels kein Werth zu legen ist, um so mehr, da vielleicht auch hier 5 vorhanden waren, aber nur 2 erhalten blieben, da es bei fünfnadeligen fossilen Arten nicht selten der Fall ist, dass einzelne Nadeln fehlen oder auch vom Gestein verdeckt sind. Diese von Ettingshausen als P. palaeolaricio bezeichneten Nadeln gehören daher sehr wahrscheinlich zu P. palaeostrobus, von welcher Art mir auch von Croisettes (Ct. Waadt) Exemplare zukamen, bei denen nur 2 oder 3 Nadeln im Büschel stehen (cf. Fl. tert. Helvet., I, S. 56, Taf. XXI, 6); Saporta bildet einen Nadelbüschel mit 4 Nadeln ab (Mém., II, Taf. III, 1 c). Die Samen, die Ettingshausen hierherzieht (Taf. I, 13, 17, 18 a) gehören nach meinem Dafürhalten zu P. Laricio und sind unrichtig mit den Nadeln zusammengestellt. Die Nadeln des P. Strobus unterscheiden sich von denen von Laricio nicht allein in der Zahl der Stücke, die in einem Büschel stehen, sondern auch durch die hervortretende Kante auf der Rückenseite. Wir erfahren aber nichts darüber, wie sich in dieser

Beziehung die fossilen Nadeln verhalten, denn auf eine genauere Untersuchung dieser Nadeln hat sich Ettingshausen nirgends eingelassen, obwohl er auf dieselben vornehmlich seine Ahnenreihe gründet. Auch die Abbildungen geben darüber keinen Aufschluss. Wenn aber auch in der Nadelbildung ein Uebergang von Laricio zu palaeostrobus vorläge, was durchaus nicht der Fall ist, könnte doch ein Uebergang dieser beiden Arten erst dann annehmbar werden, wenn dieser in der Zapfenbildung nachgewiesen werden könnte, da die Zapfen dieser beiden Arten so sehr verschieden sind; ich kann daher der Behauptung des Herrn von Ettingshausen, dass er den Beweis der phylogenetischen Reihenfolge dieser Arten unläugbar gegeben habe, nicht beistimmen.

Nach Herrn C. von Ettingshausen soll aber nicht nur Laricio von palaeostrobus abstammen, sondern auch die P. sylvestris und P. montana (P. pumilio Hke.) und er stellt als Uebergang zu Laricio eine P. praesylvestris und P. praepumilio auf. Die P. praesylvestris wird auf ein paar zerbrochene Nadeln (Taf. VI, 2) und einige Samen gegründet. Die Nadeln sind so schlecht erhalten, dass auf sie kein Schluss gebaut werden kann und die Samen, welche den Uebergang zu P. Laricio zeigen sollen (Taf. VII, 15-21) gehören sehr wahrscheinlich zur P. uncinoides Gaud., welche in Toskana und in sehr schönen Zapfen in der Braunkohlenbildung von Danzig (vgl. miocene baltische Flora, Taf. XIII) gefunden wurde. Diese P. uncinoides hat dieselbe Zapfenbildung wie P. montana und auch hakenförmig vortretende Schilder, aber einen gekrümmten Zapfenstiel wie P. sylvestris und stellt in dieser Beziehung eine Mittelform dar zwischen diesen beiden Arten. Am Grund des Zapfens sind bei den lebenden Föhren die

Schuppen und Samen viel kleiner als höher oben und dasselbe ist der Fall bei P. uncinoides, wie ein Blick auf die Taf. XIII meiner baltischen Flora zeigt. Fig. 11-13 zeigt uns diese kleinen, verkümmerten Samen der Zapfen von Danzig und mit diesen stimmen völlig die Samen überein, welche Ettingshausen als P. praepumilio abgebildet hat (Taf. IX, Fig. 7 und 8); in den höher stehenden Zapfenschuppen sind die Samen grösser und mit diesen (Taf. XIII, 8—10 der baltischen Flora) stimmen die Samen, welche Ettingshausen auf Taf. VII, 15—21 als Samen von P. praesylvestris abgebildet hat; sie können daher in demselben Zapfen gestanden haben, wie die Samen seiner P. praepumilio. Die von Ettingshausen auf Taf. IX, 7 D und 8 C abgebildeten Samen der P. Pumilio sind verkümmert, wie die zurückgebliebenen Nüsschen beweisen.[1])

Es hat Ettingshausen auch ein paar Zapfenschuppen seiner P. praesylvestris und praepumilio abgebildet (Taf. I, 5. 6., IX. 6). Sie sind aber in solcher Art erhalten oder doch dargestellt, dass sie keinerlei Aufschluss über die Form der Schuppenschilder geben, welche doch hier allein in Betracht kommen, so dass mit denselben nichts anzufangen ist.

Dass die P. uncinoides Gaud. einen Uebergang von P. Laricio zu P. sylvestris bilde, ist ganz unrichtig; sie steht in der Mitte zwischen P. sylvestris und P. montana. Wir sehen daher, dass es mit der Herleitung unserer Föhre von P. palaeostrobus sehr schlimm bestellt ist. Sehen wir nun noch nach, ob der Zirbelnussbaum seinen Stammvater im palaeostrobus erkennen lässt. Es wird dafür als

---

[1]) Die ausgebildeten Samen von P. montana (Pumilio Hke.) habe sowohl in fossilem als lebendem Zustand in meiner Spitzberger Flora Taf. V, 1—2 abgebildet.

Zeuge des Ueberganges eine P. palaeocembra und P. praecembra geschaffen und diese auf einige Nadelbüschel gegründet.

Die palaeocembra hat Nadelbüschel, die aus 4—5 Nadeln bestehen, welche etwas kürzer sind als bei P. palaeostrobus, sonst aber mit dieser Art übereinstimmen. Unger hatte sie als pseudostrobus beschrieben. Ich habe sie in meiner baltischen Flora (S. 56) zu P. palaeostrobus gezogen und die etwas kürzern Nadeln berechtigen nach meinem Dafürhalten in der That zu einer Trennung nicht. In welcher Beziehung aber die Art zu Cembra stehen soll, ist nicht abzusehen. Die Cembra weicht durch die Grösse und Stellung ihrer flügellosen Samen, wie in ihren Zapfenschuppen sehr von Strobus ab und es muss in hohem Grade gewagt erscheinen, auf ein paar Nadelbüschel eine Uebergangsform aufzustellen, von deren Zapfen- und Samenbildung wir nicht das geringste wissen.

Ebensowenig kann die P. praecembra Ett. für einen solchen Uebergang angeführt werden. Es werden einige Nadelreste, die zu 3 beisammen liegen (Taf. III, 2, 3, 4) so benannt, die aber so unvollständig erhalten sind, dass eine nähere Bestimmung derselben sehr gewagt ist und keine nähere Beziehung zu der fünfnadligen Cembra erkennen lässt.

Mit der P. Cembra bringt Herr von Ettingshausen weiter die P. taedaeformis Ung. in Verbindung und zwar sollen Formen, die er als praetaedaeformis und posttaedaeformis bezeichnet, die Uebergänge vermitteln. Es sind diese Arten auf die Nadeln gegründet. Bei der praetaedaeformis (Taf. II, 3, 5, III. 6 und 7) stimmen die dünnen, langen, schlaffen Nadeln mit denen der P. palaeostrobus so wohl überein, dass wir sie, nach meinem Dafür-

halten, zu dieser Art zu stellen haben. Allerdings sind nur 3 Nadeln zu sehen, wahrscheinlich sind aber zwei Nadeln ausgefallen; es können aber auch ursprünglich nur 3 vorhanden gewesen sein, wie dies ja auch bei der P. Strobus nicht selten vorkommt. Die P. Cembra kann hier gar nicht in Frage kommen. Wie die P. posttaedaeformis Ett. sich von der P. taedaeformis Ung. unterscheiden soll, ist mir ein Räthsel, ebenso wenn Taf. V, 2 und 3, welche nur Bruchstücke von Nadeln darstellen (ohne Basis und Spitze), als Uebergänge von P. taedaeformis zu posttaedaeformis angegeben werden. Die P. taedaeformis Ung. ist nur unvollständig bekannt, da die Zapfen noch fehlen. Sie dürfte zu P. spinosa Herbst (vgl. meine baltische Flora S. 23) gehören, von welcher prachtvolle Zapfen bei Weimar gefunden wurden. Dabei waren auch Nadelreste, die erkennen lassen, dass sie je zu 3 im Büschel standen und bis 18 Cm. Länge erreichten. Diese Spinosa gehört in die Gruppe von taeda. Wenn die taedaeformis zu derselben gehört, stellt sie eine eigenthümliche mit taeda verwandte Art dar, die von Strobus und Sylvestris, wie von Cembra ganz verschieden ist und keinerlei Uebergang zu diesen Arten bildet.

Aus dem Gesagten erhellt, dass ich Herrn von Ettingshausen nicht beistimmen kann, wenn er behauptet, den Beweis für die Existenz der phylogenetischen Reihe der erwähnten Pinus-Arten unläugbar geleistet zu haben. Während Ettingshausen 9 in einander übergehende Arten unterscheidet[1], kann ich nur 4 Arten erkennen, nämlich:

---

[1]) Die P. hepios Ung., P. rigios Ung. und P. Goethana Ung., welche Ettingshausen auch in diesen Formenkreis zieht, lasse ich unberücksichtigt, da sie zu unvollständig bekannt sind. — Nach

1. Pinus palaeostrobus Ett.
   Dazu gehören als synonym: P. palaeolaricio Ett., P. praetaedaeformis Ett. und P. palaeocembra Ett. (P. pseudostrobus Ung.).
2. P. Laricio Poir.
3. P. uncinoides Gaud.
   (P. praesylvestris Ett. und P. praepumilio Ett.).
4. P. taedaeformis Ung. (P. spinosa Hbst.?).
   (P. posttaedaeformis Ett.).

Diess sind vier wohl unterscheidbare Arten, von denen Laricio noch lebend ist, P. uncinoides sehr nahe an die gemeine Föhre und die Bergföhre sich anschliesst, während die palaeostrobus durch die Zapfenschilder, wie diess Graf Saporta nachgewiesen hat (études sur la végétat. du Sud-Est de la France à l'époque tertiaire II. S. 72, Taf. I. 1), sich näher an die P. excelsa Wall., als an P. strobus L. anschliesst. P. palaeostrobus, P. Laricio und P. uncinoi-

---

Herrn von Ettingshausen haben die Phyto-Palaeontologen zu viele Species gemacht. Es ist diess allerdings der Fall, wie auch obige 9 Pinus-Arten von Ettingshausen beweisen; es ist dies aber ein Uebelstand, welcher der Palaeontologie überhaupt anhaftet und kaum zu vermeiden ist. Es gilt hier Goethe's Wort:

Willst Du im Unendlichen Dich finden,
Musst unterscheiden und dann verbinden.

Es muss zuerst das Verschiedenartige getrennt und die Unterschiede müssen scharf hervorgehohen werden; erst dann kann man daran gehen, in dem Verschiedenartigen das Gemeinsame aufzusuchen und das durch Uebergänge Vermittelte zu verbinden. Wenn aber dabei nicht mit grosser Vorsicht und Umsicht verfahren wird, kommen Combinationen zu Stande, welche der Natur Gewalt anthun und zu falschen Schlüssen verleiten, wie diess der Chondrites vindobonensis Ett. beweist, der ein Haufwerk verschiedener tertiärer und Jura-Arten darstellt.

des stellen drei verschiedene Föhrentypen dar, von denen wieder uncinoides und Laricio sich näher stehen. Eine Uebergangsreihe ist aber weder bei diesen, noch bei palaeostrobus oder gar bei Cembra nachgewiesen.

Wir haben unsere Schlüsse auf die von Herrn von Ettingshausen mitgetheilten Materialien gegründet und jedermann, der die von mir angegebenen Gründe prüfen will, kann sich ein Urtheil darüber bilden. Gegen seine Annahme einer Herleitung der P. Laricio, P. sylvestris, P. montana und Cembra von der P. palaeostrobus spricht aber auch die geschichtliche Entwicklung der Föhrenarten. Die Gattung Pinus tritt schon in der raetischen Formation auf [als P. Lundgreni Nath. und P. Nilssoni Nath.[1]]; im braunen Jura begegnet sie uns in Spitzbergen und Ostsibirien und es tritt schon eine fünfnadlige Föhrenart auf (P. prodromus Hr.). In der Kreide ist sie schon reich entfaltet und uns nicht allein in Blättern, sondern auch in vortrefflich erhaltenen Zapfen bekannt. Schon in den ältern Kreide-Ablagerungen haben wir Föhren; aus der Gruppe von Strobus die P. Andraei Coem. und P. gibba Coem. und aus der Gruppe der Arven die P. Heerii Coem. und P. depressa; haben wir ferner Tsuga-Arten (P. Crameri Hr., P. Omalii Coem. und P. Briarti Coem.) und Cedern (die P, oblonga Lindl., P. Benstedi Endl. und P. Leckenbyi Carr.). Auch in der obern Kreide (im Cenoman) begegnen uns fünf- und langnadlige Föhren, so in Moletein die P. Quenstedti Hr., von der ich prächtige Zweige und Zapfen darstellen konnte. In den tertiären Ablagerungen sind alle Haupttypen von Pinus vertreten und zwar sind uns allein aus der Gruppe

[1]) Vgl. Dr. A. Nathorst, Beiträge zur fossilen Flora Schwedens. Stuttgart 1878, S. 31.

von Strobus und pseudostrobus acht Arten bekannt geworden. Graf Saporta hat von mehreren Arten die beblätterten Zweige mit den Zapfen bekannt gemacht und überhaupt von einer ganzen Reihe von Pinus-Arten prachtvolle Zapfen abgebildet, welche ein viel sichereres Material zur Vergleichung mit den lebenden Arten darbieten, als die dürftigen Fragmente, auf welche Herr von Ettingshausen seine kühnen Schlüsse gebaut hat. Wenn wir uns nach den Stammhaltern der jetzt lebenden Pinus-Arten umsehen wollen, müssen wir auf die ältern Floren zurückgehen und es ist in hohem Grade unwahrscheinlich, dass eine Pinus-Art des Miocen (nämlich P. palaeostrobus) den so verschiedenen Typen, wie sie in P. strobus, P. Laricio, P. sylvestris, P. montana, P. taeda und P. Cembra in der jetzigen Schöpfung uns entgegentreten, zum Ausgangspunkt gedient hat, da wir schon in der viel ältern Kreideflora denselben Typen begegnen. Wollen daher solche phylogenetische Reihen aufgesucht und aufgestellt werden, muss man viel weiter zurückgreifen. Auch darf man dabei nicht von vorgefassten Meinungen ausgehen. Als eine solche betrachte ich die Behauptung des Hrn. v. Ettingshausen (Proceedings S. 226), dass die fossilen Pflanzen viel mehr geneigt gewesen seien Varietäten zu bilden, als die lebenden und dass die Varietäten der fossilen Arten meistentheils den Species der lebenden Flora entsprechen. Er habe diess, (so behauptet er, und mit welchem Recht erhellt aus dem früher Gesagten) bewiesen bei P. palaeostrobus, dessen Varietäten so ganz mit manchen lebenden Pinus-Species übereinkommen, dass die erstgenannte Art als die Originalform der Letztern betrachtet werden müsse. Er werde den genetischen Zusammenhang von Varietäten mancher Tertiärpflanzen mit den lebenden Arten später

nachweisen und stellt den Nachweis in Aussicht[1]), dass der Spitzahorn (Acer platanoides), der Bergahorn (A. pseudoplatanus), der Feldahorn (A. campestre) und A. monspessulanum von dem tertiären Acer trilobatum entsprungen seien. Wenn wir bedenken, dass diese tertiäre Ahornart nicht nur durch die Form ihrer Blätter, sondern auch die in Dolden stehenden, hängenden Blüthen, wie durch die Form ihrer Früchte gänzlich von den genannten europäischen Arten abweicht, dagegen dem amerikanischen A. rubrum so sehr sich nähert, dass nur geringe Unterschiede ihn von demselben trennen, muss uns diese von Herrn von Ettingshausen aufgestellte Ahnenreihe der europäischen Ahornarten sehr überraschen; wir müssen aber verlangen, dass er für dieselbe bessere Gründe bringe als diess bei Pinus und Castanea der Fall war. Vor der Hand muss ich um so mehr an der Richtigkeit einer solchen Ahnenreihe zweifeln, da neben dem Acer trilobatum in denselben Ablagerungen Ahornarten vorkommen, welche dem A. campestre und monspessulanum entsprechen und zu diesen lebenden Arten in demselben Verhältnisse stehen, wie Acer trilobatum zu A. rubrum.

Ich bedaure, dass ich Herrn von Ettingshausen, der durch zahlreiche Arbeiten um die Phyto-Palaeontologie sich vielfache Verdienste erworben hat, nicht beistimmen kann; da er seine Arbeiten über Pinus und Castanea als erstes Beispiel für die direkte Ermittlung der Abstammungsreihen der Pflanzen hinstellt und die Leistung solcher Arbeit als eine Hauptaufgabe der Phyto-Palaeontologie betrachtet, konnte mich nicht enthalten, meine Bedenken über die Art und Weise zu äussern, wie er diese Aufgabe

---

[1]) Vgl. Ettingshausen die Flora von Sagor in Krain. II S. 28.

aufgefasst und ausgeführt hat und darauf hinzuweisen, dass seine Schlüsse der überzeugenden Begründung entbehren.

Zum Schlusse erlaube mir noch einige Bemerkungen über die bildlichen Darstellungen. Dieselben sind gerade für Pflanzen-Versteinerungen von grosser Wichtigkeit. Da die Treue der Bilder das wichtigste Erforderniss einer guten Abbildung ist, sollte man glauben, dass die Photographie der Handzeichnung vorzuziehen sei. Diess ist nun aber keineswegs immer der Fall. Die Versteinerungen liegen häufig nicht in einer Ebene und dadurch wird das Bild verschoben; Rauhigkeiten des Gesteins und zufällige Gebilde treten oft viel stärker hervor als das Blatt und trüben das Bild und, was das Schlimmste ist, das feinere Detail der Nervation ist häufig verwischt und durch den Lichtdruck, wie er in den Tafeln des Herrn von Ettingshausen zur Anwendung kam, tritt diess so sehr hervor, dass die Pinus-Nadeln nur als schwarze Striche erscheinen, an denen ausser ihrer Zahl, Länge und Dicke nichts weiter zu erkennen ist. Dasselbe ist bei den Zapfenschuppen der Fall, die zur Darstellung kamen, indem sie nur als schwarze Flecken erscheinen [1]). Es hätten bei allen Blattnadeln einzelne Partien vergrössert werden sollen; auch hätte eine gründlichere Unter-

---

[1]) Bei den Tafeln, die Ettingshausen seiner Abhandlung über die fossile Flora von Steiermark, (Blattpilze), beigegeben hat, sind die Blätter auch vermittelst Lichtdruck dargestellt. Manche Blätter, (so Taf. I, Taf. II und III, 7) sind sehr gut gerathen und es sind die kleinen Pilze auf den Blattflächen zu erkennen, andere dagegen (so Taf. IV, 5. 10 und Taf. V, 1. 2. 3. 5. 6.) sind nur schwarze Flecken und von den Pilzen, die darauf sein sollen, ist wenig oder fast nichts zu sehen. Bei so kleinen Blattpilzen sind übrigens Vergrösserungen unerlässlich.

suchung derselben wahrscheinlich ihre Form und ihre Nervatur erkennen lassen; davon ist aber nichts gesagt und aus der Zeichnung auch nichts zu ersehen; so dass die wenigen Merkmale, welche wir den Pinus-Nadeln entnehmen können, nicht benutzt worden sind [1]). Besser sind die Samen dargestellt, allein bei diesen ist zu wenig Rücksicht darauf genommen, dass in demselben Zapfen die Samen in der Grösse des Kernes und der Flügel je nach der Lage der Zapfenschuppen beträchtliche Unterschiede zeigen und gar häufig sterile Samen mit verkümmertem Kern vorkommen. Die männlichen Blüthenkätzchen sind bei den Föhren so einförmig, dass sie sehr wenige Unterschiede an die Hand geben. Da nur die kleinen Aestchen der Blüthenstände vorliegen, sind es nur Grössenunterschiede, die in Betracht kommen. Ettingshausen sagt von den Blüthenkätzchen seiner P. Prae-Pumilio, dass sie gerade die Mitte zwischen denen der P. sylvestris und Pumilio halten. (Phylogenie S. 8). Es wäre hier nothwendig gewesen festzustellen, worin der Unterschied in den Blüthenkätzchen der sylvestris und Pumilio liege. Es ist mir ein solcher, der auch im fossilen Zustande sich aussprechen würde, nicht bekannt. Die einzelnen Aestchen, die hier

---

[1]) Die Nadeln der Pinus Cembra sind oben mit einer flachen Rinne versehen, die von hervorstehenden Rändern gebordet ist; in der Rinne treten die Längsnerven deutlich hervor, auf der Rückseite haben wir eine hervortretende Kante; bei der Laricio dagegen sind die Längsnerven der Mittelrinne zarter und die Rückenkante fehlt, und so haben wir auch bei den übrigen Föhrennadeln wenigstens einige unterscheidenden Merkmale. Diese hätte Herr von Ettingshausen wohl auch an den fossilen Nadeln finden können und jedenfalls hätten sie darauf untersucht werden sollen, wo es sich um eine so wichtige Frage, wie der Nachweis des Ueberganges einer Art zur andern ist, handelt.

allein in Betracht kommen können,haben dieselbe Grösse; die Länge derselben variirt bei beiden von 6—13 mm., die Breite von 3—4 mm. und zwar kommen auch bei der Bergföhre solche grösseren, bis 13 mm. langen Kätzchen vor, während sie allerdings in der Regel kürzer bleiben und nur 6—7 mm. Länge haben. Sie sind etwas dunkler gefärbt, als bei der gewöhnlichen Föhre.

Untersuchungen über die Wärmeleitung in Flüssigkeiten

von

H. F. Weber.

Der Vorgang der Wärmeleitung in Flüssigkeiten ist in den letzten zehn Jahren wiederholt messenden Untersuchungen unterworfen worden, welche theils in absolutem, theils in relativem Maasse die Grösse der Wärmeleitungsfähigkeit der Flüssigkeiten feststellen sollten.

Eine kritische Durchsicht dieser verschiedenen Untersuchungen führt zu dem Resultat: so viele Male die Wärmeleitung der Flüssigkeiten untersucht wurde, ebenso viele verschiedene, einander total widersprechende Resultate wurden gewonnen.

Ich übergehe die Resultate, welche Hr. Guthrie in einer ausgedehnten Arbeit *) über die relativen Leitungsfähigkeiten der Flüssigkeiten für Wärme erhalten hat, weil sie sich sofort als völlig irrig herausstellen. Hr. Guthrie hat eine im Princip leistungsfähige Methode in gänzlich fehlerhafter Weise gehandhabt und hat die durch diese

---

*) „On the Thermal Resistance of Liquids. By Frederick Guthrie, Communicated by Prof. Tyndall. Philosophical Transactions. Vol 159. p. 637.

Methode gewonnenen Beobachtungsdaten in ebenso fehlerhafter Weise interpretirt.

Die ersten absoluten Messungen der Wärmeleitungsfähigkeit einer Reihe verschiedener Flüssigkeiten hat Hr. Lundquist*) mit Hülfe der Methode ausgeführt, welche Ångström einige Jahre früher zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit der Metalle ausgebildet hatte. Die hauptsächlichsten Resultate, welche Hr. Lundquist durch Anwendung dieser ausserordentlich zuverlässigen, nur etwas zeitraubenden Methode erhalten hat, mögen in folgender kleiner Tabelle Platz finden. Das absolute Wärmeleitungsvermögen von Wasser, Kochsalzlösung und Zinkvitriollösung (Gramm, Centimeter, Minute und 1° C. als Einheiten zu Grunde gelegt) wurde bei einer mittleren Temperatur $\overline{t}$ und bei den angeführten Werthen der Dichte ϱ und der specifischen Wärme c gleich folgenden Werthen gefunden:

	k	$\overline{t}$	ϱ	c
Wasser	0.0933	40.°8	1.000	1.000
Kochsalzlösung	0.0895	43. 9	1.178	0.785
Zinkvitriollösung	0.0964	44. 1	1.242	0.816
Zinkvitriollösung	0.0949	45. 2	1.382	0.770

Fünf Jahre später hat Hr. Winkelmann den von Hrn. Stefan zur Bestimmung des absoluten Wärmeleitungsvermögens der Gase angegebenen Apparat dazu benutzt, das Wärmeleitungsvermögen von 6 Flüssigkeiten in absolutem Maasse festzustellen**). Die definitiven Werthe der absoluten Wärmeleitungsvermögen (ausgemessen mit Hülfe

*) Undersökning af några vätskors ledningsförmåga for värme. Upsala Universitets arsskrift. 1869.

**) „Ueber das Wärmeleitungsvermögen von Flüssigkeiten.“ Poggendorffs Annalen, Bd. 153, p. 481—498.

der oben angegebenen Einheiten), welche Hr. Winkelmann aus seinen Beobachtungen ableitete, sind in der folgenden Tafel enthalten:

Wasser	0.0924
Kochsalzlösung	0.1605
Chlorkaliumlösung	0.1147
Glycerin	0.0448
Alkohol	0 0904
Schwefelkohlenstoff	0.1202

Diese Resultate sind mit denen des Hrn. Lundquist unvereinbar: während beide Beobachter für das Leitungsvermögen des Wassers nahezu denselben Werth gefunden haben, ist für Kochsalzlösung das von Hrn. Winkelmann gefundene Leitungsvermögen fast doppelt so gross als das von Hrn. Lundquist gefundene; nach den Ergebnissen des einen Beobachters würden die wässerigen Salzlösungen die Wärme nur wenig anders leiten als Wasser, nach den Resultaten des andern Beobachters würden im Gegentheil wässerige Salzlösungen bei Weitem bessere Wärmeleiter sein als ihr Lösungsmittel.

In nicht viel besserer Uebereinstimmung stehen die von Hrn. Winkelmann erhaltenen Resultate mit den Ergebnissen einer ausgedehnten Arbeit, welche Hr. Beetz in neuester Zeit über die relativen Wärmeleitungsfähigkeiten der Flüssigkeiten ausgeführt hat *). Hr. Beetz ermittelte mit Hülfe eines Apparates, der im Princip mit

---

*) „Ueber das Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeiten." Sitzungsberichte der math. phys. Klasse der k. b. Acadamie der Wissenschaften, 1879, Heft 1, p. 86—115 und Wiedemanns Annalen Bd. 8 (1879), p. 435—460.

dem von Hrn. Winkelmann benutzten identisch ist, die relativen Werthe der Wärmeleitungsvermögen einer grossen Anzahl von Flüssigkeiten für die beiden Temperaturintervalle 8° bis 14° und 28° bis 36° C. Für das erstere Temperaturintervall fand er für folgende (auch von Hrn. Winkelmann bei derselben Temperatur untersuchte) Flüssigkeiten folgende Werthe des relativen Wärmeleitungsvermögens:

	Beetz	Winkelmann
Wasser	100	100
Kochsalzlösung	105	174
Glycerin	82	48
Alkohol	87	98
Schwefelkohlenstoff	124	130

Die Arbeit des Hrn. Winkelmann giebt dagegen denselben Flüssigkeiten bei derselben Temperatur als relative Werthe des Wärmeleitungsvermögens Zahlenwerthe, welche die letzte Spalte der vorstehenden Tabelle enthält. Eine Vergleichung der Zahlen beider Spalten lässt sofort erkennen, wie weit die Ergebnisse dieser beiden Untersuchungen aus einander laufen. Während z. B. Hr. Beetz dem Glycerin ein doppelt so grosses Wärmeleitungsvermögen gibt als Hr. Winkelmann, ertheilt der letztere Beobachter der Kochsalzlösung fast den zweifachen Werth des Leitungsvermögens, welches Hr. Beetz derselben zukommen lässt.

Diese Angaben werden genügen, die Richtigkeit der eingangs gemachten Bemerkung über die grosse Divergenz der bisher über die Wärmeleitung in Flüssigkeiten festgestellten Resultate zu belegen und hinreichend zur Evidenz zu bringen, dass im Gebiete der Wärmeleitung der Flüssigkeiten trotz der angeführten Untersuchungen wohl noch alles fraglich ist.

Diese Sachlage deutet an, dass entweder ein Theil oder die Gesammtheit der bisher zur Untersuchung der Wärmeleitung benutzten Methoden fehlerhaft ist, oder dass die durch richtige Methoden gewonnenen Beobachtungen falsch ausgelegt wurden.

Um Klarheit in diesen Widerstreit der Angaben zu bringen, ist nothwendig, eine von den bisher benutzten Untersuchungsmethoden verschiedene und möglichst fehlerfreie neue Untersuchungsmethode in Anwendung zu bringen und die durch die neue Beobachtungsmethode gelieferten Daten einer vollkommen strengen, auf die Principien der Theorie der Wärmeleitung basirten Berechnung zu unterwerfen. Die meinen Untersuchungen über das Elementargesetz der Hydrodiffusion zu Grunde liegende Methode führte mich auf den Gedanken, eine ganz analoge Untersuchungsform auf den Vorgang der Wärmeleitung in Flüssigkeiten anzuwenden. Schon die ersten Probeversuche liessen erkennen, dass man mit Hülfe dieser Methode den Verlauf der Wärmeleitung in Flüssigkeitslamellen mit derselben Schärfe, derselben Sicherheit und demselben minimalen Zeitaufwande messend verfolgen kann, mit der ich früher den Verlauf der Hydrodiffusion untersuchen konnte. Und bei der definitiven Durchführung dieser Untersuchungsmethode stellte sich heraus, dass dieselbe eine erheblich feinere Messung der sehr kleinen Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeiten gestattet als die bisher zur Bestimmung der viele hundertmal grösseren Wärmeleitungsfähigkeiten der Metalle benutzten Methoden zu geben vermögen.

In der folgenden Abhandlung gebe ich

1) eine eingehende Beschreibung und eine möglichst vollständig entwickelte Theorie dieser benutzten Versuchsmethode;

ich theile sodann 2) die Resultate mit, welche ich bei Anwendung dieser Methode auf die Wärmeleitung in 14 verschiedenen nichtmetallischen Flüssigkeiten erhalten habe;

ich leite 3) aus diesen Resultaten ein allgemeines Gesetz ab, welches die Grösse des Wärmeleitungsvermögens nichtmetallischer Flüssigkeiten in einen einfachen Zusammenhang mit der specifischen Wärme der Volumseinheit bringt;

4) löse ich die Widersprüche auf, welche einerseits zwischen meinen Resultaten und denen der HH. Lundquist, Winkelmann und Beetz und welche anderseits zwischen den Resultaten dieser Beobachter bestehen

und füge 5) eine Reihe von Messungen über die Wärmeleitungsfähigkeit einer metallischen Flüssigkeit, des Quecksilbers, bei, um den fundamentalen Unterschied zwischen den Vorgängen der Wärmeleitung in metallischen und nichtmetallischen Flüssigkeiten vor Augen zu führen.

I. Beschreibung und Theorie der Untersuchungsmethode.

1.

Auf eine circa 0.5 Cm. dicke, planparallele cylindrische Kupferplatte von etwa 200 Qcm. Basisfläche werden drei genau gleich dicke, und zwar nur einige Mm. dicke, planparallele Stückchen — von je 0.1 Qcm. Fläche — einer sehr schlecht wärmeleitenden festen Substanz (Glas, Hartgummi, etc.) gelegt; auf diese wird hierauf eine in ihrer unteren Fläche genau eben geschliffene cylindrische Kupferplatte von circa 1 bis 1.5 Cm. Dicke und einem Radius genau gleich dem Radius der unteren Platte gesetzt. Nachdem dieses Plattensystem genau horizontal gestellt worden

ist, wird der dünne Zwischenraum zwischen den beiden Kupferplatten mit der auf die Wärmeleitung zu untersuchenden Flüssigkeit so weit ausgefüllt, dass die Flüssigkeit mit leicht gekrümmtem capillaren Bauche rings an den Plattenrändern hervortritt.

Das so vorgerichtete Plattensystem wird einer mässig hohen constanten Temperatur, etwa der Zimmertemperatur, so lange ausgesetzt, bis es dieselbe durch seine ganze Masse hindurch angenommen hat. Darauf wird das Plattensystem in irgend einem Zeitmomente, den wir als Moment Null bezeichnen wollen, bei genau horizontaler Stellung vorsichtig auf eine planparallel geschliffene, 3 bis 8 Cm. dicke und exact horizontal gestellte Eisplatte von 0° herabgelassen, rasch mit einer auf 0° abgekühlten Hülle von Kupferblech überdeckt und der Abkühlung überlassen. Nach Ablauf einer sehr kurzen Zeit ist die untere Kupferplatte auf Null Grad abgekühlt und bleibt von da an genau auf dieser Temperatur, da das bedeutende Gewicht des Plattensystems das sich unter der unteren Fläche der unteren Platte bildende Schmelzwasser unmittelbar nach seiner Bildung herauspresst und die untere Fläche der letztgenannten Platte so kräftig an die Eisfläche andrückt, dass es Mühe macht diese Verbindung zu lösen. Es entsteht nun eine stetige Wärmeströmung aus der oberen, wärmeren Kupferplatte heraus durch die Flüssigkeitslamelle hindurch nach der unteren Kupferplatte hin. Dadurch sinkt die Temperatur der oberen Kupferplatte und jeder horizontalen Schicht der Flüssigkeitslamelle im Laufe der Zeit nach einem leicht zu ermittelnden Gesetz und es lässt sich aus dem gemessenen zeitlichen Verlaufe der Temperatur irgend einer Flüssigkeitsschicht die Grösse des Wärmeleitungsvermögens der Flüssigkeit berechnen.

Als Flüssigkeitsschicht, deren zeitlichen Temperaturverlauf wir messend verfolgen, wählen wir die obere Grenzschicht der Lamelle, weil sich für diese der Temperaturverlauf in einfachster und schärfster Weise ermitteln lässt. Die Temperatur dieser oberen Grenzfläche ist nämlich in jedem Zeitmomente gleich der Temperatur der unteren Grenzfläche der oberen Kupferplatte; von der letzteren Temperatur aber lässt sich leicht einsehen, dass sie in jedem beliebigen Zeitmomente gleich der gleichzeitigen Temperatur irgend eines beliebigen Massenelementes der oberen Kupferplatte ist. Misst man also den zeitlichen Verlauf der Temperatur einer beliebigen Stelle der oberen Kupferplatte, so erhält man damit zugleich den zeitlichen Verlauf der Temperatur der oberen Grenzschicht der Flüssigkeitslamelle.

Bei dieser Versuchsanordnung sind die dichtesten Flüssigkeitsschichten immer am tiefsten gelegen; diese Versuchsanordnung lässt also den hauptsächlichsten Fehler, der die Vorgänge der Wärmeleitung in Flüssigkeiten leicht trüben kann und der in der That die Resultate mehrerer der bisher ausgeführten Untersuchungen in der erheblichsten Weise gefälscht hat — die Wärmefortführung auf dem Wege der Flüssigkeitsströmungen — principiell fortfallen. Ein weiterer Vortheil dieser Versuchsmethode besteht darin, dass die eine Voraussetzung in der zu entwickelnden Theorie der Methode — die untere Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle habe permanent die Temperatur 0° — immer erfüllt ist; die Schwere des Apparats sorgt selbst dafür, dass alles Schmelzwasser durch Verdrängung beseitigt wird, und keine allmälige Temperatursteigerung der unteren Grenzfläche der Lamelle durch Stagnation des Schmelzwassers eintritt.

Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dass die Anwesenheit der drei kleinen planparallelen Stückchen eines festen schlechten Wärmeleiters den Vorgang der Wärmeleitung in der Flüssigkeitslamelle kaum modificirt. Diese Substanzen haben ein Wärmeleitungsvermögen, das nahezu von gleicher Grössenordnung ist wie das der Flüssigkeiten und die Summe der diesen drei Stückchen zukommenden Flächen macht noch nicht den fünfhundertsten Theil der Fläche aus, durch welche die Wärmeleitung in der Flüssigkeitslamelle vor sich geht.

2.

Die Annahme, dass in jedem beliebigen Zeitmomente die Temperatur aller Massenpunkte der oberen Kupferplatte dieselbe ist, bildet eine der Grundlagen der benutzten Methode. Da man vielleicht wegen der ganz beträchtlichen Dicke der benutzten Platte geneigt sein dürfte, diese Annahme nur als grobe Annäherung gelten zu lassen, halte ich es für angemessen, die volle Richtigkeit dieser Annahme jedem Zweifel zu entrücken.

Sämmtliche Volumelemente der beiden Kupferplatten und der eingeschalteten Flüssigkeitslamelle mögen die anfängliche Temperatur U haben. In dem Zeitmomente $t = 0$ werde das ganze Plattensystem in horizontaler Stellung auf eine ebene Eisplatte gestellt und gleichzeitig einer Umgebung von 0° ausgesetzt. Die untere Kupferplatte (und damit auch die untere Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle) wird in sehr kurzer Zeit auf Null Grad abgekühlt und es entwickelt sich ein continuirlicher Wärmestrom von abnehmender Stärke aus der oberen Kupferplatte heraus durch die Flüssigkeitslamelle hindurch gegen die untere Kupferplatte hin. Gleichzeitig giebt die obere Kupferplatte von

ihrer oberen Basisfläche und ihrer Mantelfläche Wärme auf dem Wege der äusseren Wärmeleitung an die kühlere Umgebung ab. Es soll die Temperaturvertheilung bestimmt werden, die in Folge dieser Vorgänge der Wärmeleitung in irgend einem Zeitmomente in der oberen Kupferplatte stattfindet.

Es möge ein cylindrisches Coordinatensystem (x, r, φ) der Betrachtung zu Grunde gelegt werden, dessen Axe mit der Axe der cylindrischen Platte coincidirt und dessen Nullpunkt in der unteren Basisfläche der Kupferplatte liegt. Die Dicke der Platte sei $\varDelta_1$, ihr Radius sei R; die Dichte, die specifische Wärme und die innere Wärmeleitungsfähigkeit des Kupfers sollen mit ϱ_1, c_1, k_1 bezeichnet sein. Da bei den soeben geschilderten Vorgängen der Wärmeleitung die Wärmeströmung von der Richtung φ unabhängig ist, so hat die Temperatur u in jedem Zeitmomente t und in jedem Massenelemente im Innern der Platte folgende partielle Differentialgleichung zu erfüllen:

$$\varrho_1 \, c_1 \frac{\partial u}{\partial t} = k_1 \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right\} \qquad (1)$$

Dieser linearen partiellen Differentialgleichung liegt natürlich die Annahme zu Grunde, dass die 3 Elemente: Dichte, specifische Wärme und Wärmeleitungsvermögen des Kupfers von der Temperatur unabhängig sind. Die bisherigen Erfahrungen lehren, dass diese Annahme für keines dieser 3 Elemente genau zutrifft, dass vielmehr die Dichte und das Wärmeleitungsvermögen ausserordentlich langsam mit steigender Temperatur abnehmen, während die specifische Wärme in messbarer Weise mit wachsender Temperatur ansteigt. Die Folgerungen aus der oben gemachten Annahme können also nur Annäherungen an den wirklichen Sachverhalt sein; sie werden aber sehr grosse

Annäherungen sein, da das Intervall, innerhalb dessen sich die Temperatur der Kupferplatte in unseren Versuchen bewegt, nur wenige Grade umfasst.

Ausserdem hat die Temperatur u vier Grenzgleichungen Genüge zu leisten. Für die an Luft grenzenden Elemente der oberen Basisfläche muss in jedem Momente die Gleichung erfüllt sein:

$$k_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=\Delta_1} + h_1 u_{x=\Delta_1} = 0 \tag{2}$$

wo h_1 die Grösse des äusseren Wärmeleitungsvermögens von Kupfer in Luft bedeutet.

Für alle Elemente der Mantelfläche gilt die analoge Gleichung:

$$k_1 \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=R} + h_1 u_{r=R} = 0 \tag{3}$$

Die auf die untere Basisfläche der Platte bezügliche Grenzgleichung enthält die Thatsache, dass der Wärmegewinn jedes Elementes dieser Grenzfläche in jedem Zeitelement gleich Null ist, dass also jedem Elemente dieser Grenzfläche in jedem Zeitelemente soviel Wärme durch die Flüssigkeitsleitung in der Lamelle entzogen wird als es durch die metallische Leitung aus der Kupfermasse heraus zugeführt bekommt. Nennen wir die Temperatur in dieser unteren Basisfläche $u_{x=0}$ und bezeichnen wir die Dicke und das innere Wärmeleitungsvermögen der äusserst dünnen Flüssigkeitslamelle mit Δ und k, so ist der Inhalt dieser Grenzgleichung:

$$k_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} - \frac{k}{\Delta} \cdot u_{x=0} = 0 \tag{4}$$

Die letzte Grenzgleichung bildet die Anfangsbedingung:

$$u = U \left\{\begin{matrix}\text{für } t = 0 \\ \text{und für alle } x \text{ u. } r\end{matrix}\right\} \tag{5}$$

Eine einfache Lösung, welche der Differentialgleichung (1) genügt, ist:

$$u = \left[A \cos qx + B \sin qx\right] I^0_{mr}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1}(q^2+m^2)t}$$

wo I^0_{mr} die Bessel'sche Function erster Gattung mit dem Index 0 und dem Argument mr bezeichnet und wo die A, B, q und m 4 Constante bedeuten, deren Werthe aus den obigen vier Grenzgleichungen heraus zu bestimmen sind.

Die Grenzgleichung (4) liefert zunächst die Beziehung:

$$B = \frac{k}{k_1} \frac{1}{\varDelta q} \cdot A$$

wodurch die angegebene einfache Lösung die Form annimmt:

$$u = A\left(\cos qx + \frac{k}{k_1} \frac{1}{\varDelta q} \sin qx\right) I^0_{mr}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1}(q^2+m^2)t}$$

Zur Bestimmung der Grösse q dient die Grenzgleichung (2). Soll die vorliegende einfache Lösung der Grenzgleichung (2) genügen, so müssen für q diejenigen Werthe gewählt werden, welche sich aus der Gleichung ergeben:

$$-k_1 q \sin q\varDelta_1 + \frac{k}{\varDelta} \cos q\varDelta_1 + h_1 \cos q\varDelta_1 + h_1 \frac{k}{k_1} \frac{1}{\varDelta q} \sin q\varDelta_1 = 0$$

oder:

$$-q\varDelta_1\left[1 - \frac{h_1}{k_1} \cdot \frac{k}{k_1} \frac{\varDelta_1^2}{\varDelta} \frac{1}{(q\varDelta_1)^2}\right] \sin q\varDelta_1 + \frac{k}{k_1}\frac{\varDelta_1}{\varDelta}\left[1 + \frac{h_1}{k}\varDelta\right] \cos q\varDelta_1 = 0$$

In unseren Versuchen war $\varDelta_1$ in runder Zahl gleich 1 Cm.; die Dicke $\varDelta$ der Flüssigkeitslamelle betrug circa 0.2 Cm. Aus den weiter unten angeführten Beobachtungsreihen ergiebt sich für h_1 0.006 und für k im Mittel für alle Flüssigkeiten etwa 0.050, falls für die Auswerthung dieser beiden Wärmeleitungsvermögen die Einheiten: Gramm, Centimeter, Minute und 1° C. benutzt werden. Der Werth von k_1 liegt, in denselben Einheiten ausgedrückt, nach

meinen und anderer Messungen für die verschiedenen Kupfersorten zwischen 45 und 66. Unter diesen Umständen darf man, ohne einen erheblichen Fehler in die Rechnung einzuführen, die vorstehende Gleichung durch die folgende einfachere ersetzen:

$$q\Delta_1 \sin q\Delta_1 = \frac{k}{k_1} \cdot \frac{\Delta_1}{\Delta} \cdot \cos q\Delta_1 = 0.004 \cos q\Delta_1$$

in welcher für k_1 der Mittelwerth 55 eingeführt ist.

Der erste Wurzelwerth dieser transcendenten Gleichung ist angenähert $q\Delta_1 = \frac{1}{16}$; die zweite Wurzel ist ein wenig grösser als π, die dritte etwas grösser als 2π u. s. w.

Ertheilen wir also der Grösse q der obigen einfachen Lösung die (nur angenähert berechneten) Werthe $\frac{1}{16}\frac{1}{\Delta_1}$, $\frac{\pi}{\Delta_1}$, $\frac{2\pi}{\Delta_1}$, . . . [diese Wurzelwerthe sollen Kürze halber von jetzt an mit q_1, q_2, q_3, . . . bezeichnet werden], so erhalten wir eine einfache Lösung der Differentialgleichung, welche zugleich auch die Bedingungsgleichung (2) erfüllt. Eine allgemeinere Lösung ist dann:

$$u = \left\{ A_1 \left(\cos q_1 x + \frac{k}{k_1}\frac{1}{\Delta q_1} \sin q_1 x\right) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_1^2 t} + \right.$$

$$\left. + A_2 \left(\cos q_2 x + \frac{k}{k_1}\frac{1}{\Delta q_2} \sin q_2 x\right) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_2^2 t} + \ldots \right\} I^0_{mr}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m^2 t}$$

Diese allgemeinere Lösung hat nun weiter der Grenzgleichung (3) zu entsprechen. Sie entspricht dieser Gleichung, sobald die in ihr vorkommende Grösse m aus der transcendenten Gleichung bestimmt wird:

$$mR \frac{I^1_{mr}}{I^0_{mr}} = \frac{h_1}{k_1} R$$

Die verschiedenen Wurzelwerthe (mR) dieser Gleichung

können aus den von Hansen berechneten Tafeln der Bessel'schen Functionen $\overset{0}{I}_{mr}$ und $\overset{1}{I}_{mr}$ entnommen werden. Da $\frac{h_1}{k_1}$ nach den oben gemachten Angaben den Werth von etwa $\frac{1}{9000}$ besitzt und der Radius R der Kupferplatte 8 Cm. beträgt, so hat die rechte Seite der letzten Gleichung den abgerundeten Werth $\frac{1}{1100}$. Die unendlich vielen reellen Wurzelwerthe dieser Gleichung sind:

$$mR = 0.043,\ 3.84,\ 7.02,\ 10.7,\ \ldots$$

und daraus ergeben sich die folgenden unendlich vielen reellen Werthe von m, welche die Bedingungsgleichung (3) befriedigen

$$m_1 = \frac{0.043}{R},\ m_2 = \frac{3.84}{R},\ m_3 = \frac{7.02}{R},\ m_4 = \frac{10.17}{R},\ \ldots$$

Die allgemeinste Lösung der Differentialgleichung (1), welche sämmtliche Grenzgleichungen (2) bis (4) erfüllt, ist demnach:

$$u = \left\{ A_1 \left(\cos q_1 x + \frac{k}{k_1} \frac{1}{\varDelta q_1} \sin q_1 x \right) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_1^2 t} + \right.$$

$$\left. + A_2 \left(\cos q_2 x + \frac{k}{k_1} \frac{1}{\varDelta q_2} \sin q_2 x \right) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_2^2 t} + \ldots \right\} \times$$

$$\left\{ B_1 \overset{0}{I}_{m_1 r}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_1^2 t} + B_2 \overset{0}{I}_{m_2 r}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} . m_2^2 . t} + \right.$$

$$\left. + B_3 \overset{0}{I}_{m_3 r}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_3^2 t} + \ldots \right\} \ldots . (6).$$

Es bleibt jetzt noch übrig die letzte Aufgabe zu lösen:

die Constanten $A_1, A_2, A_3, \ldots$ und $B_1, B_2, B_3, \ldots$ so zu bestimmen, dass der Anfangsbedingung (5):

$$u = U \text{ für } t = o \text{ und für alle } x \text{ und } r$$

Rechnung getragen wird. Die gegebene allgemeine Lösung wird dieser Anfangsbedingung genügen, sobald die Constanten $A_1, A_2, A_3, \ldots$ und $B_1, B_2, B_3, \ldots$ so gewählt werden, dass

$$U = A_1 \left(\cos q_1 x + \frac{k}{k_1} \frac{1}{\varDelta q_1} \sin q_1 x\right) + A_2 \left(\cos q_2 x + \frac{k}{k_1} \frac{1}{\varDelta q_2} \sin q_2 x\right) + \ldots \ldots (7)$$

und

$$1 = B_1 \overset{0}{I}_{m_1 r} + B_2 \overset{0}{I}_{m_2 r} + B_3 \overset{0}{I}_{m_3 r} + \ldots \ldots (8)$$

ist. Die strenge Bestimmung der Constanten A in der Gleichung (7) führt auf verwickelte Rechnungen; hier möge nur eine sehr angenäherte Lösung der Aufgabe gegeben werden. Die Grössen

$$\frac{k}{k_1} \frac{1}{\varDelta q_1} \sin q_1 x, \quad \frac{k}{k_1} \frac{1}{\varDelta q_2} \sin q_2 x, \quad \frac{k}{k_1} \frac{1}{\varDelta q_3} \sin q_3 x, \ldots$$

sind sehr klein gegenüber den Grössen

$$\cos q_1 x, \quad \cos q_2 x, \quad \cos q_3 x, \ldots ,$$

indem sie höchstens die Werthe $\frac{1}{200}, \frac{1}{690}, \frac{1}{1380}, \ldots$ erreichen. Mit sehr grosser Annäherung wird daher die Gleichung (7) durch die folgende ersetzt werden dürfen:

$$U = A_1 \cos q_1 x + A_2 \cos q_2 x + A_3 \cos q_3 x + \ldots \ldots (7a)$$

Für diese Gleichung lässt sich die Constantenbestimmung leicht ausführen. Wie Fourier zuerst gezeigt hat, gelten die Relationen:

$$\int_0^{\varDelta_1} \cos q_n x \,.\, \cos q_m x \, dx = 0 \quad \text{für } n \text{ verschieden von } m$$

und

$$\int_0^{\Delta_1} \cos q_n x \,.\, \cos q_n x \,.\, dx = \frac{1}{2}\left(\Delta_1 + \frac{\sin 2 q_n \Delta_1}{2 q_n}\right)$$

Demnach ist

$$\int_0^{\Delta_1} U \cos q_n x \, dx = U \frac{\sin q_n \Delta_1}{q_n} = A_n \,.\, \frac{1}{2}\left(\Delta_1 + \frac{\sin 2 q_n \Delta_1}{2 q_n}\right)$$

oder

$$A_n = 2\,U \frac{\sin q_n \Delta_1}{q_n \Delta_1} \frac{1}{\left(1 + \frac{\sin 2 q_n \Delta_1}{2 q_n \Delta_1}\right)}$$

Zur Bestimmung der Constanten B_n der Gleichung

$$1 = B_1 I^0_{m_1 r} + B_2 I^0_{m_2 r} + B_3 I^0_{m_3 r} + \dots$$

in welcher die $m_1, m_2, m_3, \dots$ die successiven Wurzeln der transcendenten Gleichung

$$mR \frac{I^1_{mR}}{I^0_{mR}} = \frac{h_1}{k_1} \,.\, R$$

bedeuten, dienen die aus der Theorie der Bessel'schen Functionen bekannten Beziehungen:

$$\int_0^R r \,.\, I^0_{m_n r} \,.\, I^0_{m_i r} \,.\, dr = 0 \text{ für } n \text{ verschieden von } i$$

und

$$\int_0^R r \,.\, I^0_{m_n r} \,.\, I^0_{m_n r} \,.\, dr = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{h_1^2}{k_1^2}\frac{1}{m_n^2}\right) R^2 . \left(I^0_{m_n R}\right)^2 .$$

Durch Anwendung dieser Relationen auf die Gleichung (8) erhalten wir:

$$\frac{R_1}{m_n} I^1_{m_n R} = B_n \frac{1}{2}\left(1 + \frac{h_1^2}{k_1^2}\frac{1}{m_n^2}\right) R^2 \left(I^0_{m_n R}\right)^2$$

und daraus:

$$B_n = \frac{2\, I^1_{m_n R}}{\left(I^0_{m_n R}\right)^2} \cdot \frac{1}{m_n R\left(1 + \frac{h_1^2}{k_1^2 m_n^2}\right)}$$

Zieht man die oben gegebenen Wurzelwerthe $q_1 \varDelta_1$, $q_2 \varDelta_1$, $q_3 \varDelta_1, \ldots$ in Betracht, so erkennt man leicht, dass der Coefficient A_1 fast genau gleich U, die Coefficienten $A_2, A_3, A_4, \ldots$ aber von Null nur sehr wenig verschieden sind.

Aehnliches gilt von den Coefficienten $B_1, B_2, B_3, \ldots$. Durch Einführung der oben gegebenen Wurzelwerthe $m_1 R$, $m_2 R$, $m_3 R, \ldots$ in den für B_n angegebenen Werth ersieht man, dass B_1 nahezu gleich 1 ist und B_2, B_3, $B_4 \ldots$ nahezu den Nullwerth haben.

Daraus folgt, dass in der oben gegebenen allgemeinen Lösung der Differentialgleichung (1)

$$u = \left\{ A_1 \left(\cos q_1 x + \frac{k}{k_1}\frac{1}{\varDelta q_1}\sin q_1 x\right) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_1^2 t} + \right.$$

$$\left. + A_2 \left(\cos q_2 x + \frac{k}{k_1}\frac{1}{\varDelta q_2}\sin q_2 x\right) e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} q_2^2 t} + \ldots \right\} \times$$

$$\left\{ B_1 I^0_{m_1 r}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_1^2 t} + B_2\, I^0_{m_2 r}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_2^2 t} + \right.$$

$$\left. + B_3\, I^0_{m_3 r}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1} m_3^2 t} + \ldots \right\}$$

alle auf das erste Glied folgenden Glieder in beiden Klammern sehr klein sind gegenüber dem ersten Gliede.

Da aber die Wurzelwerthe $q_1, q_2, q_3, \ldots$ nahezu in dem Verhältniss 1 : 20 : 40... und die Wurzelwerthe $m_1, m_2, m_3, \ldots$ ungefähr in dem Verhältniss 1 : 90 : 175 zunehmen, so sind diese auf das erste Glied folgenden Glieder in jeder der beiden Klammern sogar nach äusserst kurzen Zeitlängen völlig bedeutungslos gegenüber dem ersten Gliede jeder Klammer.

Die gesuchte Temperaturvertheilung in der cylindrischen Kupferplatte ist daher in jedem beliebigen Zeitmomente t (mit Ausschluss der allerersten Zeitmomente nach Beginn des Processes der Wärmeleitung) durch die folgende Form gegeben:

$$u = U'\left(\cos q_1 x + \frac{k}{k_1}\frac{1}{\Delta q_1}\sin q_1 x\right) I^0_{m_1 r}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1}(q_1^2 + m_1^2)\,t}$$

oder, wenn die Werthe $q_1 = \frac{1}{16}\frac{1}{\Delta_1}$ und $m_1 = \frac{0.043}{R}$ und $\frac{k}{k_1}\frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1}{220}$ eingesetzt werden:

$$= U\left[\cos\left(\frac{1}{16}\frac{x}{\Delta_1}\right) + \frac{1}{220}\,\frac{\sin\left(\frac{1}{16}\frac{x}{\Delta_1}\right)}{\left(\frac{1}{16}\frac{x}{\Delta_1}\right)}\right] I^0_{\frac{0.043}{R}\cdot r}\, e^{-\frac{k_1}{\varrho_1 c_1}\left[\left(\frac{1}{16\Delta_1}\right)^2 + \left(\frac{0.043}{R}\right)^2\right]t}$$

Diese Form des Schlussresultats lässt aber sofort erkennen, dass sich die Temperatur keines Massenpunktes der cylindrischen Kupferplatte in irgend einem Zeitmoment von dem Mittelwerthe der Temperatur der Platte um mehr als höchstens $\frac{1}{500}$ Grad entfernt. Der von der Kupferplatte erfüllte Raum ist also in jedem Zeitmomente ein isothermischer; die untere Begrenzungsfläche der Kupferplatte und mithin auch die obere Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle ist in

jedem Augenblicke eine isotherme Fläche. Messen wir in irgend einem Zeitmomente die Temperatur irgend eines Massenpunktes der Kupferplatte, so erhalten wir in dieser Temperatur die in diesem Momente vorhandene Temperatur der oberen Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle.

3.

Nachdem der Nachweis gegeben worden ist, dass in jedem Augenblicke die obere Kupferplatte ein isothermer Raum und die obere Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle eine isotherme Fläche von demselben Temperaturwerthe ist, soll jetzt die Temperaturvertheilung näher betrachtet werden, die sich in einem beliebigen Zeitmomente während des Processes der Leitung der Wärme aus der oberen Kupferplatte heraus durch die Flüssigkeitslamelle hindurch in der letzteren herstellt. Zur Aufstellung der Differentialgleichung und der verschiedenen Grenzgleichungen, aus denen heraus diese Temperaturvertheilung ermittelt werden kann, legen wir, wie oben, ein cylindrisches Coordinatensystem zu Grunde (x, r, φ), dessen Axe mit der Axe der Flüssigkeitslamelle zusammenfällt und dessen Nullpunkt in der unteren Grenzfläche der Lamelle liegt. Nach unserer Versuchsanordnung ist auch in der Wärmeleitung innerhalb der Flüssigkeitslamelle die Wärmeströmung unabhängig von der Richtung der φ und es hat daher die partielle Differentialgleichung, welche die Temperaturbewegung innerhalb der Lamelle ausdrückt, die Form:

$$\varrho . c . \frac{\partial u}{\partial t} = k \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (1)$$

wenn ϱ und c Dichte und specifische Wärme und k die Grösse der inneren Wärmeleitungsfähigkeit der betrachteten Flüssigkeit bedeuten. Von diesen drei Grössen nehmen

wir zunächst an, dass sie unabhängig von der Temperatur u sind.

Die Lösung dieser partiellen Differentialgleichung hat fünf Grenzgleichungen zu genügen:

Für $x = 0$ ist $u = 0$ für alle t ....(2)

Für $x = \varDelta$ ist u unabhängig von r für alle t ......(3)

Eine weitere für $x = \varDelta$ gültige Grenzgleichung hat die Thatsache auszudrücken, dass sich der Wärmevorrath der oberen Kupferplatte auf zweifache Weise vermindert: durch innere Wärmeleitung innerhalb der Flüssigkeitslamelle gegen die untere, auf 0^0 abgekühlte Kupferplatte hin und durch äussere Wärmeleitung von der an Luft grenzenden oberen Basis- und der Mantelfläche aus in die auf 0° abgekühlte Umgebung hinein. Die Wärmemenge, welche die Platte auf dem ersten Wege in der Zeiteinheit verliert, ist gleich $F \,.\, k \,.\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=\varDelta}$, wenn F die Grösse der Basisfläche der Platte bedeutet; machen wir die Annahme, dass die äussere Wärmeleitungsgrösse h_1 unabhängig von der Temperatur ist und bezeichnen wir die Summe von oberer Basisfläche und Mantelfläche der oberen Kupferplatte mit F_1, so ist die Wärmemenge, welche die obere Platte durch die äussere Wärmeleitung in derselben Zeit verliert, gleich $h_1 F_1 \,.\, u_{x=\varDelta}$ zu setzen. Die Summe dieser beiden in der Zeiteinheit erfolgenden Wärmeverluste ist gleich der gesammten. während dieser Zeit erfolgenden Wärmeabnahme der oberen Platte, d. h. gleich $-M_1 c_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{x=\varDelta}$, wo M_1 die Masse und c_1, wie oben, die specifische Wärme der Kupferplatte bezeichnet. Als weitere Grenzgleichung gilt also:

für $x = \varDelta$ ist $\quad -M_1 c_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{x=\varDelta} = k F \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=\varDelta} + h_1 F_1 u_{x=\varDelta}$ ....(4)

Für alle Orte der Mantelfläche der cylindrischen Flüssigkeitslamelle hat die Lösung der obigen Differentialgleichung die Bedingung zu erfüllen:

$$\text{für } r = R: \quad k\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=R} + h u_{r=R} = 0 \quad \ldots\ldots (5)$$

Endlich muss die gesuchte Lösung der Differentialgleichung auch die anfängliche, die zur Zeit $t = 0$, bestehende Temperaturvertheilung enthalten. Es möge zu Anfang durch das ganze Plattensystem dieselbe constante Temperatur U geherrscht haben. Dann lautet die letzte zu erfüllende Grenzgleichung:

$$\text{für } t = 0: \quad u = U = \text{unabhängig von } x \text{ und } r \quad \ldots\ldots (6)$$

Eine einfache Lösung der Differentialgleichung (1) ist:

$$u = A e^{-\frac{k}{\varrho c} q^2 t} \sin q x + B e^{-\frac{k}{\varrho c}(p^2 + m^2) t} \sin p x \, I^0_{mr} \quad \ldots . (7)$$

Diese Lösung genügt der Grenzgleichung (2); damit sie zugleich auch die Bedingungsgleichung (3) erfülle, muss die Constante p als Wurzel der Gleichung $\sin(p \varDelta) = 0$ gewählt werden, muss die Constante p also den Werth $\frac{n\pi}{\varDelta}$ haben, wo n der Reihe nach die Zahlen 1, 2, 3, ... bezeichnet. Der Bedingungsgleichung (5) ist genügt, sobald die Constante m als Wurzel der transcendenten Gleichung

$$m R \frac{I^1_{mR}}{I^0_{mR}} = \frac{h}{k} R$$

gewählt wird. Belegen wir die unendlich vielen reellen Werthe von m, welche dieser Gleichung entsprechen, der Reihe nach mit den Zeichen $m_1, m_2, m_3, \ldots$, so können wir als allgemeinere Lösung der obigen Differentialgleichung, welche dreien der obigen fünf Grenzgleichungen genügt, die folgende Form nehmen:

$$u = A\, e^{-\frac{k}{\varrho c} q^2 t} \sin q x +$$

$$\left\{ B_1 \sin\left(\frac{\pi}{\varDelta} x\right) e^{-\frac{k}{\varrho c}\frac{\pi^2}{\varDelta^2} t} + B_2 \sin\left(\frac{2\pi}{\varDelta} x\right) e^{-\frac{k}{\varrho c}\frac{4\pi^2}{\varDelta^2} t} + \right.$$

$$\left. + B_3 \sin\left(\frac{3\pi}{\varDelta} x\right) e^{-\frac{k}{\varrho c}\frac{9\pi^2}{\varDelta^2} t} + \ldots \right\} \times$$

$$\left\{ C_1 I^0_{m_1 r}\, e^{-\frac{k}{\varrho c} m_1^2 t} + C_2 I^0_{m_2 r}\, e^{-\frac{k}{\varrho c} m_2^2 t} + C_3 I^0_{m_3 r}\, e^{-\frac{k}{\varrho c} m_3^2 t} + \ldots \right\} \ldots (8)$$

In diesem Ausdrucke wären nun noch die Constanten A und q, die B_n und die C_n so zu bestimmen, dass den beiden Grenzgleichungen (4) und (6) Genüge geleistet wird. Diese Bestimmung mit aller Strenge durchzuführen ist mir nicht gelungen. Ich habe aber diese Schwierigkeit in folgender Weise, unbeschadet der Genauigkeit der Berechnung der auszuführenden Versuche, zu umgehen vermocht. Die zuletzt angegebene Lösung für u lässt ersehen, dass durch passende Wahl der Dicke $\varDelta$ der Flüssigkeitslamelle die Grösse $\frac{k}{\varrho c} \frac{n^2}{\varDelta^2} \pi^2$ so gross gemacht werden kann, dass schon nach Ablauf einiger Secunden seit Anfang des Processes der Wärmeleitung jedes Glied innerhalb der ersten Klammer einen verschwindend kleinen Werth annimmt. In den weiter unten mitgetheilten Versuchen war $\varDelta$ von der Ordnung $\frac{1}{5}$ Cm.; die Grösse $\frac{k}{\varrho c}$ ergab sich für alle untersuchten Flüssigkeiten als nahezu constant und zwar nahezu gleich 0.070 (unter Zugrundelegung der oben genannten Einheiten der Länge und der Zeit). Es war also für alle untersuchten Flüssigkeiten $\frac{k}{\varrho c} \frac{\pi^2}{\varDelta^2} n^2 = 17.5\, n^2$.

Unter diesen Umständen hatte jedes der innerhalb der ersten der obigen beiden Klammern stehenden Glieder schon nach Ablauf weniger Secunden einen ausserordentlich geringen Werth. Von dieser Zeit an ist die Temperaturvertheilung in der Lamelle unabhängig von r; die isothermen Flächen laufen dann den ebenen Grenzflächen der Lamelle parallel und der Ausdruck der Temperaturvertheilung reducirt sich auf das erste Glied der zuletzt angegebenen Lösung:

$$u = A\, e^{-\frac{k}{\varrho c} q^2 t} \sin q x$$

Zur Bestimmung der Constante q dient nun die Grenzgleichung (4):

$$-M_1 c_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{x=\varDelta} = k F \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=\varDelta} + h_1 F_1 u_{x=\varDelta}$$

Der vorstehende Ausdruck für u erfüllt diese Grenzgleichung, falls für die Constante q eine der Wurzeln der Gleichung

$$M_1 c_1 \cdot \frac{k}{\varrho c} \cdot q^2 \cdot \sin(q\varDelta) = kFq \cos(q\varDelta) + h_1 F_1 \sin(q\varDelta)$$

d. h. der Gleichung

$$q\varDelta \; tg\; q\varDelta = \frac{F \varDelta \varrho c}{M_1 c_1 \left(1 - \frac{h_1 F_1 \varrho c \varDelta^2}{k M_1 c_1} \cdot \frac{1}{(q\varDelta)^2}\right)} \cdots\cdots\cdots\cdots$$

setzt. Auf die Berechnung der unendlich vielen Wurzeln q dieser Gleichung, sie mögen mit $q_1, q_2, q_3, \ldots$ bezeichnet werden, soll hier nicht näher eingegangen werden; wir werden weiter unten darauf zurückkommen. Einstweilen brauchen wir nur zu wissen, dass q_1 im ersten, q_2 im dritten, q_3 im fünften Quadranten u. s. w. liegt. Wird irgend eine dieser Wurzeln für q in die Form

$$A \sin q x \; e^{-\frac{k}{\varrho c} q^2 t}$$

eingesetzt, so resultirt eine singuläre Lösung unserer Aufgabe. Die allgemeine Lösung hat also die Form:

$$(9)\ldots\ldots \quad u = A_1 \sin q_1 x \, e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} + A_2 \sin q_2 x \, e^{-\frac{k}{\varrho c} q_2^2 t} + A_3 \sin q_3 x \, e^{-\frac{k}{\varrho c} q_3^2 t} + \ldots\ldots$$

In dieser allgemeinen Lösung wären nun noch die Constanten $A_1, A_2, A_3, \ldots$ so zu bestimmen, dass der Anfangsbedingung

$$u = U \text{ für } t = 0 \text{ und für alle } x$$

Rechnung getragen wird. Es wären also die Werthe für $A_1, A_2, A_3, \ldots$ zu ermitteln, welche die Gleichung

$$u_0 = A_1 \sin q_1 x + A_2 \sin q_2 x + A_3 \sin q_3 x + \ldots\ldots$$

richtig machen. Die Berechnung dieser Constanten mag indess hier unausgeführt bleiben, da für die auszuführenden Versuche die numerischen Werthe dieser Constanten gar nicht bekannt zu sein brauchen.

Die Quadrate der Wurzelwerthe $q_1, q_2, q_3, \ldots$ nehmen mit wachsender Indexzahl rasch an Grösse zu; in den später zu besprechenden Versuchen über die Wärmeleitung des Wassers war z. B.

$$q_1^2 = 4.778, \quad q_2^2 = 194.88, \quad q_3^2 = 751.31$$

Die Werthe der einzelnen singulären Lösungen in dem allgemeinen Ausdrücke (9) nehmen demnach mit grösser werdender Indexzahl ausserordentlich rasch ab, und um so rascher, je länger der Zeitraum t ist, der seit Beginn des Processes der Wärmeleitung abgelaufen ist. Nach Ablauf einer gewissen Zeit kann also schon das zweite Glied des Ausdruckes (9) neben dem ersten vernachlässigt werden. Diese Zeitlänge war wegen der sehr klein gewählten Dicke $\varDelta$ der Flüssigkeitslamelle in allen ausge-

führten Beobachtungsreihen eine ausserordentlich kurze. In der Untersuchung der Wärmeleitung des Wassers war z. B. schon nach Ablauf von 30 Secunden seit Beginn der Wärmeleitung der Werth des Exponentialfactors des zweiten Gliedes des obigen Ausdrucks auf die kleine Grösse $\frac{1}{1050}$ herabgesunken. Und selbst für die schlechtesten der untersuchten flüssigen Wärmeleiter trat das nämliche schon nach Verfluss von circa 60 Secunden ein.

Es ergiebt sich also: Wird von dem Vorgange der Wärmeleitung in der Flüssigkeitslamelle während der ersten 60 Secunden abgesehen — diese Zeitlänge möge mit T bezeichnet werden — und wird nur der Verlauf der Temperaturbewegung in den auf die ersten 60 Secunden folgenden Zeitmomenten in Betracht gezogen, so ist der exacte Ausdruck derjenigen Temperaturvertheilung, die in irgend einem Zeitmomente, der um t Zeiteinheiten später als der Endpunkt von T eintritt, in der Flüssigkeitslamelle stattfindet, der folgende:

$$u = A_1 e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 T} \sin q_1 x \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} = U_1 . \sin q_1 x \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t}$$

Die benutzte Beobachtungsmethode gestattet nur die Messung der Temperatur der obersten Grenzschicht der Flüssigkeitslamelle (die Messung der Temperatur der oberen Kupferplatte); der zeitliche Verlauf dieser Temperatur ist durch den Ausdruck gegeben:

$$u_{x=\varDelta} = u' = U_1 \sin q_1 \varDelta \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} = U'_1 . e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 . t}$$

Aus dem gemessenen zeitlichen Verlaufe dieser Temperatur kann sodann das Wärmeleitungsvermögen k ermittelt werden, sobald die Grössen ϱ und c, sowie die Constante q_1 be-

kannt sind. Sind für eine Reihe von (etwa gleichweit von einander abstehenden) Zeitmomenten $t_0, t_1, t_2, t_3, \ldots$ die Temperaturen der oberen Kupferplatte gleich $u'_0, u'_1, u'_2, u'_3, \ldots$ gefunden worden, so ist das Wärmeleitungsvermögen k aus diesem System beobachteter Grössen durch folgende Formel ableitbar:

$$k = \frac{1}{t_{i+n} - t_i} \cdot \frac{1}{q_1^2} \cdot \varrho c \cdot lg\left(\frac{u'_i}{u'_{i+n}}\right).$$

4.

Die kleine Dicke $\varDelta$ der benutzten Flüssigkeitslamellen hat zur Folge, dass trotz der verhältnissmässig geringen Wärmeleitungsfähigkeit aller Flüssigkeiten die Temperatur der oberen Kupferplatte so rasch abfällt, dass sie schon in einigen Minuten von ihrem anfänglichen Werthe (Zimmertemperatur) auf nahezu Null Grad herabsinkt. Zur Messung des zeitlichen Verlaufes dieser Temperatur muss daher ein Verfahren benutzt werden, das im Stande ist, richtige Momentanwerthe dieser Temperatur liefern zu können. Dieses leistet eine thermoelectrische Bestimmung der Temperatur der oberen Kupferplatte.

In der Gegend der Mitte der oberen Basisfläche dieser Kupferplatte wurden zwei sehr dünne Drähte zweier verschiedener Metalle eingelöthet. Die andere Löthstelle dieser Drähte wurde dauernd in Eis auf 0° erhalten. Diese Thermoelemente waren aus solchen Metallen gebildet, dass innerhalb der nur um wenige Grade von einander abstehenden Temperaturen der beiden Löthstellen die erregten thermoelectromotorischen Kräfte den wirkenden Temperaturdifferenzen der Löthstellen bis auf verschwindend kleine Abweichungen proportional waren. In dem Zeitmomente, den wir oben als Moment T bezeichnet haben, wurde das

Thermoelement in den Kreis eines aperiodisch gestellten Galvanometers eingeschaltet und nach Verlauf von weiteren 20 Secunden wurde der Stand des Galvanometermagnets mit Hülfe von Fernrohr, Spiegel und Skala bei gut wärmeleitenden Flüssigkeiten von 10 zu 10 Secunden, bei schlechter leitenden von 15 zu 15 Secunden abgelesen. Es lässt sich leicht einsehen, dass die in den einzelnen Zeitmomenten abgelesenen Abweichungen des Galvanometermagnets von seiner Ruhelage ein genaues relatives Maass der Temperaturen geben, welche die obere Kupferplatte, mithin auch die obere Grenzfläche der Flüssigkeitslamelle, in diesen Zeitmomenten besitzt.

Der Galvanometermagnet möge sich zu Anfang im Ruhezustande befunden haben. Im Zeitmomente T werde das Galvanometer plötzlich in den thermoelectrischen Kreis eingeschaltet und dauernd darin gelassen. Um den Ausschlag zu erhalten, welchen der Galvanometermagnet nach Verlauf der Zeitlänge t seit dem Momente der Schliessung zeigt, gehen wir von der allgemeinen Gleichung aus, welche die Bewegung des durch den thermoelectrischen Strom abgelenkten Magnets bestimmt. Zur Zeit t ist die Temperaturdifferenz der beiden Löthstellen des Thermoelements

$$u' = U'_1 \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t};$$

die in diesem Zeitmomente wirksame thermoelectromotorische Kraft ist dann nach der oben gemachten Bemerkung:

$$E = \alpha . U' . e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 . t}$$

Nennen wir W die Summe aller Widerstände des thermoelectrischen Kreises, so ist die Intensität des zur Zeit t erzeugten thermoelectrischen Stromes

$$i = \alpha \frac{U'}{W} \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 . t};$$

das Drehungsmoment, welches dieser Strom auf den Galvanometermagnet ausübt ist [sobald die Ablenkung einige Grade nicht übersteigt]

$$M \cdot G \cdot \frac{\alpha U^1}{W} \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t};$$

wo M das Moment des Magnets und G die Constante des Galvanometers bezeichnet. Wird das Trägheitsmoment des Magnets Q, die Grösse des Dämpfungsmomentes für die Einheit der Winkelgeschwindigkeit D, die horizontale Componente der wirksamen magnetischen Richtkraft H und die Grösse des zur Zeit t vorhandenen Ausschlages des Magnets x genannt, so ist die allgemeine Bewegungsgleichung des Galvanometermagnets:

$$Q \frac{d^2x}{dt^2} + D \frac{dx}{dt} + MHx - MG \cdot \frac{\alpha U'}{W} \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} = 0$$

oder

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mathrm{A} \frac{dx}{dt} + Bx - C e^{-gt} = 0$$

wenn zur Abkürzung

$$\mathrm{A} = \frac{D}{Q} \quad \Big| \quad B = \frac{MH}{Q} \quad \Big| \quad C = \frac{MG \alpha U'}{Q \cdot W} \quad \Big| \quad g = \frac{k}{\varrho c} q_1^2$$

gesetzt wird. Das allgemeine Integral dieser Bewegungsgleichung hat die Form:

$$x = P_1 e^{-\lambda_1 t} + P_2 e^{-\lambda_2 t} + N e^{-gt}$$

wo λ_1 und λ_2 die (reellen) Grössen

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_1 = \frac{A}{2} + \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 - B}\\ \lambda_2 = \frac{A}{2} - \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 - B}\end{array}\right\}$$ bezeichnen, N den Werth $\frac{C}{g^2 - Ag + B}$

darstellt und wo P_1 und P_2 Constante sind, welche durch den Anfangszustand des Magnets bestimmt werden müssen. Zur Zeit $t = 0$ war der Ausschlag des Magnets Null, seine Winkelgeschwindigkeit hatte aber einen von Null verschiedenen Werth, etwa den Werth γ_0. Die beiden Constanten P_1 und P_2 sind also durch die Gleichungen bestimmt

$$0 = P_1 + P_2 + N$$

$$-\gamma_0 = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + gN$$

und der Ausschlag des Galvanometers zur Zeit t ist:

$$x = \left(-\frac{\gamma_0}{\lambda_1 - \lambda_2} - \frac{N(g - \lambda_2)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right) e^{-\lambda_1 t} +$$

$$+ \left(\frac{\gamma_0}{\lambda_1 - \lambda_2} + \frac{N(g - \lambda_1)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right) e^{-\lambda_2 t} + N e^{-gt}$$

Die Werthe λ_1 und λ_2 wurden in bekannter Weise möglichst gross gegenüber g gemacht; in allen den ausgeführten Versuchsreihen waren λ_1 und λ_2 gegen 160 bis 290 mal so gross als g. In Folge davon waren schon wenige Secunden nach der Schliessung des thermoelectrischen Stromes die beiden ersten Glieder des vorstehenden Ausdruckes völlig bedeutungslos gegenüber dem letzten Gliede; der Ausschlag des Galvanometermagnets war also (abgesehen von den ersten Secunden nach der Schliessung) in jedem Zeitmomente t durch die Form gegeben:

$$x = N e^{-gt} = \frac{MG.\alpha.U_1'}{Q \cdot W} \cdot \frac{1}{\left(\frac{k}{\varrho c} q_1^2\right)^2 - A \frac{k}{\varrho c} q_1^2 + B} \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t}$$

Die Ablenkung des Galvanometermagnets ist also unter diesen Umständen in jedem Zeitmomente der Temperatur proportional, die in diesem Zeitmomente in der oberen Grenzschicht der Flüssigkeitslamelle vorhanden ist. Aus den Galvanometerausschlägen x_0, x_1, x_2, ..., die in den Zeitmomenten t_0, t_1, t_2, ... auftreten, lässt sich daher die Wärmeleitung der untersuchten Flüssigkeit nach der Formel berechnen:

$$k = \frac{\varrho . c}{q_1^2} \frac{1}{t_{n+i} - t_i} lg \left(\frac{x_i}{x_{n+i}} \right).$$

Die Grösse q_1 der rechten Seite dieser Gleichung ist die kleinste Wurzel der transcendenten Gleichung

$$q\varDelta \, tg \, q\varDelta = \frac{F \varDelta \varrho c}{M_1 c_1} \frac{1}{\left(1 - \frac{h_1 F_1 \varrho c \varDelta^2}{k M_1 c_1} \frac{1}{(q\varDelta)^2}\right)},$$

deren rechte Seite durch die Ersetzung der Masse M_1 durch das Product $\varDelta_1 F_1 \varrho_1$ in die mehr symmetrische Form gebracht werden kann:

$$q\varDelta \, tg \, q\varDelta = \frac{\varDelta \varrho c}{\varDelta_1 \varrho_1 c_1} \frac{1}{\left(1 - \frac{h_1 F_1 \varrho c \varDelta^2}{k F \varrho_1 c_1 \varDelta_1} \frac{1}{(q\varDelta)^2}\right)}$$

Da das, nur mit Hülfe der bekannten Wurzelwerthe q_n ermittelbare, Wärmeleitungsvermögen k in diese Gleichung eingeht, ist eine exacte, ganz allgemeine Bestimmung dieser Wurzelwerthe unmöglich. Indess lässt sich sofort übersehen, dass sich diese Wurzeln q_n bei passender Gestaltung der Versuchsmethode durch ein Annäherungsverfahren mit jeder gewünschten Genauigkeit berechnen lassen. Da die Grösse h_1 durch ein sogleich zu besprechendes Verfahren gleich 0.0057 und der Werth von k für die untersuchten Flüssigkeiten gleich 0.02 bis 0.08 gefunden wurde, da ferner die Lamellendicke $\varDelta$ nur den kleinen Werth von 0.23 Cm., $\varDelta_1$ dagegen die beträchtliche Grösse 1.02 Cm. besass und

die Flächengrössen F und F_1 wegen der Plattengestalt nur wenig von einander verschieden sind, war in den ausgeführten Versuchen der Factor $\frac{h_1 F_1 c \Delta^2}{k F \varrho_1 c_1 \Delta_1}$ nur eine sehr kleine Grösse; in den Versuchen über die Wärmeleitung des Wassers betrug er z. B. nur 0.0063. Der erhebliche Grössenwerth des Factors $\frac{\Delta \varrho c}{\Delta_1 \varrho_1 c_1}$ lässt die kleinste Wurzel $q\Delta$ nie sehr klein ausfallen; für Wasser war z. B. der kleinste Wurzelwerth $(q\Delta)_1$ gleich 0.5. Zur Bestimmung des kleinsten Wurzelwerthes $(q\Delta)_1$ der obigen transcendenten Gleichung kann man also in erster, ziemlich grosser, Annäherung von dem Gliede $\frac{h_1 F_1 \varrho c \Delta^2}{k F \varrho_1 c_1 \Delta_1} \cdot \frac{1}{(q\Delta)^2}$ absehen. Man berechnet die erste Wurzel der Gleichung

$$q\Delta \, tg \, q\Delta = \frac{\Delta \varrho c}{\Delta_1 \varrho_1 c_1},$$

ermittelt daraus die Grösse $q_1{}^2$, sucht mit Hülfe derselben aus den gemachten Temperaturbeobachtungen den (bis auf einige Procente angenähert richtigen) Grössenwerth des Wärmeleitungsvermögens k, setzt diesen angenäherten Werth von k in die unverkürzte transcendente Gleichung ein und leitet jetzt den exacteren Werth von q_1 und daraus den richtigen Werth von k ab.

5.

Zur genauen Berechnung des Wärmeleitungsvermögens k aus den angestellten Beobachtungen ist zunächst die Kenntniss der Grösse des äusseren Wärmeleitungsvermögens h_1 der oberen Kupferplatte erforderlich. Diese Grösse wurde wiederholt durch besondere Versuchsreihen ermittelt. Die Kupferplatte mit dem eingelötheten Thermoelemente wurde an zwei dünnen Fäden in derselben auf 0° abge-

kühlten in Hülle aufgehangen, in welcher die Wärmeleitung der Flüssigkeiten vor sich ging. Ist die Temperatur der Kupfermasse M_1 in dem Momente t gleich u und besitzt die Kupferplatte die gesammte Oberfläche O, so besteht in dem Zeitmomente t folgender Differentialzusammenhang zwischen u und t:

$$- M_1 \, c_1 \, du = h_1 \, O . u . dt$$

woraus sich der folgende Integralzusammenhang ergiebt:

$$lg \left(\frac{u_0}{u} \right) = \frac{h_1 O}{M_1 c_1} \cdot t,$$

sobald mit u_0 die zur Zeit $t = 0$ vorhandene Temperatur bezeichnet und gleichzeitig die (sehr angenähert richtige) Annahme getroffen wird, dass die Grösse h_1 innerhalb des engen Temperaturintervalles der Abkühlung constant ist. Zur Bestimmung des Temperaturquotienten $\frac{u_0}{u}$ wurde die andere Löthstelle des Thermoelements dauernd auf 0° abgekühlt und das Thermoelement dauernd in den Kreis eines aperiodisch gestellten Galvanometers eingeschaltet. Da nach der oben geführten Rechnung die Temperaturen u_0 und u den in denselben Zeitmomenten stattfindenden Ausschlägen x_0, x der Galvanometernadel proportional sind, so lässt sich an die Stelle der letzten Gleichung auch die folgende setzen:

$$lg \left(\frac{x_0}{x} \right) = \frac{h_1 . O}{M_1 c_1} \cdot t$$

In den ausgeführten Versuchsreihen überliess man die Kupferplatte der Abkühlung von Zimmertemperatur an circa 60–80 Minuten hindurch und notirte von zwölfter Minute zu zwölfter Minute die vorhandene Ablenkung der Galvanometernadel. Um etwa eintretende Aenderungen der Ruhelage eliminiren zu können, wurde von fünfzehn zu fünfzehn Minuten diese Ruhelage von neuem bestimmt.

Die folgende Tabelle giebt die Resultate der ersten zur Bestimmung von h_1 ausgeführten Versuchsreihe. In der ersten Spalte stehen die Zeitmomente der Ablesungen; die zweite Spalte giebt die auf Bögen reducirten Ablenkungen des Galvanometermagnets in Einheiten der benutzten Millimeterscala; die dritte Spalte enthält die den Ablenkungen entsprechenden Temperaturen der Kupferplatte; die vierte Spalte liefert die gewöhnlichen Logarithmen der Ablenkungen und die letzte Spalte giebt die Differenzen dieser auf einander folgenden Logarithmen.

		mm	°		
3^h	6′	392.5	23.03	2.59384	
					0.08009
	18′	326.4	19.20	2.51375	
					0.07966
	30′	271.7	15.99	2.43409	
					0.07787
	42′	227.1	13.36	2.35622	
					0.07747
	54′	190.0	11.18	2.27875	
					0.07927
	66′	158.3	9.31	2.19948	
					0.07661
	78′	132.7	7.80	2.12287	

Hieraus ergiebt sich im Mittel für die Differenz der natürlichen Logarithmen je zweier um 1 Minute auseinander liegender Temperaturen:

$$\frac{h_1 O}{M_1 c_1} = 0.01504$$

Zwei andere, später ausgeführte Versuchsreihen ergaben für dieselbe Grösse die Mittelwerthe 0.01518 und 0.01515. Aus dem allgemeinen Mittelwerthe 0.01512 und den weiteren Daten: $O = 456.43$ Qcm., $M_1 = 1851.2$ Grm. und $c_1 = 0.0932$ resultirt für das äussere Wärmeleitungsvermögen der Kupferplatte der Werth

$$h_1 = 0.00570,$$

welchem Werthe Gramm, Centimeter, Minute und 1° C. als Einheiten zu Grunde liegen.

II. Resultate der benützten Versuchsmethode.

1.

Nachdem der Werth dieser Hülfsgrösse h_1 ermittelt worden war, konnte zur Bestimmung des innern Wärmeleitungsvermögens der verschiedenen Flüssigkeiten geschritten werden. Die Herstellung der Flüssigkeitslamelle, deren Wärmeleitung untersucht werden sollte, geschah in folgender Weise. Auf die genau horizontal gestellte, gut plan abgeschliffene untere Kupferplatte von 16.03 Cm. Durchmesser und ca. 0,5 Cm. Dicke wurden 3 genau gleich dicke — 0.231 Cm. dicke — Glasstückchen von 2 Mm. Breite und 3 Mm. Länge gelegt; auf diese 3 Glasstückchen wurde die obere, auf ihrer untern Fläche möglichst plan geschliffene Kupferplatte von genau demselben Durchmesser, 16.03 Cm., aufgesetzt. In der Mitte der oberen Kupferplatte war eine etwa 1 Mm. weite, nach oben etwas erweiterte Durchbohrung angebracht, durch welche mittelst einer eng ausgezogenen Glasröhre die zu untersuchende Flüssigkeit zwischen die Platten gefüllt wurde. Während des Füllens wurde dafür Sorge getragen, dass alle Luft aus dem Zwischenraum beider Platten durch die Flüssigkeit verdrängt wurde und die Zufuhr an Flüssigkeit wurde unterbrochen, sowie sich die Flüssigkeit rings an den Plattenrändern mit einem circa 1 Mm. dicken, regelmässig gekrümmten Bauche herausdrängte. Die zäheren Flüssigkeiten, wie Wasser, Salzlösungen, Oele, Glycerin, wurden durch die Capillarkräfte so fest an den Plattenrändern gehalten, dass dieselbe Füllung beliebig viele Male zu Versuchen benutzt werden konnte. Gewöhnlich wurde die Füllung nach je drei Versuchen wieder erneuert.

Die durch die Wärmeleitung allmälig erfolgende Ab-

nahme der Temperatur der Flüssigkeitslamelle hatte natürlich eine geringe Contraction derselben zur Folge. Durch diese Contraction zog sich die Ausbauchung der Flüssigkeitslamelle allmälig zurück und gieng gegen das Ende des Versuches in eine geringe Einbauchung an den Plattenrändern über. Beim Einfüllen der Flüssigkeit wurde die Weite der Ausbauchung so gross gewählt, dass die nach erfolgter Abkühlung stattfindende Einbauchung von nahezu gleicher Grösse war. Die Existenz dieser geringen Ausresp. Einbauchung der Flüssigkeitslamelle ändert natürlich an den Resultaten der Rechnung, die darauf keine Rücksicht nahm, nur äusserst wenig, da ja die Flächengrösse F, durch welche die Wärmeleitung vor sich geht, mehr als 200 Qcm. umfasst.

Zur Untersuchung der sehr leichtflüssigen und rasch verdampfenden Flüssigkeiten, wie Aether, Schwefelkohlenstoff, Benzin u. s. w. wurde die Herrichtung der Lamelle in etwas anderer Weise vorgenommen. Auf dieselbe untere Kupferplatte wurde ein sehr dünner, nur 0.75 Mm. dicker, circa 2 Cm. hoher Glasring von genau demselben Durchmesser 16.03 Cm. mit Gummi aufgekittet. Der Durchmesser der obern Kupferplatte war soweit verkleinert worden (bis auf 15.90 Cm.), dass dieselbe bequem in diesen Ring eingesetzt, resp. herausgenommen werden konnte. Nachdem die 3 oben erwähnten Glasstückchen auf die untere Kupferplatte gelegt worden waren, wurde die obere Kupferplatte vorsichtig in den Glasring eingesetzt und sodann die zu untersuchende Flüssigkeit in langsamer Strömung so lange in den Zwischenraum zwischen beiden Platten eingefüllt, bis alle Luft verdrängt war. Hierauf wurde noch soviel Flüssigkeit nachgefüllt, dass der sehr enge Zwischenraum zwischen der Mantelfläche der oberen Kupferplatte

und der innern Fläche des dünnen Glascylinders bis zum vierten Theile seiner Höhe gefüllt wurde, damit trotz der geringen Contraction, die durch die allmälige Abkühlung der Flüssigkeitslamelle während des Versuches in letzterer eintreten musste, der Zwischenraum zwischen beiden Platten stets vollständig mit Flüssigkeit erfüllt blieb.

Nach der Füllung überliess man das Plattensystem eine Zeit lang der Zimmertemperatur und beobachtete während dieser Zeit die Ruhelage des Galvanometermagnets 10 Minuten hindurch von Minute zu Minute. Es wurde nur dann zur Ausführung einer Beobachtungsreihe geschritten, wenn die Aenderungen der magnetischen Declination in gleichen Zeitlängen nahezu gleich gross waren. Grössere Aenderungen der Ruhelage des Galvanometermagnets während einer Minute als 1.2 Skalentheil kamen im Laufe aller Versuchsreihen nicht vor. War die Ruhelage des Galvanometermagnets und ihre Aenderung pro Minute hinreichend sicher festgelegt, so wurde das Plattensystem an einer über Rollen laufenden Schnur vorsichtig auf eine rasch untergeschobene planparellel geschliffene und horizontal gestellte Eisplatte herabgelassen und sofort mit einer dauernd auf 0° abgekühlten hohlen cylindrischen Kappe aus Kupferblech überdeckt. Zwei Minuten später wurde das Thermoelement, dessen eine Löthstelle wie schon oben erwähnt wurde permanent in Eis gehalten wurde, in den Galvanometerkreis eingeschaltet und nach Ablauf weiterer 20 Secunden begannen die Ablesungen der Ablenkungen des Galvanometermagnets. Für die besseren Wärmeleiter wie Wasser, Salzlösungen u. s. w. wurden diese Ablesungen mit dem Schlage jeder zehnten Secunde, für die schlechteren Wärmeleiter, wie Alkohol, Benzin u. s. w. mit dem Schlage jeder fünfzehnten oder zwanzigsten Secunde vorgenommen. War die

Ablenkung des Galvanometermagnets auf circa 100 Skalentheile herabgesunken, was nach 4 bis 8 Minuten eintrat, so wurde die Versuchsreihe abgebrochen, der Galvanometerkreis geöffnet, die neue Ruhelage des Magnets bestimmt und die minutliche Aenderung dieser Ruhelage während weiterer zehn Minuten beobachtet. Mit Hülfe der Annahme, dass die während der Versuchsreihe stattgefundene minutliche Aenderung der Ruhelage gleich dem Mittel aus der vor und aus der nach der Versuchsreihe constatirten minutlichen Aenderung war (eine Annahme, die in Anbetracht des kurzen zwischen den Beobachtungen der Ruhelagen liegenden Zeitintervalls von 6 bis 10 Minuten ganz unbedenklich ist), liess sich für jeden Zeitmoment der Ablesungen der Magnetablenkungen die zugehörige Ruhelage herausrechnen.

Zur Veranschaulichung der Leistungsfähigkeit der benutzten Methode mögen jetzt die vollständigen Protocolle von 3 Versuchsreihen folgen. Die erste Versuchsreihe ist die erste, die ich an dem besten nichtmetallischen flüssigen Wärmeleiter, an Wasser, ausgeführt habe; die zweite ist die erste Versuchsreihe, die an Glycerin, einer Flüssigkeit von mittlerem Wärmeleitungsvermögen ausgeführt wurde; die letzte Tabelle enthält die letzte Versuchsreihe, die ich mit dem schlechtesten nichtmetallischen flüssigen Wärmeleiter, mit Benzin, unternommen habe.

Die erste Spalte in jeder dieser 3 Tabellen enthält die Beobachtungszeit. Die zweite Spalte giebt die Ablenkung x des Galvanometermagnets (in Mm. ausgedrückt und bereits auf Bogen reducirt), die dritte Spalte liefert die der Ablenkung x entsprechende Temperatur u der obern Grenzschicht der Flüssigkeitslamelle, die vierte Spalte ent-

hält die gewöhnlichen Logarithmen der Ablenkungen und die fünfte Spalte giebt die Differenzen der Logarithmen je zweier Ablenkungen, die um die Zeiteinheit, die Minute, von einander abstehen.

Wärmeleitung des Wassers.

Zeit	x	u	$\log x$	$\Delta \log x$
3h 2′ 0″	266.5	15.59	2.42570	0.16611
10″	251.3	14.69	2.40019	0.16567
20″	235.4	13.76	2.37181	0.16579
30″	219.9	12.86	2.34223	0.16354
40″	207.3	12.12	2.31660	0.16248
50″	193.6	11.32	2.28691	0.16208
3′ 0″	181.8	10.63	2.25959	0.16197
10″	171.6	10.04	2.23452	0.16337
20″	160.7	9.41	2.20602	0.16031
30″	150.9	8.76	2.17869	0.15916
40″	142.6	8.34	2.15412	0.16024
50″	133.3	7.80	2.12483	0.15822
4′ 0″	125.2	7.33	2.09760	0.15609
10″	117.8	6.89	2.07115	0.15628
20″	111.1	6.49	2.04571	0.15529
30″	104.6	6.12	2.01953	0.15265
40″	98.6	5.76	1.99388	0.15502
50″	92.6	5.41	1.96661	0.15571
5′ 0″	87.4	5.14	1.94151	0.15618
10″	82.2	4.78	1.91487	
20″	77.7	4.54	1.89042	
30″	73.6	4.30	1.86688	
40″	69.0	4.04	1.83886	
50″	64.7	3.80	1.81090	
6′ 0″	61.0	3.56	1.78533	

Wäre der Werth des Quotienten $\frac{k}{\varrho c}$ beim Wasser eine von der Temperatur unabhängige Grösse, so müssten die in der letzten Spalte stehenden Differenzen durch die ganze Beobachtungsreihe constant bleiben. Dieses ist durch-

aus nicht der Fall; die Werthe dieser Differenzen sinken stetig mit abnehmender Temperatur. Die Mittelwerthe dieser Differenzen während der beiden ersten, der beiden mittleren und der beiden letzten Temperaturen sind z. B.

0.16428, 0.16054 und 0.15524

Diese Aenderungen des Quotienten $\frac{k}{\varrho c}$ sind so beträchtlich und haben eine solche Richtung, dass sie aus einer Variation des Werthes ϱc, d. h. der specifischen Wärme der Volumseinheit nicht erklärt werden können; denn diese letztere Grösse wächst mit steigender Temperatur und der Coefficient der Zunahme für 1° C. ist für das benützte Temperaturintervall höchstens von der Ordnung 0.0005. Schon diese erste Beobachtungsreihe legt also die Thatsache auf das evidenteste dar, dass die Wärmeleitungsfähigkeit des Wassers mit steigender Temperatur zunimmt und zwar ganz erheblich zunimmt.

Diese erste für Wasser ausgeführte Versuchsreihe ist die unregelmässigste von allen, die ich ausgeführt habe. In allen später ausgeführten änderten sich die Differenzen der letzten Spalte bei Weitem regelmässiger. Die in dieser ersten Versuchsreihe vorhandenen Sprünge in den Differenzen der letzten Spalte rühren unzweifelhaft von kleinen unregelmässigen Schwankungen der Ruhelage des Galvanometermagnets her, die nicht controllirt werden konnten. Die der Physik im eidgenössischen Polytechnikum zugewiesenen Räume sind leider so gelegen und von solcher Beschaffenheit, dass kleine unregelmässige Schwankungen der Ruhelage eines fein gestellten Galvanometermagnets nicht verhindert werden können. In anderen, speciell für physikalische Zwecke eingerichteten Instituten wird man die benutzte Methode viel besser auswerthen können, als

mir es in unseren, auch den bescheidensten physikalischen Forderungen kaum genügenden Räumlichkeiten möglich war.

Auch aus den folgenden Versuchsreihen über die Wärmeleitung im Glycerin und Benzin lassen sich dieselben Folgerungen ziehen, die soeben für die Wärmeleitung im Wasser aus der zuerst angeführten Versuchsreihe gezogen worden sind.

Wärmeleitung des Glycerins.

Zeit	x	u	$log\, x$	$\Delta\, log\, x$
4^h 16′ 0″	325.5	19.49°	2.51255	0.08832
10″	315.2	18.87	2.49859	0.09001
20″	304.0	18.20	2.48287	0.08982
30″	294.2	17.62	2.46864	0.08933
40″	284.2	17.02	2.45362	0.08982
50″	275.0	16.47	2.43933	0.09025
17′ 0″	265.6	15.90	2.42423	0.08938
10″	256.2	15.34	2.40858	0.08843
20″	247.2	14.80	2.39305	0.08770
30″	239.5	14.34	2.37931	0.08839
40″	231.1	13.84	2.36380	0.08826
50″	223.4	13.38	2.34908	0.08710
18′ 0″	216.2	12.94	2.33485	0.08762
10″	209.0	12.51	2.32015	0.08715
20″	202.0	12.09	2.30535	0.08708
30″	195.4	11.70	2.29092	0.08707
40″	188.6	11.29	2.27554	0.08633
50″	182.8	10.95	2.26198	0.08676
19′ 0″	176.7	10.58	2.24723	0.08676
10″	171.0	10.24	2.23300	
20″	165.3	9.90	2.21827	
30″	159.9	9.57	2.20385	
40″	154.6	9.26	2.18921	
50″	149.7	8.97	2.17522	
20′ 0″	144.7	8.66	2.16047	

Die Mittelwerthe der Differenzen der letzten Spalte

für die beiden ersten, die beiden mittleren und die beiden letzten Minuten sind:

0.08959, 0.08821 und 0.08697

Wärmeleitung des Benzins.

Zeit	x	u	$log\,x$	$\Delta\,log\,x$
7ʰ 3′ 0″	223.4	14.41°	2.34908	0.05023
20″	215.0	13.87	2.33244	0.05027
40″	206.8	13.34	2.31555	0.05002
4′ 0″	199.0	12.26	2.29885	0.04965
20″	191.5	12.35	2.28217	0·04917
40″	184.3	11.89	2.26553	0.04857
5′ 0″	177.5	11.45	2 24920	0.04808
20″	171.0	11.03	2.23300	0.04774
40″	164.8	10.63	2.21696	0.04729
6′ 0″	158.9	10.25	2.20112	0.04700
20″	153.2	9.88	2.18526	0.04696
40″	147.8	9.54	2.16967	0.04713
7′ 0″	142.6	9.20	2.15412	0.04759
20″	137.5	8.87	2.13830	0.04698
40″	132.6	8.56	2.12254	0.04626
8′ 0″	127.8	8.24	2.10653	0.04508
20″	123.4	7.96	2.09132	
40″	119.2	7.69	2.07628	
9′ 0″	115.2	7.43	2.06145	

Die Mittelwerthe der Differenzen der letzten Spalte für das erste, das zweite und das letzte Drittel der Beobachtungsreihe sind:

0.04987, 0.04773 und 0.04667.

Eine ähnlich grosse Abnahme der Differenz der Logarithmen je zweier um eine Zeitminute abstehender Ausschläge des Galvanometermagnets zeigte sich im Verlaufe jeder Beobachtungsreihe und bei allen untersuchten Flüssigkeiten. Die Wärmeleitungsfähigkeit der 14 untersuchten Flüssigkeiten nimmt daher mit steigender Tempe-

ratur so erheblich zu, dass dieses Factum schon aus einer Versuchsreihe, die sich nur über ein Temperaturintervall von circa 10° hinerstreckt, in der ausgeprägtesten Weise hervortritt.

Die Annahme, die wir oben zur Entwickelung der Theorie der Versuche gemacht haben, die Wärmeleitungsfähigkeit k der Flüssigkeiten ist eine Constante, bestätigt sich also nicht. Es wäre daher jetzt nothwendig, die Theorie der ausgeführten Versuche auf Grund der Annahme zu entwickeln, dass die innere Wärmeleitungsfähigkeit k der Flüssigkeiten ebenso wie die Dichte und die specifische Wärme eine Function der Temperatur, etwa in erster Annäherung eine lineare Function der Temperatur ist. Ich habe versucht, die Theorie auf Grund dieser Annahme in möglichster Strenge zu entwickeln, bin aber bei der Ausführung der Rechnung auf Schwierigkeiten gestossen, die ich bis jetzt nicht vollkommen zu meiner Zufriedenheit heben konnte.

Ich begnüge mich daher vorläufig mit einer ersten Annäherung: ich berechne das Wärmeleitungsvermögen aus den Mittelwerthen der Differenzen der Logarithmen der um die Zeiteinheit von einander abstehenden Galvanometerausschläge und sehe in diesem Werthe einen sehr angenähert richtigen Mittelwerth des Wärmeleitungsvermögens, welcher einer Temperatur entspricht, die gleichkommt der mittleren Temperatur der Flüssigkeitslamelle.

Die folgenden Tabellen enthalten die Resultate von 89 Versuchsreihen, die ich an 14 verschiedenen nichtmetallischen Flüssigkeiten und für nahezu dieselbe mittlere Temperatur ausgeführt habe. Die Reihenfolge der untersuchten Flüssigkeiten ist nach der Intensität des Wärmeleitungsvermögens geordnet und zwar beginnt die Reihe

mit dem besten flüssigen nichtmetallischen Wärmeleiter, dem Wasser. Unter dem Namen der untersuchten Flüssigkeit befinden sich diejenigen Werthe, welche die Dichte ϱ und die specifische Wärme c derselben für die benutzte mittlere Versuchstemperatur besitzen. Darauf folgen die Mittelwerthe der Differenzen der gewöhnlichen Logarithmen der um eine Zeitminute von einander abstehenden Galvanometerausschläge und die zugehörige Mitteltemperatur der Flüssigkeitslamelle. Daran reiht sich der allgemeine Mittelwerth dieser Differenz und der dazu gehörige allgemeine Mittelwerth der Lamellentemperatur und daran schliesst sich endlich der aus diesem allgemeinen Mittelwerthe berechnete Mittelwerth des Wärmeleitungsvermögens der Flüssigkeit an. Diese letztere Grösse wurde nach der früher besprochenen Weise mittelst der Daten berechnet:

$\Delta = 0.231$ Cm.	$\varrho_1 = 8.865$	$h_1 = 0.0057$
$\Delta_1 = 1.023$ Cm.	$c_1 = 0.0932$	$\frac{F_1}{F} = 1.252$

Wasser.

$\varrho = 1.000$

$c = 1.000$

0.15786	4°.1
0.15428	4 .2
0.15537	4 .1
0.15415	4 .2
0.15738	4 .3
0.15736	4 .0
0.15521	4 .1
0.15810	4 .2
0.15677	4 .0
0.15521	4 .1
0.15619	4°.1

$k = 0.0745$

Kupfervitriollösung.

$\varrho = 1.160$

$c = 0.848$

0.14931	4°.5
0.14762	4 .2
0.15030	4 .3
0.14961	4 .7
0.14884	4 .4
0.14743	4 .2
0.14780	4 .6
0.14870	4°.4

$k = 0.0710$

In dem Falle der Wärmeleitung des Wassers ist

allerdings das Auftreten von Flüssigkeitsströmungen in Folge von Dichtigkeitsunterschieden nicht vollständig durch die Versuchsanordnung ausgeschlossen. Die anomale Variation der Dichte des Wassers zwischen 0° und 8° lässt in den unteren Partieen der Wasserlamelle während der ganzen Versuchsdauer und in der ganzen Dicke der Wasserlamelle während der letzten Stadien des Versuchs dichtere Schichten über weniger dichten entstehen. Es lässt sich indess sofort begreifen, dass wegen der sehr geringen Differenz der Wasserdichten zwischen 0° und 8° — dieser Unterschied beträgt nur 0.0001 des Mittelwerths der Dichte dieses Temperaturintervalls —, wegen der sehr grossen Zähigkeit des Wassers in diesen niederen Temperaturen und wegen der sehr geringen Dicke der benutzten Wasserlamelle eine irgend erhebliche Flüssigkeitsströmung nicht zu Stande kommen und mithin auch die durch Strömungen bewirkte Modification des Vorganges der Wärmeleitung nur eine ganz geringe sein kann. Dass dieses in der That der Fall ist, liess sich mit aller Schärfe experimentell darlegen. Ganz verdünnte wässerige Salzlösungen, wie äusserst schwach concentrirte Lösungen von Kochsalz und Zinkvitriol, welche keine anomale Variation der Dichte zwischen 0° und 8° besitzen, zeigten Werthe für das Wärmeleitungsvermögen, die so gut wie vollständig genau mit dem gefundenen Wärmeleitungsvermögen des Wassers übereinstimmten.

Zinkvitriollösung.

$\varrho = 1.134$
$c = 0.861$

0.15198	4°.6
0.15172	4 .7
0.14827	4 .5
0.14707	4 .4
0.14974	4 .5
0.14797	4 .5
0.14946	4°.5

$k = 0.0711$

Zinkvitriollösung.

$\varrho = 1.272$
$c = 0.765$

0.14551	4°.7
0.14749	4 .5
0.14665	4 .3
0.14716	4 .4
0.14570	4 .5
0.14690	4 .4
0.14650	4°.5

$k = 0.0698$

Zinkvitriollösung.

$\varrho = 1.362$
$c = 0.706$

0.14764	4°.7
0.14533	4 .5
0.14377	4 .6
0.14544	4 .5
0.14511	4 .4
0.14442	4 .5
0.14529	4°.5

$k = 0.0691$

Kochsalzlösung.

$\varrho = 1.178$
$c = 0.800$

0.14671	4°.3
0.14822	4 .4
0.14783	4 .5
0.14837	4 .4
0.14671	4 .2
0.14638	4 .5
0.14737	4°.4

$k = 0.0692$

Glycerin.

$\varrho = 1.220$
$c = 0.605$

0.08802	6°.7
0.08828	6 .4
0.08718	6 .2
0.08793	6 .2
0.08884	6 .5
0.08744	6 .4
0.08795	6°.4

$k = 0.0402$

Alkohol.

$\varrho = 0.795$
$c = 0.566$

0.06592	5°.1
0.06651	4 .9
0.06607	5 .2
0.06631	5 .3
0.06670	5 .4
0.06542	5 .3
0.06615	5°.2

$k = 0.0292$

Schwefelkohlenstoff.

$\varrho = 1.271$
$c = 0.254$

0.05988	5°.5
0.05924	5 .4
0.05842	5 .2
0.05849	5 .3
0.05931	5 .6
0.05910	5 .5
0.05907	5°.4

$k = 0.0250$

Aether.

$\varrho = 0.728$
$c = 0.520$

0.05667	5°.4
0.05701	5 .5
0.05535	5 .2
0.05625	5 .3
0.05582	5 .3
0.05679	5 .5
0.05631	5°.4

$k = 0.0243$

Olivenöl.

$\varrho = 0.911$

$c = 0.471$

0.05412	6°.8
0.05505	6 .7
0.05390	6 .8
0.05401	6 .5
0.05435	6 .5
0.05471	6 .6
0.05436	6°.6

$k = 0.0235$

Chloroform.

$\varrho = 1.485$

$c = 0.233$

0.05194	6°.5
0.05116	6 .2
0.05148	6 .3
0,05165	6 .6
0.05098	6 .4
0.05142	6 .3
0.05127	6°.4

$k = 0.0220$

Citronenöl.

$\varrho = 0.818$

$c = 0.438$

0.05057	5°.4
0.05060	5 .6
0.04939	5 .4
0.04996	5 .3
0.05113	5 .7
0.04917	5 .1
0.05001	5°.4

$k = 0.0210$

Benzin.

$\varrho = 0.701$

$c = 0.381$

0.04794	5°.2
0.04821	5 .0
0,04722	5 .3
0.04780	4 .9
0.04753	5 .2
0,04792	5 .1
0.04777	5°.1

$k = 0.0200$

(Fortsetzung folgt im nächsten Heft.)

Notizen.

Ueber ein Gewitter im Visperthal am Abend des 22. Juli 1878. Seit mehreren Tagen einer drückenden schwülen Hitze, erwartete man mit Sehnsucht aus den im Westen hochaufgethürmten Wetterwolken einen erfrischenden Regen — aber der tückische NE. Wind rollte die vordringenden Wolken immer zurück und zerriss dieselben. Aus den gewaltsam zerstückelten Wolken entstanden oft die seltsamsten Figuren und Fratzen, sodass man die Kobolde der Gespenstergeschichten gewiss nicht besser zeichnen könnte. — Am 22. Abends hörte man anfangs nur das Murren ferner Donner. Von 1/2 8 — 1/2 9 sah man aus den finstern Wolken in der Gegend von Zermatt in kurzen Pausen ein starkes feuriges Aufzucken der Blitze, denen ein langsames Donnern folgte; dies dauerte ungefähr 3/4 Stunden so fort. Allmälig wurde es immer stärker und stärker. Die Donner wiederhallten schon näher und schneller. Das Blitzen schien mir jetzt wie hochaufblitzende Pulverminen vorzukommen. Ein Beweis, dass das Ungewitter heranrückt und uns einen Besuch abstatten wird. Die Luft wurde jetzt mit finstern Wolken verhüllt. Einzelne starke Windstösse, mit groben Hagelkörnern vermischt, die hell an den Fensterscheiben klirrten, stürmten jetzt daher, und hatten, ohne um Erlaubniss zu fragen, Thüren und Balken aufgerissen und zugeschlagen. Das Rauschen eines Sturmregens kündigte uns die Ankunft des gefürchteten Gastes an. Alle Augenblicke fuhren jetzt kürzere oder längere Blitzstreifen, bald im rothen, bald im blauen und gelben Lichte im Zickzack durch die Luft. Das Wetter wurde jetzt immer wilder und aufbrausender. Jemand von unsern Hausleuten war auf der Strasse und schon längst vergebens erwartet. Mein Gott, wenn bei solchem Ungewitter ihr doch im Walde kein Unglück begegnet, dachte ich! Mir war so wehe und angst ums Herz, es möchte irgendwo Unglück geben, dass ich bald an dies,

bald an jenes Fenster eilte, und sorgsam in das tobende Gewitter hinausschaute, und still aufhorchte, ob ich nicht den Ton eines herantappenden Fusstrittes, aus der rabenschwarzen Nacht, die auf Augenblicke durch blendende Blitze schrecklich beleuchtet wurde, vernehmen könnte. Die Blitze zeigten jetzt in kürzesten Pausen ihr schrecklich geröthetes Antlitz. Hier schien es, als wenn mächtige Strohfeuer aufflackerten, dort sprühte der Himmel oft in förmlichen Flammen. Manche Blitze waren so gross, dass sie taghell die fernsten höchsten Bergspitzen überstrahlten. Oft warfen die Blitze ihre feurigen rothen Ruthen in seltsamem Zickzack, von einem Berg zum andern, und stürzten eben so prachtvoll, mit einem Boden erschütternden Donnerknall, von den Gebirgshöhen, hell um sich leuchtend, in die schwarzen Abgründe der Thäler. Bald öffnete der Wetterhimmel seinen feurigen Rachen und es stürzten aus den wild zerrissenen schwarzen Gewölken, ganze Garben von Blitzen, wie feurige Schlangen heraus, die überall in schrecklichen Krümmungen hinschlängelten. Der einzelne Bergmann, die Gefahr weniger kennend, vertraut auf seiner Reise auf Gott, und schlägt ein Kreuz, und tappet in dem Rabendunkel, mit einem herzlichen Gebetseufzer, muthig weiter, wenn ihm auch diese rothen Schlangen ganz nahe kommen, und ihn mit zischendem Getöse umkreisen. Bei dem schrecklichen Hell- und Fernsehen der Blitzeleuchten ist es etwas Erhabenes, die riesenhaften grauen Felswände von St. Nikolaus von den sie umgebenden Abgründen schauervoll schattirt und die gen Himmel ragenden Riesenpyramiden der Hochgebirge wie verklärt in dieser entsetzlichen Beleuchtung zu sehen. Aber zu diesem Schauspiel passt auch die Musik. Das anhaltende Rollen des Donners, das bald wie das Knattern des Kleingewehrs, bald im Donnergetöse der Kanonen sich äusserte, dauerte fast ohne Unterbrechen fort. Der vom Wind gepeitschte Regen, das Getöse des Ungewitters, das starke Rauschen der Wasser, kann wohl mit einem Meeressturm verglichen werden. Auch hier schien die ganze Natur im Zorn und Aufruhr zu sein — und gieng endlich ohne weitere nachtheilige Folgen um 11 Uhr mit seinem majestätischen Schauspiel und Orchester zu Ende. Ungeachtet um diese Zeit auch der so gefährliche Morjelensee

soll ausgebrochen sein, so hörte ich doch nicht, dass bedeutender Schaden verursacht worden sei. In den 22 Jahren, so ich auf Grächen war, erinnere ich mich nicht, jemals ein solches Ungewitter erlebt zu haben. Gewiss haben die Blitze an vielen Orten eingeschlagen, dass man aber glücklich davon kam, und weder Wald- noch Häuserbrand entstand, haben wir nächst Gott, den Hochgebirgen zu verdanken, die uns gewiss viele Wundmale von den Pfeilen Jupiters aufzuweisen hätten. — Gott erhalte die freien schützenden Schweizerberge!

[M. Tscheinen].

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Hauptversammlung vom 26. Mai 1879.

1. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt in Verhinderung des Herrn Quästors die Rechnung vor:

Einnahmen.	Fr.	Cts.	Ausgaben.	Fr.	Cts.
Restanz von 1877 .	74970	07	Bücher	2589	05
Jahreszinse . . .	3028	50	Buchbinder . . .	466	—
March u. Verzugszinse	160	05	Neujahrsstück . .	393	72
Eintrittsgelder . .	120	—	Vierteljahrsschrift .	2763	60
Jahresbeiträge . .	2335	—	Katalog	—	—
Neujahrsstück . .	272	10	Miethe, Heizung etc.	180	—
Kataloge	24	—	Mobilien	—	—
Vierteljahrsschrift .	185	83	Besoldung	500	—
Legate	200	—	Verwaltung . . .	387	45
Beiträge (Stadt und Museum) . . .	820	—	Steuern	—	—
Allerlei (Referate der N. Z. Z.)	80	—	Passivzinse . . .	—	—
			Allerlei	—	—
Summa:	82175	75	Summa:	7279	82

Wenn von den Einnahmen von	82175 Fr. 75 Cts.
abgezogen werden die Ausgaben von	7279 „ 82 „
so bleibt als Uebertrag auf 1879	74895 „ 93 „
Er betrug auf 1878	74970 „ 07 „
Somit ergibt sich ein Rückschlag von	74 Fr. 14 Cts.

Die Rechnung wird auf Antrag des Comité genehmigt unter bester Verdankung gegen den Quästor, Herrn Caspar Escher-Hess im Brunnen für die gehabte Mühe.

2. Herr Mousson-May erklärt seinen Austritt aus der Gesellschaft.

3. Es wird angezeigt, dass für Herrn Mousson-May, Herr Dr. v. Muralt durch das Comité in die Oekonomiecommission gewählt worden sei.

4. Bericht des Herrn Bibliothekars Dr. Horner über die Bibliothek:

Aus der Jahresrechnung haben Sie erfahren, dass im vorigen Jahre 2589 Fr. 05 Rp. für Bücher ausgegeben worden sind, von welcher Summe aber nur 217 Fr. 95 Rp. für neuere Anschaffungen, das Uebrige aber für die Fortsetzungen in Anspruch genommen wurden. Diese 217 Fr. 95 Rp. vertheilten sich unter die einzelnen Fächer folgendermaassen: für botanische Werke wurden ausgegeben 26 Fr. 55 Rp., für geologische 96 Fr. und für Reisebeschreibungen 95 Fr. 40 Rp. Das Verzeichniss dieser Anschaffungen liegt bei der Rechnung. Glücklicher Weise erhielt die Bibliothek auch im verflossenen Jahre wieder einen sehr bedeutenden Zuwachs durch den Schriftenaustausch mit andern Gesellschaften, denen wir dagegen unsere Vierteljahrsschrift übersenden. Gegenwärtig sind wir mit 185 Gesellschaften in Tauschverbindung und jedes Jahr vergrössert sich die Zahl derselben. — An Büchergeschenken erhielt die Gesellschaft 32 Nummern von den nachstehenden Personen, Gesellschaften und Behörden:

1. Von der Redaction der Alpenpost.
2. „ Herrn Prof. Dr. Baltzer.
3. „ dem Eidgenössischen Baubureau.
4. „ „ Bureau géologique de la Suède.
5. „ „ Eidgenössischen Eisenbahn- und Handelsdepartement.
6. Von dem Herrn Professor Alphons Favre.
7. „ der Eidgenössischen geologischen Kommission.
8. „ Herrn Byers, Consul of the U. S. of America.
9. „ „ Choffat.
10. „ „ Prof. Fliegner.

11. Von dem Friesischen Fond.
12. „ der Technischen Gesellschaft in Zürich.
13. „ Herrn Prof. Heim.
14. „ „ Dr. Hilfiker.
15. „ „ Dr. Kaltbrunner.
16. „ „ Prof. Karsten in Schaffhausen.
17. „ „ Prof. Kölliker in Würzburg.
18. „ dem Observatorium in Edinburg.
19. „ Herrn Prof. Plantamour in Genf.
20. „ „ Prof. Schär.
21. „ „ Dr. Schindler.
22. „ „ Dr. Schoch.
23. „ „ Director Struve.
24. „ „ Dr. Struckmann.
25. „ „ Prof. Rud. Wolf.
26. „ dem Statistischen Bureau in Zürich.

Allen diesen Geschenkgebern drücken wir hiemit den verbindlichsten Dank unserer Gesellschaft aus. — Hier mag es auch am Platze sein, noch dem Herrn Professor Wolf die grosse Mühe zu verdanken, welche derselbe auch das verflossene Jahr wieder mit der Redaction unserer Vierteljahrsschrift hatte. Es ist der Reihenfolge nach der dreiundzwanzigste Jahrgang.— Zur Beurtheilung der Benutzung der Bibliothek theilen wir mit, dass das Jahr hindurch 1040 Empfangscheine für ausgeliehene Bücher ausgestellt worden sind, beinahe 100 mehr als 1877. — Das Manuscript für den neuen Katalog rückt immer vorwärts, so dass wir hoffen, noch im Laufe dieses Jahres mit dem Drucke des Kataloges beginnen zu können. — Schliesslich wird es von Interesse für Sie sein, schon jetzt zu erfahren, dass, auf unser Ansuchen hin, die h. Regierung der Gesellschaft für das Jahr 1879 das verdankenswerthe Geschenk von 500 Fr. gemacht hat.

Der Bericht, sowie die Mühewaltung des Herrn Bibliothekars werden vom Präsidenten Namens der Gesellschaft bestens verdankt.

5. Der hier folgende Bericht des Aktuars über die Geschäfte von der Hauptversammlung vom 27. Mai 1878 bis und mit der Sitzung vom 17. März 1879, wurde wegen Verhinde-

rung der Ausfertigung nicht vorgelegt und folgt hier nachträglich:

In 12 Sitzungen wurden 12 Vorträge gehalten von den Herren Prof. H. F. Weber, Prof. Heim, Dr. C. Keller, Prof. V. Meier, Prof. H. F. Weber, Prof. Cramer, Prof. Eberth, Prof. Schultze, Prof. Wolf, Dr. Asper, Prof. Schär, und 17 kleinere Mittheilungen und Vorweisungen gemacht von den Herren Prof. Hermann (2), Prof. H. F. Weber, Prof. Luchsinger, Prof. Schär (2), Prof. Fritz, Dr. Keller, Prof. Escher, Prof. Lunge, Prof. Cramer, Optiker Ernst, Prof. Fliegner, Prof. Heim (2), Prof. Ch. Mayer, Dr. Asper. Als ordentliche Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen die Herren Prof. Dr. Huguenin, Assistent Karl Schröter, Dr. Hans Meyer, im Ganzen 3 Mitglieder. — Ausgetreten sind die Herren Ingenieur Möllinger und Prof. Moritz Schröter, im Ganzen 2 Mitglieder. — Durch den Tod verlor die Gesellschaft meines Wissens 1 Mitglied, Herrn Prof Menzel. Somit haben wir jetzt 164 ordentliche Mitglieder, 33 Ehrenmitglieder und 12 correspondirende Mitglieder.

6. In der Comitésitzung vom 12. Mai 1879 wurden wieder Mittel und Wege besprochen um die Finanzen zu verbessern und die Frequenz zu erhöhen. Vorgeschlagen waren Abschaffung oder Ermässigung der Eintrittsgelder, und die Aufnahme temporärer Mitglieder mit halbjährigem Beitrag von 10 Fr. Die Oekonomicommission, welcher die Sache vorgelegt wurde, beantragt keine Aenderungen eintreten zu lassen, welcher Antrag auch genemigt wurde.

7. Auf Antrag des Herrn Prof. Hermann wird beschlossen, die Anzeigen der Sitzungen jedesmal am schwarzen Brette beider Hochschulen anzuschlagen. — Die Gesellschaft erklärt sich ferner damit einverstanden, dass im Winter in zwei oder drei Sitzungen Referate über die Fortschritte in den verschiedenen Zweigen der Wissenschaft gegeben werden und überlässt dem Präsidium die Wahl der Referenten.

8. Die Herren Gottfried Ammann, Sekundarlehrer in Richtersweil, und Joh. Keller, I. Assistent für darstellende Geometrie am Polytechnikum, melden sich zur Aufnahme als ordentliche Mitglieder der Gesellschaft.

9. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung eingegangene Bücher vor:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Kölliker in Würzburg.

Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. XXXII. 2. und Reg. 16—30.

Von der Familie des Verfassers James Henry.

Aeneidea. 2 vol. 8 Kond, Dubl.

Von HH. E. Plantamour et M. Löw.

Détermination télégraphique de la diff. de longit. entre Genève et Strasbourg.

B. Als Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Proceedings of the London math. soc. 138—140.
Bulletin de l'académie des sciences etc. de Belgique. T. XLI à XLVI.
Annuaire de l'académie des sciences de Belgique. 1877—79.
Jahreshefte des Vereins für vaterländ. Naturkunde in Württemberg. Jhrg. 35.
Bericht 11 des naturhist. Vereins in Passau. 1875—77.
Verhandlungen der physikal.-medic. Gesellschaft in Würzburg. XIII. 3. 4.
Verhandlungen des naturforsch. Vereins in Brünn. Bd. 16.
Monatsbericht der K. Preuss. Akad. Dec. 1878. 1879. 1. 2.
Proceeding of the Geogr. soc. T. 4. 5.
Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft in Leipzig. XIV. 1.
Bulletin de la soc. Imp. des naturalistes de Moscou. 1878. 3.
Verhandlungen des Vereins für naturwissensch. Unterhalt. zu Hamburg. Bd. III.
Abhandlungen herausgegeben vom naturw. Verein zu Bremen. Bd. VI. 1.
Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft. XII. 5—7.
Proceedings of the R. Irish. Acad. Vol. III. Ser. II. 2.
Mittheilungen der Gesellschaft des Ackerbaues in Brünn. XXXVIII.

Atti della R. accademia dei Lincei. III. III. 3. 5.
Rigaische Industrie-Zeitung. 1879. 1—3—5. 6. 7.
Berichte über die Verhandlungen der naturf. Gesellschaft zu Freiburg. B. VII. 3.
Mittheilungen des naturw. Vereins f. Steiermark. 1878.
The transactions of the R. Irish academy Science. Vol. XXVI. 6—17. Polite litt. 1.
Astronomische Beobchtungen zu Mannheim. Abth. 3.
Notizblatt des Vereins für Erdkunde. Folge III. 17.
Oversigt over det K. Danske Videnskabernes Selskabs forhandlinger. 1878. 2. 1879. 1. 3. 8.
Bulletino della soc. di scienze nat. di Palermo. Nr. 11. 12. 1879.
Mittheilungen der schweiz. Entomolog. Gesellschaft. V. 6.
Bulletin de la soc. math. de France. VII. 2. 3.
Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt. 1879. 1. Verhandlungen 1- 6.
Zeitschrift der österreich. Gesellschaft für Meteorologie. 1879. April. Mai.
Verhandlungen der zool. bot. Gesellsch. in Wien. Bd. 28.
Proceedings of the zoolog. soc. of London. 1878. IV.
Journal of the R. geolog. soc. of Ireland. V. 1.
Stettiner entomologische Zeitung. 1879. 4—6.
Meteorologisch-phänolog. Beobach. 1878 des Fulda-Vereins.

C. Von Redactionen.

Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft. 1879. 1—11.
Naturforscher, der. Nr. 14—16.
Technische Blätter. X. 2.

D. Angekauft.

Hartwig, R. Der Organismus der Radiolarien. 4. Jena. 1879.
Transactions of the zoolog. soc. of London. X. 10. 11.
Loango-Expedition. 2. Abth.
Pfeiffer, L. Novitates conchologicae. Abth. I. 58—62.
The transactions of the entomological soc. 1878. 5. 1879. 1.
Annalen der Chemie. 196. 1. 2.
Botanische Abhandlungen. Herausg. v. Hanstein. IV. 1.

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. Heft 2.
Berliner astronom. Jahrbuch für 1881.

10. Herr Dr. Asper zeigt zwei lebende Axolotle, die ihm von Herrn Prof. Karl Vogt in Genf in freundlichster Weise überlassen wurden. Diese merkwürdigen Molche Mexikos haben grosse Verwandtschaft mit den Wassersalamandern unserer Gegenden. — Drei Paare baumförmiger Kiemen, die unmittelbar hinter dem Kopfe sich finden, der schmale, in eine breite Flosse endigende Leib, an welchem die schwachen Beinchen als blosse Anhängsel erscheinen, erinnern daneben lebhaft an die Fische. — Zur Vergleichung weist der Vortragende drei Entwicklungsstadien unserer Wassersalamander vor, welche zeigen, dass die Axolotle einem Larvenstadium dieser Thiere entsprechen. Es wird endlich darauf aufmerksam gemacht, dass auch die Axolotle unter Umständen diese Larvengestalt verlieren und in ein ganz anders aussehendes Thier sich verwandeln, das in seiner Gestalt unserm Erdsalamander auffallend ähnlich sieht. Es ist auch gelungen, die jungen Axolotle durch Einsetzen in seichtes Wasser zu zwingen, ihre Kiemen abzuwerfen und so dieselbe schnelle Verwandlung zum lungenathmenden Thier zu vollziehen, wie wir sie bei unsern Wassersalamandern beobachten.

11. Herr Dr. Keller demonstrirt eine Anzahl mariner Thierformen, welche von ihm im Golfe von Neapel gesammelt worden sind. Dieselben sind Repräsentanten der sog. pelagischen Fauna und zeigen auch im conservirten Zustande den eigenthümlichen Charakter der im offenen Meere lebenden Formen, nämlich eine auffallende Durchsichtigkeit ihrer Gewebe. In der Osmiumsäure, bei kurzer Einwirkung und in sehr verdünnten Lösungen angewendet, findet sich ein Mittel, diese thierischen Gewebe soweit zu erhärten, dass eine nachherige Aufbewahrung in Alkohol möglich ist. In dieser Weise liessen sich zarte Medusen, wie Geryonia hexaphylla, Charybdaea, Rhizostoma Cuvieri, sogar die vergänglichen Rippenquallen, wie Cestus Veneris und ganze Ketten von Salpen aufbewahren.

12. Herr Prof. Heim weist das vierte von ihm im verflossenen Winter angefertigte geologische Relief vor. Dasselbe stellt die verschiedenen Typen der Meerküsten dar. Einerseits sehen wir die zerhackten Klippen einer vom Meere unterspülten Steilküste, andererseits Dünenketten, welche landeinwärts wandernd die Binnenwasser zu Lagunen zurückstauen und die Dorfschaften und Felder mit Sand überschütten.

B. Sitzung vom 23. Juni 1879.

1. Die Herren Sekundarlehrer Ammann in Richtersweil und Assistent Keller werden einstimmig als ordentliche Mitglieder der Gesellschaft aufgenommen.

2. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende neu eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von dem Friesischen Fond.

Topographischer Atlas der Schweiz. XIII. XV.

Vom Hrn. Verfasser.

Wolf, Rud. Geschichte der Vermessungen in der Schweiz. 4. Zürich. 1879.

Von Herrn Prof. Kölliker in Würzburg.

Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Herausg. von L. v. Siebold und A. v. Kölliker. XXXII. 3.

Von dem Herrn Verfasser.

La Harpe, Ph. de. Notes sur les Nummulites. 8. Paris. 1877.

La Harpe, Ph. de. Note sur les Nummulites des Alpes occidentales. 8. Lausanne. 1877.

La Harpe, Ph. de. Note sur la géologie des environs de Louèche-les-bains. 8. Lausanne. 1877.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Annales de l'observatoire Royal de Bruxelles. T. I. II. 1878. 1879.

Annuario della società dei naturalisti in Modena. XIII. 1. 2.
Annuaire de l'observatoire royal de Bruxelles. 1878. 1879.
Berichte des naturwissensch.-medic. Vereins in Innsbruck. VIII. 3.
Sitzungsberichte d. math. phys. Klasse d. Akad. in München. 1879. 1.
Monatsberichte der K. Preuss. Akademie d. Wissenschaften zu Berlin. 1879. X. 3–5.
Abhandlungen d. math. phys. Klasse d. K. Bayerischen Akademie. XIII. 2.
Baeyer, Ad. Ueber die chemische Synthese. 4. München. 1878.
Jahrbücher der k. k. Centralanstalt für Meteorologie. Bd. XIII.
Zeitschrift der Oesterreichisch. Gesellschaft für Meteorologie. XIV. 6.
Atti della R. Accademia dei Lincei. Vol. III. 6.
Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft. XIV. 2.
Jahresbericht des Mannheimer Vereins für Naturkunde. 41 bis 44.
Jahresbericht des naturwissenschaftlichen Vereins für Lüneburg. VII.
Proceedings of the R. geograph. society. Vol. I. 6.
Jahrbuch des naturhistorischen Landesmuseums. XIII.
Mittheilungen der Schweizerischen Entomolog. Gesellschaft. V. 8.
Jahresbericht 27 und 28 der naturhistorischen Gesellschaft zu Hannover.
Proceedings of the London math. soc. 141. 142.

C. Von Redactionen.

Berichte der deutschen chem. Gesellschaft. XII. 8. 9.
Technische Blätter. 1879. 1.

D. Anschaffungen.

Philosophical transactions of the R. society. 1878. 2.
Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der Mathematik. Bd. II. 5.
Annalen der Chemie. 196. 3. 197. 1.

Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Halle. XIV. 3.

Hanley, Sylv. Catalogue of recent bivalve shells. 8. London. 1842—56.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie. 1877. 3.

3. Herr Prof. Heim hält einen Vortrag „über die Untersuchung der Erdbeben und deren bisherige Resultate.“ Der Erdbebenbeobachtung stellen sich physikalische Schwierigkeiten in den Weg, welche in dem unerwarteten Eintritt und dem raschen Vorbeigehen der Erscheinung beruhen und ferner moralische, indem die fieberhafte Erregung, welche ein stärkeres Erdbeben erzeugt, die klare Beobachtung sehr erschwert. In erdbebenreichen Distrikten lässt sich sogar ein allgemeiner Einfluss auf die Entwicklung des Menschengeistes in dem Sinne erkennen, dass die aufgeregte Phantasie das Denken überwuchert und gefangen hält. Ohne auf die beobachteten Erscheinungen bei den Erdbeben erst einzugehen, bespricht der Vortragende die Versuche zur Lösung der Frage nach den Ursachen der Erdbeben. Zuerst versuchte man auf dem Wege der Statistik vorzugehen. Man fand, dass die Erdbeben in der Nacht etwas häufiger als bei Tag, im Herbst und Winter etwas häufiger als im Frühling, in der Mondnähe etwas häufiger als in der Mondferne, bei Vollmond und Neumond häufiger als zu andern Mondsphasen sind etc.; man beobachtete, dass oft mit den Erdbeben ein starkes Fallen des Barometers oder der Temperatur zusammentrifft. Allein alle diese Dinge konnten zu keiner Erklärung führen, denn die Zahlen zeigten zu deutlich, dass es sich hierbei nicht um bedingenden ursächlichen, sondern höchstens um einen Zusammenhang im Sinne etwelcher Erleichterung im Eintritt des Bebens handeln kann. Den Anschauungen der entsprechenden Zeiten gemäss hielt man die Erdbeben bald für „Fluctuationen der Dämpfe unter der Erdrinde“, bald für „versuchte Eruptionen“, für „unterirdische Gewitter“, für „unterirdische Höhleneinstürze“, für „Folge der Fluth und Ebbe des flüssig gedachten Erdkernes“, für Folge der Wirbelwinde und Witterung“ etc., ohne diese Bezeichnungen auf strenge Untersuchungen gründen zu können. Der Erdbebenstatistik wollen wir noch einige Zahlen

über die Häufigkeit der Erdbeben entnehmen: 1850—57 zählte man im Ganzen 4620 Erdbeben, von denen die Mehrzahl aus einer ganzen Reihe einzelner Stösse bestand; davon fielen 1005 Beben an 582 verschiedenen Tagen auf die Alpen westlich des Rheines, 81 Beben an 68 verschiedenen Tagen auf die Ostalpen. Zeitweise sind lokale Beben in einzelnen Gegenden sehr häufig. Durchschnittlich finden täglich etwa 2 Erdbeben statt; die Zahl der Stösse im Tag ist noch weit grösser. Die ganze Erde befindet sich somit in beständigem Zucken, Schieben und Zittern, das bald im einen, bald in einem andern Stück der Erdrinde sich geltend macht. Die Häufigkeit der Erdbeben erschwerte die objektive Deutung der Statistik, weil für jede Theorie eine Menge von zustimmenden Erdbeben zu finden sind. Die ersten, welche mit physikalischen Berechnungen die Erdbeben in Angriff zu nehmen versucht haben, sind Jul. Schmidt in Athen, dann die Engländer Hopkins und Mallet, Seebach in Göttingen, Lasaulx in Bonn. Ausser diesen beschäftigten sich noch Viele mit eingehenden Erdbebenuntersuchungen, ich erwähne von denselben bloss noch die österreichischen Geologen Suess, Höfer, Hoernes, ferner Credner in Leipzig und Falb. — Mallet hat gefunden, dass die Lage der Risse in den Mauern, welche bei einem Erdbeben in der Nähe von Neapel entstanden waren, eine gesetzmässige war, und hat aus derselben die Tiefe des Erschütterungsherdes zu bestimmen gesucht. — Seebach wendete ein anderes Prinzip an. Die Erschütterung tritt nicht an allen Stellen gleichzeitig ein. Zuerst wird sie senkrecht über dem Erschütterungsherde empfunden; diesen Punkt nennen wir das Epicentrum des Erdbebens. Von da an breitet sie sich allseitig aus. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit an der Oberfläche ist in der Nähe des Epicentrums am grössten und nimmt von da an allmälig ab, bis sie der wirklichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erschütterungen im Boden selbst gleich kommt. Je tiefer der Stossherd, um so schneller, je weniger tief um so weniger schnell pflanzt sich die Erschütterung an der Oberfläche in der Nähe des Epicentrums im Vergleich mit den entfernteren Theilen des Schüttergebietes fort. Kennt man den genauen Zeitpunkt, an dem die Erschütterung an vielen verschiedenen

Oberflächenpunkten eingetreten ist, so lässt sich daraus Lage und Tiefe des Erschütterungsherdes berechnen. Auf solche und ähnliche Weise wurde die Tiefe des Erschütterungsherdes bei verschiedenen Erdbeben bisher zu $1^1/_2$ bis höchstens 5 geographische Meilen gefunden. Allein diese Rechnung beruht auf drei Hypothesen, die mit der Wirklichkeit in Widerspruch stehen:

1) Der Stossherd sei ein Punkt, währenddem der Stoss meistens von einer oft ausgedehnten Fläche ausgeht, die verschieden liegen kann.

2) Sie lässt eine gewiss meistens vorkommende dauernde Verschiebung ganz ausser Acht.

3) Sie nimmt an, dass die Erschütterung sich mit einer gleichförmigen Durchschnittsgeschwindigkeit durch das Gestein fortpflanze, währenddem Fälle bekannt sind, wo die Erschütterung doppelt so schnell als der Schall durch die Luft das Gestein durchläuft, andere wo sie fast nur halb so schnell als der Schall ist.

Jede systematische Untersuchung eines Erdbebens muss, wie es Seebach versucht hat, darauf ausgehen, Lage und Form des Erschütterungsherdes zu bestimmen. Dies kann geschehen:

1) Durch Zeitbestimmungen. Verbinden wir auf einer Karte jeweilen die Punkte mit einander, welche gleichzeitig erschüttert wurden, so erhalten wir concentrische Kurven, welche den Erdbebenherd umfahren und in seiner Form mehr oder weniger genau umzeichnen. Die Schwierigkeit liegt in den Zeitbestimmungen. Die Sternwartenuhren sind zu spärlich gesäet, die Telegraphenuhren gehen meistens in Folge ungenügender Behandlung nicht genau genug, denn es handelt sich hier um zuverlässige Bruchtheile einer Minute. Man sucht gegenwärtig nach zuverlässigen Mitteln und Apparaten zur Zeitbestimmung. Die Theorie ist gut, die Praxis genauer Zeitbestimmung an möglichst vielen Punkten aber noch nicht gelöst.

2) Durch Stossstärken. Verbindet man alle Orte gleicher Stossstärke, so erhält man eine ähnliche Kurvenschaar, wie durch die Zeitbestimmung und kann aus derselben Lage und

Form des Erschütterungsherdes bestimmen. Zur Stossstärkenbestimmung leisten zahlreiche verschiedene Apparate, welche in grosser Zahl aufzustellen sind, vortreffliche Dienste; aber auch die vielen Angaben, welche ein der Wissenschaft gerne dienstbares Publikum über die Wirkungen des Bebens, das sie beobachtet haben, uns machen, können vortrefflich in dieser Weise verwerthet werden.

3) Durch Stossrichtungen. Trägt man die beobachteten Stossrichtungen auf einer Karte ein, und verlängert sie, so schneiden sie sich im Gebiete, unter welchem der Herd liegt — bald mehr in einem Punkte, bald mehr in einer Zone. Wichtiger zur Richtungsbestimmung als das oft irre geleitete Gefühl sind Angaben über die Richtung, in welcher Tableaux an der Wand, Hängelampen oder die Flüssigkeit in Gefässen schwankte; die Richtung, nach welcher Gegenstände umgefallen oder verschoben worden sind etc. Messende Apparate können gute Dienste leisten. — Stets bedürfen wir zu den Herdbestimmungen einer grosen Zahl von Beobachtungen, wie sie nur unter kräftiger Mithülfe unserer Freunde im Publikum zu erhalten sind. Ein möglichst einfacher, keiner Unterhaltungssorgfalt bedürfender, wohlfeiler, registrirender Apparat, der in einer grossen Zahl von Exemplaren aufgestellt werden könnte, ist bis jetzt noch nicht in befriedigender Weise erfunden worden. — Unterdessen haben italienische und österreichische Geologen eine Menge von neuen Beziehungen der Erdbeben zu den schon vorhandenen Verschiebungen (Dislokationen) in der Erdrinde gefunden. Auch frühere Beobachtungen weisen auf solche hin. Wir nennen kurz die folgenden Erscheinungen:

1) In den Alpen und dem Appennin gibt es Querbeben, welche zonenförmig quer durch das Gebirge hindurch sich verbreiten und Längsbeben, welche zonenförmig längs den Ketten sich hinziehen. Der Herd der Querbeben fällt mit einer quer durch das Gebirge gehenden schon längst vorhandenen Verschiebungsfläche zusammen, derjenige der Längsbeben mit den Faltenbrüchen und Faltenstauungen der Erdrinde im Gebirge.

2) Die Stellen stärkster Erschütterung verschieben sich innerhalb einer Bebenperiode in bestimmter Richtung auf der Verschiebungsfläche, welche bei Querbeben quer durch die Gebirgsketten, bei Längsbeben den Ketten entlang geht (Suess).

3) Erdbeben sind in Gegenden am häufigsten, in welchen noch in jüngster Zeit starke Niveauschwankungen, besonders Hebungen, beobachtet worden sind (Sizilien, Westküste von Südamerika etc.)

4) Die Erdbeben sind oft von dauernden Lagerungsveränderungen in der Erdrinde begleitet. Es sind in dieser Richtung beobachtet worden:

a. Plötzliche Hebungen an Küsten sehr häufig.
b. Plötzliche Senkungen an Küsten ziemlich häufig.
c. Spalten im Boden in gesetzmässiger Anordnung meistens parallel zu den Ketten.
d. Horizontalverschiebungen (in Calabrien, 1783, wurde ein Landstrich mit ca. 100 Häusern um 1/2 Meile verschoben und in der Stadt Catanzaro wurden die Quartiere ganz verstellt.
e. Vertikalverschiebung an Spalten, meistens indem jeweilen der Spaltenrand auf der gleichen Seite gegenüber dem andern gesenkt erscheint.
f. Aufwerfen von Hügelketten (bei Sindree 1819 der Ullah-Bund, ferner einmal in Deutschland).

5) Die Gebiete mit ungestörten Schichtlagen (Russland etc.) werden nur sehr selten von Erdbeben betroffen, die gefalteten Gebiete der Erdrinde sehr oft. Die grosse Mehrzahl mitteleuropäischer Erdbeben z. B. fällt auf Appennin und Alpen.

Diese Punkte alle sprechen dafür, dass wir in den meisten Erdbeben die weitere Ausbildung derjenigen Dislokationen (Verschiebungen) in der Erdrinde fühlen, welche zur Aufstauung der Gebirge geführt hat. Sie sind die Aeusserungen der stets noch langsam unter unsern Füssen fortschreitenden Gebirgsstauung, ein Resultat also des Schrumpfungsvorganges unseres stets weiter sich abkühlenden Planeten. Ob wir uns dabei das Erdinnere flüssig oder fest zu denken haben, ist eine Streitfrage, welche unser Thema gar nicht direkt berührt. —

Es gibt aber noch andere Arten der Erdbeben, die freilich viel lokaler sind, als die besprochenen Dislokationsbeben und auch viel weniger häufig eintreten. Dies sind die vulkanischen Erdbeben, welche jeweilen den grösseren Vulkaneruptionen vorangehen und die Erschütterungen, welche hie und da durch Höhleneinstürze entstehen. Die grosse Mehrzahl der Erdbeben lässt gar keinen direkten Zusammenhang mit vulkanischen Erscheinungen nachweisen. — Die Erdbeben enthalten in ihren Erscheinungen noch zahlreiche Räthsel, an deren Lösung sich noch Niemand gewagt hat.

Wir führen einige dieser Aufgaben für die künftige Forschung auf:

Die dauernden Bodenverschiebungen, welche bald in horizontaler bald in vertikaler Richtung stattfinden und wahrscheinlich bei fast allen Erdbeben eintreten, sind durch topographische Messungen direkt nachzuweisen. (In der Schweiz haben sich schon einige Male zwischen topographischen sehr sorgfältig ausgeführten Vermessungen, welche zwei bis drei Jahrzehnte auseinander lagen, in den Resultaten Differenzen ergeben, welche sich nicht durch Messungs- oder Rechnungsfehler haben erklären lassen. Wenn erst die Nivellements und topographischen Vermessungen mit ihrer heutzutage erlangten Genauigkeit nach einer längern Reihe von Jahrzehnten revidirt werden, ist mehr Aussicht vorhanden, dadurch dauernde Bodenverschiebungen zu constatiren. Dass deren Kenntniss von grosser technischer Bedeutung ist, leuchtet sofort ein.) Eine weitere Aufgabe für zukünftige Erdbebenforschungen besteht darin, vielleicht mit Hülfe von unterscheidenden Apparaten an der Art der Erschütterung dasjenige Gebiet, in welchem eine dauernde, wenn auch kleine Verschiebung eingetreten ist, von demjenigen, wohin die Erschütterung blos durch elastische Fortpflanzung gelangt ist, abzugrenzen.

Die lokale Bewegung der Erde bei heftigen Erdbeben (wie furchtbare Schläge von unten, oder wie ein vom Sturm gepeitschtes Meer) ist noch ganz unerklärt und vielleicht lassen sich noch neue Herdbestimmungsmethoden auffinden. Jedes einzelne Erdbeben bedarf einer eingehenden Untersuchung, die zunächst Form und Lage des Erschütterungsherdes und

dessen Beziehungen zum anatomischen Bau der Gegend aufsuchen soll. Das Weitere wird sich allmälig mit der Häufung des Beobachtungsmaterials ergeben. — Die Erdbebenbeobachtungen sind bisher nur von Einzelnen ausgegangen. Die Schweiz ist das erste Land, wo denselben eine dauernde Organisation gegeben wird; hoffen wir, dass die Nachbarländer sich bald anschliessen werden. Wir werden uns erlauben, Ihnen später Näheres über die Anordnungen, Beschlüsse und Arbeiten der von der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft bestellten Erdbebencommission mitzutheilen.[1]) Wir dürfen hoffen, durch richtiges Zusammenarbeiten einer der dunkelsten Naturerscheinungen allmälig das Drückende und Geheimnissvolle zu entziehen und ihre natürliche Ursache in voller Klarheit nachzuweisen.

An den Vortrag knüpfte sich über die Erklärung von verschiedenen Einzelheiten aus der Erdbebenerscheinung eine lebhafte Discussion, an welcher sich die Herren Prof. Weber, Culmann, Escher, Lunge betheiligten.

C. Sitzung vom 21. Juli 1879.

1. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende neu eingegangenen Bücher vor:

A. Geschenke.

Von der Bundeskanzlei:

Rapport mensuel de la ligne du S. Gotthard. 74—76.
Rapport trimestriel de la ligne du S. Gotthard. 25.

Vom Verfasser.

Déscription physique de la république Argentine, par le Dr. H. Burmeister. T. V. Lépidoptères. 1. 4 und 8. Buenos-Ayres. 1878.

---

[1]) Die Erdbebencommission der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft hat soeben eine Instructionsschrift und Fragebogen für Erdbebenbeobachtungen, verfasst vom Vortragenden, publicirt (in Commission bei Benno Schwabe, Basel).

Von der Ecole polytechnique de France.

Journal de l'école polytechnique. Cahier 45. 4. Paris. 1878.

Von dem bureau géologique de la Suède.

Carte géologique. Bladet 63—67.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Bulletin de la soc. math. de France. VII. 4.
Abhandlungen der k. Böhmischen Gesellschaft d. Wissensch. VI. Bd. 4. Prag.
Jahresbericht der k. Böhmischen Gesellschaft der Wissensch. 1877. 1878.
Sitzungsberichte der k. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften in Prag. 1877 und 1878.
Zeitschrift der Deutschen geolog. Gesellschaft. Bd. XXXI. 1. und Rg. zu XXI—XXX.
Mittheilungen der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien. Bd. XXI.
Proceedings of the scientific meetings of the zoolog. soc. of London. 1879. 1.
Proceedings of the R. geogr. soc. Vol. I. 7.
Mittheilungen der naturforschenden Thurgauischen Gesellsch. Heft 4.
Atti della società Toscana di scienze naturali. IV. 1.
Sitzungsberichte der naturwissensch. Gesellschaft „Isis". 1878. Jul.-Dec.
Forhandlinger i Videnskabs Selskabet i Christiania. 1876 bis 1878.
Bidrag til kundskaben om Norges arktiske fauna. 8. Christiania. 1878.
Jahresbericht 7 des Westfäl. Provinzialvereins. 1878.
Nederlandsch meteorolog. Jaarboek. 1873. 2. 1877. 1.
Proceedings of the London math. soc. 143. 144.
Industrie-Zeitung, Rigaische. V. 11.
Abhandlungen der math. phys. Classe der Akad. der W. zu Leipzig. XI. 6—8. XII. 1.

Actes de la société Linnéenne de Bordeaux. XXXII. 4—7.
Annales de la soc. Belge de miscroscopie. T. IV.
Mémoires de la soc. d'émulation du Doubs. V. 2.
Berichte über die Verhandlungen der sächs. Gesellschaft zu Leipzig. 1875. 2-4. 1876. 1. 2. 1877. 1. 2. 1878.
Jahresbericht der Jablonowskischen Gesellschaft zu Leipzig. 1878 und 1879.
Proceedings of the R. Irish academy. Vol. III. Ser. II. 1. 7.
Bulletin de la soc. I. des naturalistes de Moscou. 1878. 4.

C. Von Redactionen.

Berichte der deutschen chem. Gesellschaft. XII. 10. 11.

D. Angeschafft.

Bessels, E. Die Amerikanische Nordpolexpedition. 8. Leipzig. 1879.
Denkschriften der Akad. der Wissensch. (Zu Wien). Bd. 39.
Jahrbuch des Schweiz. Alpenclubs. XIV.
Mémoires de la soc. R. des sciences, de Liège. 1878.
Schweizerische meteorolog. Beobach. XIV. 6. XVI. 1.
Palæontographica. XXVI. 1 2.
Transactions of the zool. soc. of London. X. 12.
Annalen der Chemie. 197. 2. 3.
Bolley. Handbuch der chemischen Technologie. Bd. II. 1. 3. Lief.

2. Es werden zwei Delegirte in die vorberathende Commission für die Versammlung schweizerischer Naturforscher in St. Gallen gewählt.

3. Herr Prof. K. Mayer hält einen Vortrag: „das Vesullian, eine neue dreitheilige Jurastufe". Derselbe wird im nächsten Hefte erscheinen.

4. Herr Prof. Fr. Weber hält einen Vortrag: „Untersuchungen über die Wärmeleitung in Flüssigkeiten", dessen erster Theil sich auf pag. 252—298 abgedruckt findet; der Schluss wird im nächsten Hefte erscheinen.

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung.)

269 (Forts.) H. W. Brandes an Horner, Leipzig 1827 III 17. Von unserm Wörterbuch ist der 3. Band nun ausgegeben und der 4. wird gedruckt. Bis Fernrohr bin ich glücklich vorgerückt. Ich muss indess gestehen, dass die Recension in der Hall. A. L. Z. mich etwas missmuthig gemacht hat; wenn die unter recht günstigen Umständen geschriebenen Artikel Brechung u. s. w. so manchen Tadel verdienen, so muss ich befürchten dass Farbe, Fernrohr, etc., Artikel, die ich in manigfaltigem Gedränge anderer Arbeiten geschrieben habe, noch weniger Beifall finden mögen. In der That ist es nicht leicht den Forderungen ganz Genüge zu leisten, die man selbst ohne eigentliche Ungerechtigkeit an das Wörterbuch macht; aber ich glaube dennoch, dass man auch zu viel fordert. Wenn jeder Artikel eine ganz vollendete Monographie über den Gegenstand sein soll, so möchten wir uns 10 Jahre zu dem noch übrigen Theile des Wörterbuches nehmen, was doch unmöglich ist. Herr v. Lindenau, den ich neulich sprach, schien minder strenge in seinen Anforderungen, und hoffentlich werden auch andere Gelehrte billiger denken.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1827 IV 4. Ich habe Ihnen, mein theuerster Freund, sehr lange Zeit nicht geschrieben und Ihre beiden letzten Briefe vom 20. Sept. und 17. Jan. bis jetzt nicht beantwortet. Mangel an Zeit ist eine zu abgedroschene Entschuldigung; einem Freunde zu schreiben, dazu findet man immer Zeit. Es hat mir aber doch, die Wahrheit zu sagen, an einem ruhigen Augenblick gefehlt mich mit einem so lieben Freunde ungestört zu unterhalten. Seit 4 Monaten bin ich ad interim Chef des Kadettencorps; der Kaiser hat dem Director einen Auftrag in Kasan und Astrachan gegeben, und es ist nicht wahrscheinlich, dass er früher als im August zurückkömmt. Da ich nun auch zu gleicher Zeit Inspector oder Studien-Director bin, so habe ich in der That nur wenige Augenblicke für mich selbst, und ich benutze die jetzigen Osterferien um Ihnen endlich einmal zu schreiben. Bis auf den Umstand, dass ich meinen Kindern gar nichts hinterlassen kann, indem auf meinem Gut $^2/_3$ des Werths Schul-

den haften, und ich jährlich noch Schulden zumache, bin ich mit meiner Lage zufrieden, da der Kaiser mit mir zufrieden zu seyn scheint. Ich führe ungenirt Manches aus, was mir zum Heil dieser Anstalt nothwendig zu seyn scheint. Der Kaiser besucht uns oft und diess erleichtert mir mein Geschäft sehr. Ich möchte Ihnen gern viel darüber schreiben, es kann Sie aber nicht interessiren; nur einer Einrichtung will ich mit ein paar Worten erwähnen, von welcher ich mir viel Nutzen versprach. Im vorigen Sommer schlug ich die Errichtung einer Offiziers-Klasse bey dem Seecadetten-Corps vor, um die Ausgezeichnetsten in den höheren Wissenschaften zu unterrichten. Der Kaiser gab sofort seine Einwilligung. Der Kursus dauert 2 Jahr, und fällt das Examen gut aus, so erhalten sie den Rang eines Lieutenant, den sie sonst 4 Jahre später erhalten würden. . . . . Was in der Schweiz, wie mir Muralt sagt, in allen Schulen eingeführt ist, hat der Kaiser nun auch eingeführt, nämlich das Exerciren mit der Flinte und Marschiren: dazu ist täglich eine Stunde bestimmt; die jungen Leute bekommen dadurch eine bessere Haltung, auch animirt es sie.

Trechsel an Horner, Bern 1827 VIII 17. Mit wahrhaft beklommenem Herzen setze ich diessmal die Feder an! Ihr vortrefflicher Brief hat mich wahrhaft und innig gerührt, mich mit Sehnsucht und Wehmuth erfüllt! Ihre mehr als freundschaftliche Einladung war so herzlich, so dringend, mein Wunsch diessmal endlich nach Zürich — zu Ihnen zu kommen, so rege, so lebendig, dass mir die Unmöglichkeit der Erfüllung wirklich als ein widerwärtiges, feindseliges Verhängniss erscheint. Doch hören Sie in wenigen Worten die dringenden Gründe meines gezwungenen Ausbleibens: Ich habe vor, spätestens in 14 Tagen meinen Sohn, der auf Universitäten, zuerst nach Göttingen zieht, über Paris nach dem Rhein zu begleiten. Vorher muss ich noch zwei angefangene Collegien beendigen, und noch manches andere Geschäft, das mich wie die Erbsünde drückt, nothdürftig beseitigen. Ich bin meiner Lebtag nie aus der Kühweide herausgekommen, habe in Paris so vieles zu sehen, zu hören, wohl auch manches anzukaufen, — ich fühle überdies eine innere Aufforderung, eine Pflicht,

mich in meinen alten Tagen wo möglich noch einmal frisch anzuregen, und meiner academischen Stellung ein Opfer zu bringen. Zudem ist die Gelegenheit einzig. Entweder jetzt oder nie!« — Sie sehen also, mein vortrefflicher Freund, dass ich die Besorgung unserer gemeinschaftlichen Angelegenheiten Ihnen ganz anheimstellen muss. Ich thue diess zwar wohl mit der völligsten Ueberzeugung, dass sie in den besten und geschicktesten Händen sind; aber doch mit dem drückenden Bewusstseyn, dass ich Ihnen dabey nun nicht, wie ich sollte, nach Maassgabe meiner Kräfte zur Hand gehe. — Haben Sie mir Aufträge nach Paris? Ich gedenke etwa 3 bis 4 Wochen daselbst zu verweilen. Ein Brief von Ihnen an Herrn von Zach wäre mir sehr erwünscht. Mein Freund Tschiffeli dankt Ihnen verbindlich für die mitgetheilten Nachrichten. Er hat ganz neulich erst einen Brief von Herrn v. Zach erhalten. — Soeben erhalte ich die erschreckende Nachricht von Herrn Apotheker Studer, dass von Wien die Trauerpost eingetroffen ist, dass sein den ganzen Sommer auf einer mineralogischen Reise begriffener Bruder Bernhard daselbst todtkrank liegt.

Horner an Trechsel, Zürich 1827 VIII 27. Ihr kläglicher Brief, mein theurer Freund, hat mich wahrhaft bekümmert und gerührt. Hätte ich vorsehen können, dass Sie durch so ausserordentliche und wesentliche Gründe verhindert würden zu kommen, so hätte ich entweder gar nicht geschrieben oder doch meinen Argumenten Zaum und Gebiss angelegt, um ihren impetus zu lähmen und Ihnen das Nein-Sagen weniger schwer zu machen. Ich will nun trachten, Sie wieder zu erleichtern, indem ich Ihnen das unartige Compliment mache, dass auch ohne Sie Alles glücklich von statten gegangen ist, und dass wir beyde nichts als das persönliche Nicht-Wiedersehn zu bedauern haben. Was nämlich die Maasse und Gewichte betrifft, so habe ich der Gesellschaft erklärt, dass das vorzulegende Generaltableau nicht wohl von drey Arbeitern zusammengetragen werden könne, sondern von einem Einzigen verfertigt werden müsse. Ich war leichtsinnig genug mich dazu zu engagiren, nemlich unter der Bedingung, dass ich es nicht selbst verfertige, sondern unter meiner Leitung durch einen Andern auf Kosten der Gesellschaft

zu stand bringen lasse. Das ist, wie natürlich, angenommen worden. Sie sind aber, mein Bester, damit noch nicht aller Sorge los, sondern ich muss Sie noch um Ihre Ansicht und freundschaftlichen Rath bitten: 1. wie das zu machende Tableau wohl am Besten angeordnet werden könne? 2. Was man für ein zukünftiges schweitzerisches Maass- und Gewichtssystem für Begriffe fassen, und 3. Was man hierüber der Gesellschaft vorschlagen könne? — Sind wir einmal über das Maass und Gewicht selbst einig, so kann man dann jeder Cantonsregierung zeigen, wie viel oder wie wenig sie zu ändern habe. Hievon später, wenn Sie von Ihrer Reise zurück seyn werden; doch bitte ich Sie die Sache nicht aus dem Auge zu verlieren.

Trechsel an Horner, Bern 1827 X 31. — Seit 14 Tagen bin ich von meinem Ausflug nach Paris, Havre, etc. über Frankfurt zurück, wieder in patria dulcissima angelangt, Gott dankend, der ungeheuren Riesenstadt, dem unendlichen Getümmel und Gewimmel, der dumpfigen Luft, den kothigen Strassen, etc., dieser wahren Lutetia, mit heiler Haut, obschon mager und etwas mitgenommen, entronnen zu seyn. — Viel, unendlich viel Schönes, Grosses, Merkwürdiges sieht man in der unermesslichen Königsstadt, dessen Anblick und Genuss man aber auch im Schweisse seines Angesichts mit Mühe und mancher Unlust verdienen muss. In wissenschaftlicher Hinsicht habe ich indessen noch grössere Ausbeute erwartet. Es ist wahr, die Jahreszeit, wo die Curse stille stehen, und viele Gelehrte auf dem Lande sind, war meinem Aufenthalt von 3½ Wochen nicht ganz günstig. So z. B. war Nicollet, den ich persönlich sehr wohl kenne, gerade auf seinem Landsitze in Savoyen, — Arago, dessen Bekanntschaft ich machte, vom frühen Morgen bis in die Nacht beschäftigt als Präsident der Jury der Exposition d'industrie, welche freylich auch hinwiederum viel und für wahre Belehrung nur zu viel Merkwürdiges darbot. Der biedere und redliche Bouvard, ein Mann von deutschem Schrot und Korn, zeigte mir indessen mit aller Bereitwilligkeit und Gefälligkeit das Observatorium das — auf's wenigste — meine Erwartung nicht überstieg. Der miserable Charles X. thut viel für Klöster und Jesuiten, aber gar wenig für Cultur und Wissenschaft; doch sah ich in der Aus-

stellung einen prächtigen, für das Observatoire bestimmten Meridiankreis von Gambey. — Ihrem berühmten und hochverehrten Freunde, Herrn Baron von Zach, machte ich in seinem hübschen ländlichen Logis einen kurzen, durch einen soeben angekommenen Freund aus Marseille unterbrochenen Besuch. Ich fand ihn für das, was er, zumal in diesem Alter, ausgestanden, ganz über alle Vorstellung munter und wohlerhalten. Er zeigte mir mit einer Art von ganz natürlichem Triumpf eine ganze Schachtel voll Bruchstücke seines Blasensteines; er hoffte damals (es sind seither bald 4 Wochen, und Sie haben gewiss neuere Nachrichten) in kurzer Zeit fertig zu seyn, und im Lauf des Novembers nach der Schweiz abzureisen. — Von Optikern und Mechanikern besuchte ich vorzüglich Vincent Chevalier, Lerebours, Cauchoix und besonders oft den reich mit physikalischen und chemischen Apparaten aller Art versehenen Pixii, der ein eben so bescheidener als redlicher und höchst gefälliger Mann ist. Von vielen seiner Instrumente darf man freylich keine mathematische Genauigkeit erwarten, zu feiner Theilung ist er nicht eingerichtet, dafür aber reich mit allem versehen, was zur Demonstration und Widerholung der Experimente bez. Lehrcurse gehört. Ich sah unter anderm da (auch bey Ampère selbst) den vollständigen elektrodynamischen Apparat dieses (durch die Elektrodynamik so berühmt gewordenen) Gelehrten nach seiner neuesten Einrichtung. Schade nur, dass er so zusammengesetzt und gross ist, und ein langes Studium der fast zahllosen fixen und mobilen Leitungen etc., auch einen grossen Platz zu seiner Aufstellung erfordert. Er ist überdas ziemlich theuer und kostet mit Inbegriff eines kräftigen galvanischen Kasten-Apparates von 8 Elementen von 1 Fuss Länge und 8″ Breite 600 francs de Fr. Wenn indess die von Ampère versprochene und gewiss sehr nöthige, ausführliche Beschreibung erscheint, so werde ich dieselbe wohl für unser Cabinet verschreiben. Bey Pixii sah ich auch verschiedene Polarisationsapparate, deren ich zur Zeit noch immer keinen habe, und doch so dringend nöthig hätte. Die Wahl zwischen dem sogenannten Fresnel'schen mit grossem Verticalkreis zu Reflexions- und Refractions-Versuchen, und dem einfachern, und wie ich glaube von Ihnen angege-

benen, dergleichen Sie einen besitzen, setzt mich in Verlegenheit, und Sie würden mir einen grossen Ritterdienst erweisen, wenn Sie mir, der ich eben im Begriffe bin mich zur Verschreibung des Einen oder Andern zu entschliessen, mit Ihrem Freundesrath und vollwichtigen Urtheil zu Hülfe kommen wollten. Ist Ihr Apparat in der That, wie es mir schien, zur Darstellung der wesentlichen Polarisations-Erscheinungen und Versuche hinreichend, oder thut man besser, sich den freylich zweimal theurern Fresnel'schen anzuschaffen? Bei Herrn Albert in Frankfurt, dem Besitzer eines hübschen physikalischen Apparates, sah ich noch eine andere Einrichtung des vereinfachten Polarisations-Apparates. Der Tubus ist vertical wie bey einem zusammengesetzten Mikroskop, was zur Darstellung der Versuche sehr bequem ist, und dem Auge die allmählige Verfolgung des Bildes sehr erleichtert. Das Licht langt auf dem polarisirenden dunkeln Spiegel an durch eine erste Reflexion auf einem gemeinen wagrechten oder etwas geneigten Planspiegel. Herr Albert sagte mir, der Apparat sey nach einem Münchener-Apparat nachgemacht. — Gern hätte ich bey meiner Durchreise durch Basel Professor Merian über den seinigen gefragt, allein er ist so gefährlich brustkrank, dass ihm alles Sprechen untersagt ist.

Horner an Trechsel, Zürich 1827 XI 18. — Die Veranlassung zu diesem Briefe liefert ein Schreiben Ihrer Standesregierung an die Unsrige, in welchem die Letztere eingeladen wird, einerseits einem bestimmten Vorschlage zur Regulirung der Schweitz. Maasse und Gewichte beyzutreten, anderseits die Leitung der betreffenden Vorarbeiten zu übernehmen. Obwohl das letztere Ansuchen mit Ausdrücken begleitet ist, die man mit einem jüngferlichen Ablehnen beantworten könnte, so wird das, vermuthe ich, dennoch nicht geschehen; wohl aber wird man sich bestreben Hand in Hand mit Bern dieses Geschäft zu befördern, und da, was den theoretischen Theil der Sache betrifft, vielleicht einiges von den sog. Experten verlangt werden dürfte, so scheint es wesentlich, dass wir beyde, welche früher schon mit diesem Gegenstand zu thun gehabt haben, über einige Hauptpunkte einig seyen. Hierüber Ihre Aeusserungen zu vernehmen ist der Zweck dieses Schreibens. Da es

mit diesem Ideen-Umtausch einige Eile hat, so bin ich so frey zur Abkürzung meine unmassgeblichen Gedanken hierüber diesem Briefe beyzulegen. Ich gebe sie so, wie sie mir aus der Feder geflossen sind, als ich mich bemühte von der Aufgabe eine vollständige und bestimmte Ansicht zu fassen. Sie werden darin freilich finden, dass ich keine sonderliche Vorliebe für das französische Meter habe, und ich gestehe gern, dass ich es den damaligen litterarischen Terroristen, Borda und Laplace, nicht verzeihen kann, dass sie das schöne Werk der allgemeinen Maasseinführung durch eine so seltsame Auswahl für immer verdorben haben, indem sie durch die eigensinnige Zurückweisung des Einfachsten und Natürlichsten sich der Zustimmung der auswärtigen Gelehrten beraubten, und durch die einseitige, schonungslose Ausbildung ihres Systems die öffentliche Meinung gegen dasselbe zum beharrlichen Widerstand brachten. Die Zeit, die Allem ihr Recht anthut, wird auch dieses Werk der Anmaassung zerstören und das Natürliche in seine Rechte einsetzen; bereits ist von diesem System nicht viel mehr übrig als das Bestreben zur decadischen Eintheilung und die sinnreiche Idee der Gewichtsbestimmung. Ich bin übrigens weit davon entfernt auf der Verwerfung des Meters bestehen und das Pendel aufdringen zu wollen. Aber ich konnte nicht umhin in der Berathung einer so wichtigen, für künftige Geschlechter zu bestimmenden Angelegenheit dasjenige zu sagen, was ich für wahr halte, und was schwerlich widerlegt werden dürfte. Salvavi animam! Ich weiss, dass die deutschen Astronomen des Nordens damit umgehen, das Sekundenpendel als Urmaass aufzustellen, und dass schon von einer auf Preussische und Dänische Kosten zu veranstaltenden Reise nach Italien, um unter dem 45. Grad der Breite zu messen, die Rede gewesen ist. Uebrigens ist die Annahme des Fusses, wenn er schon die Basis des Systems ausmacht, nicht die Hauptschwierigkeit. Diese liegt weit mehr in der Bestimmung der Hohlmaasse. Ob man also einen Fuss von 3 Dezimetern oder von ³/₁₀ der Pendellänge, d. h. einen zu 132,989 oder zu 132,118 par. Lin. annehme, will wenig sagen. Sich nach auswärtigen Staaten richten, wenn diese nicht wirklich das Beste bey sich eingeführt haben, das weitere Nach-

ahmung sicher finden würde, ist thöricht, weil man immer nur mit Einem allein harmoniren würde. Wollen wir Waadt beistimmen, so müssen wir auch ihr Quarteron, etc., kurz ihre ganze Anordnung mit annehmen; mit dem blossen Fuss ist es lange nicht gethan. Auf diesen lege ich überhaupt keinen Werth, als insofern seine Auswahl den Beyfall oder Tadel der Kenner auf sich ziehen mag. Hingegen die Einführung einer Ordnung und Gleichförmigkeit, die Abschaffung der kleinen Abweichungen, vieler unnützer Subdivisionen, die Ausschliessung aller Eintheilungen, die nicht in die Potenzen von 2 und 10 gehören, das scheinen mir die wesentlichen Vortheile einer solchen Maassreform. Diejenigen Staaten, die in ihrem Lande irgend ein willkürliches Maass sum Hauptmaass erheben können und sich begnügen das Bestehende einigermaassen zu reguliren, sind allerdings besser dran als wir, die nicht nur mit Abweichungen, sondern mit ganz verschiedenen Maassgrössen und Eintheilungen zu kämpfen haben. Sie richten sich nicht nach auswärtigen Staaten; denn für den Handel mit dem Auslande sorgen die Kaufleute, welche der Reductionen gewöhnt sind. Die fremden Kornhändler wissen sich recht gut dem Rorschacher, Schaffhauser und Zürcher Markt anzupassen, und eben dieses verstehen auch die Weinverkäufer aus dem Elsass. Nur für die Erleichterung des innern Verkehrs und des Kleinhandels und für eigentliche Unordnungen, Unschicklichkeiten und Missbräuche muss Rath geschafft werden. — Ich stelle mir vor die Sache, wenn sie wirklich, wie ich hoffe, recht in Arbeit genommen werden soll, werde mehr als Eine Konferenz erfordern. Eine Verständigung über die Hauptgrundsätze dürfte wohl zu erreichen seyn. Unter diese zähle ich: 1. Gleichheit der Hauptmaasse jeder Gattung und ihrer grössern Arten (die kleinern, so mehr den innern Verkehr berühren, könnten ungleich seyn) in den concordirenden Cantonen. 2. Genaue und scharfe (wenn auch nicht ganz einfache) Bestimmung der Hohlmaasse und Gewichte aus dem Längenmaasse. 3. Ausschliessung aller andern Eintheilungsarten auf- und abwärts, welche nicht durch 2 und 10 und ihre Potenzen sich machen lassen. Will man die Mathematiker hiebey zu Rathe ziehen, so möchte

es nicht undienlich seyn, auch den fleissigen und geschickten Xaver Bronner, Prof. in Aarau, der schon viel hierin gearbeitet hat, uns beyzugesellen, damit nicht wir allein Alles auf unsere Schultern und unser Gewissen laden. Wollen Sie oder können Sie vorläufig den Mitgliedern Ihrer Regierung, mit welchen Sie hierüber in Berührung stehen, von der Einleitung die hier diesem Geschäft gegeben worden ist, Kenntniss geben, so mag dieses die Verzögerung der Antwort von Seite der hiesigen Regierung entschuldigen.

Pet. Merian an Horner, Basel 1827 XI 29. Meine Krankheit hat mich leider abgehalten, Ihre freundschaftliche Zuschrift früher zu beantworten. Ich wollte Ihrer Aufforderung gemäss mit der Antwort eine Abhandlung für die Schweizerischen Denkschriften übersenden, deren Ausarbeitung mir erst jetzt, wo es mir Gottlob wieder allmälig besser zu werden anfängt, möglich geworden ist. — Auch wir haben hier gefunden, dass das Niveau der Oeri'schen Barometer sich nicht gleich bleibt. Der Unterschied zwischen unsern drei Barometern war lange Zeit sehr constant, in den letzten Monaten habe ich aber gegen die frühern Beobachtungen eine Abweichung gefunden. Möchte dieser Umstand wohl nicht eher von allmäligem Verbreiten von Luft in das Toricellische Vacuum herrühren, als von einem Hereinziehen des Quecksilbers in das Holz des Gefässes, welche letztere Ursache mir wenigstens nicht recht wahrscheinlich dünkt. Wenigstens lehren die Beobachtungen von Daniell und Faraday dass das Quecksilber die Luft nicht so vollkommen absperrt, als man wohl früher geglaubt hat. Doch hierüber müssen fernere Erfahrungen entscheiden. — Ihre Beobachtungen auf dem Rigi, welche des Morgens einen kleineren Höhenunterschied durch das Barometer ergeben als um Mittag, scheinen mir um so merkwürdiger, wenn das Resultat der Beobachtungen auf dem St. Bernhard sich bestätigen sollte, dass auf bedeutender Höhe die täglichen Maxima und Minima des Barometerstandes wegfallen. Dann sollte man im Gegentheil zur Zeit des Maximums in der Ebene des Morgens einen grösseren Höhenunterschied erhalten, und zwischen Zürich und Rigi sollte die Differenz etwa auf 4 Toisen steigen. Uebrigens stimmen auch die Beobachtungen

von Ramond mit den Ihrigen überein. — Ihren Einwurf gegen die Correction der barometrischen Höhenformel wegen Abnahme der Schwere mit der Höhe muss ich nicht recht verstehen. Das Verhältniss zwischen dem Gewicht des Quecksilbers und Luft von einer gewissen Dichtigkeit bleibt freilich in allen Höhen gleich, die Correction in der Formel ist aber bekanntlich angebracht weil das Verhältniss der Expansivkraft der Luft, welche durch eine Quecksilbersäule gemessen wird, und der abnehmenden Schwerkraft mit der Höhe sich ändert. Doch bezieht sich vielleicht Ihre Einwendung auf etwas Anderes?

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1828 I 24. Ich habe Ihnen in sehr langer Zeit nicht geschrieben, und da auch ich in mehreren Monaten keinen Brief von Ihnen bekommen habe, so mag ich es nicht länger aufschieben, an Sie zu schreiben. — In Ihrem letzten Briefe haben Sie sich so sehr theilnehmend über meinen neuen Wirkungskreis ausgedrückt, dass ich es für Pflicht halte Ihnen auch in diesem Briefe ein paar Worte über meine jetzigen Verhältnisse zu sagen. Der Kaiser ist fortwährend mit mir sehr zufrieden; seit dem 14. October hat er mich zum wirklichen Director ernannt, wodurch meine Lage ein wenig verbessert worden ist und ich in den Stand gesetzt bin meinen Dienst fortzusetzen, was mich um so glücklicher macht, da ich höchst ungern meine Stelle aufgegeben hätte, die mir zwar viel Sorge macht, jedoch mir die Möglichkeit gibt Manches Gute und Nützliche zu stiften. Mein Hauptbestreben ist auf die Moralität der mir anvertrauten jungen Leute zu wirken, die sehr vernachlässigt war. Ich bin mit dem Erfolg meiner Bemühungen zufrieden, und zwar ohne zu körperlichen Strafen meine Zuflucht zu nehmen. Meine nächste Sorge ist die gelehrte Erziehung; der Kaiser hat mich in den Stand gesetzt bessere Lehrer zu engagiren. — Von meinem Sohne Paul habe ich seit Valparaiso keine Nachricht*); wahrscheinlich ist das Schiff zuerst nach

---

*) Der dritte Sohn von Horner's Freund, Paul Krusenstern, als kleiner Knabe der Löwe genannt, wurde schon in seinem 19. Jahre

der Behringsstrasse gegangen, und trifft folglich erst im September in Kamtschatka ein, von wo nicht früher als im April hier die Post eintrifft. Wenn Gott meinem Sohn das Leben schenkt, so wird aus ihm ein tüchtiger Seemann werden; dabey ist er ein prächtiger Junge. Vergeben Sie diesen Ausdruck; aber er verdient ihn.

Dan. Huber an Horner, Basel 1828 II 23. Sie hatten mir mit dem Anerbieten mir Briefe von Lambert mitzutheilen, eine sehr grosse Freude gemacht, ich wollte aber nicht auf der Stelle davon Gebrauch machen, da ich gerade, und zum Theil mit Lambertischen Schriften, besonders beschäftigt war. Ich benutze fast meine ganze freie Zeit, die mir mehrentheils nur fragmentarisch zu theil wird, auf dieses Lambertische Studium. Herr Pfarrer Graf in Müllhausen hatte mich vor etwann einem halben Jahre aufgefordert, zu der bevorstehenden Secular-Feier, eine Darstellung von Lambert's Verdiensten in Betreff der mathematischen und physischen Wissenschaften über mich zu nehmen. Es führt mich nun dieses weiter als ich glaubte, und nimmt mich sehr in Anspruch. Ich habe es aber versprochen und werde Wort halten, und bin eifrig an der Arbeit. Je mehr ich mich in des grossen Mannes Schriften umsehe, je mehr lerne ich ihn schätzen und bewundern. — Sie würden mich sehr verbinden, wenn Sie mir die zwei Briefe vom 14 und 18. April 1768 an Herrn Ott mittheilen wollten, sowie auch die Abhandlung über die Erdwärme nebst den dazu gehörigen Beobachtungen. Der Gegenstand hatte mich beim Lesen der Pyrometrie sehr interessirt, und ich hatte mir damals gewünscht auf dem Lande zu wohnen, um die Beobachtungen zu widerholen und zu variren. Hiebey muss ich Sie anfragen, ob ich alsdann dürfte den einen der Briefe Herrn Pfarrer Graf auf Müllhausen anzuvertrauen;

---

als Unterofficier nach seinem und des Vaters Wunsche einer der russischen See-Expeditionen beigegeben, und auf derselben zum Officier befördert. Sein Wunsch war von Jugend auf Seemann zu werden, wobei er aber fest erklärte „eine Reise um die Welt sey etwas zu alltägliches, er wolle nach dem Pole gehen.“

er hatte mir schon längst den Wunsch geäussert Briefe von Lambert's Hand zu haben, um ein Facsimile seiner Handschrift abnehmen zu können. — Wie es scheint, so haben Sie erfahren, dass ich Herrn Staatsrath Usteri um Briefe von Lambert gebeten habe, welche sich in der Joh. Gessner'schen Briefsammlung, die er besitzt, vorfinden möchten; zugleich hatte ich um seine Verwendung ersucht, ob nicht die Mittheilung eines Briefes zu erhalten wäre, den ein Herr Podesta von Salis an den Herrn Archivar Hirzel im Jahre 1777 geschrieben hatte. Bereits zu Ende des vorigen Novembers hatte ich mich an Herrn Usteri gewendet, habe aber seither keine Nachricht erhalten. Wollten Sie wohl die Güte haben gelegentlich meine Bitte bei dem Herrn Staatsrath widerholen, und mich demselben bestens zu empfehlen. — Das Schreiben des verehrl. Generalsecretariates betreffend die von der Gesellschaft herauszugebenden Abhandlungen habe ich bei den Mitgliedern unserer Cantonalgesellschaft in Circulation gesetzt, und werde dann alsbald den Erfolg einberichten. Bei diesem Anlasse frage ich Sie vorläufig an, ob eine physisch-mathematische Abhandlung auch in die Sammlung aufgenommen werden könnte. Sie wissen dass das Ballistische Problem, wenn die Resistenz der Luft auch in Betracht genommen wird, besondere Schwierigkeiten hat, und dass die Differentialgleichung, auf welche man durch dieses Problem geführt wird, noch nicht vollständig aufgelöst worden ist. Ich habe diesen Gegenstand auf eine von der bisherigen ganz verschiedene Art behandelt, und wenn meine Formeln wohl die Lagrange'sche und La Place'sche Eleganz nicht haben werden, so sind sie doch einfach und gewähren für die Praxis leichte und vollständige Auflösungen. — Ihre Idee durch eine Herausgabe seiner Schriften Lamberten ein schönes und bleibendes Denkmal zu stiften, hatte ich Herrn Pfarrer Graf mitgetheilt. Er erwiederte mir, sie hätten in Müllhausen auch schon daran gedacht; da aber diese Schriften mit Anmerkungen und Nachrichten müssten versehen werden, so würde kaum ein Gelehrter zu finden sein, der sich damit und mit der Ausgabe, Correctur u. s. w. befassen würde.

Plana an Horner, Turin 1828 V 2. Je viens de recevoir votre lettre du 24 Avril, et je me hâte de vous répondre. D'abord je dois vous remercier de la bonté que vous avez eû de prévenir de la sorte mes désirs en m'envoyant un exemplaire du Mémoire de Mr. Eduard Schmidt, dont je n'avais pas la moindre connaissance. Il est vrai que je m'occupe dans ce moment du problème des réfractions. On imprime demain la dernière feuille de mon Manuscrit. Je vais tâcher de prendre connaissance du travail de Mr. Schmidt; et si je parviens à bien saisir le système de ses idées, je verrai le parti que je puis en tirer pour rendre mes recherches moins imparfaites. Il y a quatre heures que j'ai reçu ce Mémoire; ainsi je ne puis émettre aucune opinion : Il faut réfléchir avant de prononcer sur un sujet aussi compliqué. Dans quelques jours j'espère pouvoir vous écrire de nouveau sur ce sujet. Dans ce moment j'ai à coeur de vous témoigner ma reconnaissance sans le moindre délai. En outre je veux dissiper vos craintes sur la santé de notre cher ami le Baron de Zach. Sachez que j'ai reçu de lui une lettre du 26 avril datée de Marseille qui est on ne peut plus consolante. Ecoutez ce qu'il écrivait de sa propre main: „Vous m'avez comblé de joie de me donner de vos nouvelles, en me demandant des miennes. Nous pouvons à présent jouir du bonheur de nous entretenir de la tempête, étant entré dans le port. Les amis qui me restent me sont encore plus précieux après avoir échappé au naufrage. Je vous dirai donc que le Dr. Roux m'a parfaitement guéri de mon catarrhe de vessie. Je ne sens plus aucune douleur, je marche sans difficulté et je supporte les mouvemens de la voiture admirablement bien. Je n'ai plus aucun indice de la pierre, en sorte que je peux dire que Mr. Civiale m'en a complètement délivré. Je n'irai par conséquent plus à Paris mais directement à Berne par Grenoble, Chambéry, Genève. Je partirai d'ici le 3 Mai.“ Ainsi vous allez le voir très-bien portant. Dieu soit loué! Et Civiale aussi? — Oui Monsieur, j'ai reçu le paquet des ouvrages de Lambert que vous m'avez expédié en 1825. Mais ces livres sont tombés chez moi sans aucune note propre à m'indiquer la personne qui me faisait un si précieux présent. Maintenant votre lettre m'apprend que c'est vous qui m'avez rendu ce service

important. En vérité je vous en suis très-reconnaissant. Si vous avez dépensé quelque somme pour l'acquisition de ces livres de Lambert, ayez la bonté de me le faire savoir. Car il est trop juste, Monsieur, que vous soyez remboursé. L'idée que vous avez suggérée aux compatriotes de Lambert est excellente. Insistez pour qu'elle soit mise en éxécution. La collection des œuvres de cet homme étonnant est propre à contribuer à l'avancement des sciences exactes. J'avais proposé à une personne de traduire en français les 4 volumes des Beytræge; mais on en fera rien. Le temps me manque pour faire moi-même cette traduction.

Plana an Horner, Turin 1828 V 29. J'espère que vous aurez reçu ma réponse sur votre très-obligeante lettre du 24 avril dernier. A l'heure qu'il est vous aurez déjà vû peut-être le Baron de Zach à Berne, où je le suppose arrivé en bonne santé. — Bientôt vous recevrez de ma part un exemplaire de mon nouveau mémoire sur les réfractions, que je vous prie d'agréer. Il vous sera transmis de Genève par Mr. Gautier; mais je ne puis en faire l'expédition que dans quelques jours. Vous verrez que sur la fin du Mémoire je parle de celui de Mr. Schmidt que vous m'avez envoyé. Le travail de Mr. Schmidt est sans doute précieux par les recherches analytiques; mais sous le rapport de la réfraction astronomique il me paraît multiplier inutilement les formules de réfraction. L'auteur ne parait pas avoir assez senti que le mémoire de Mr. Ivory sur le même sujet excluait la nécessité de calculer la nouvelle hypothèse, qui n'est qu'une modification de la première qu'on trouve dans le mémoire de Mr. Ivory. Mais malgré cela le travail de Mr. Schmidt démontre, qu'il est un profond géomètre, et il renferme plusieurs remarques fort intéressantes. Et de mon côté je vous réitère mes remercimens de m'avoir envoyé un exemplaire de ce mémoire. Sans vous, j'en aurais eu connaissance dix années après sa publication. La lenteur de la propagation des travaux des géomètres allemands est vraiment nuisible aux progrès de la science.

J. F. Parrot an Horner, Dorpat 1828 V 18/30. Empfangen Sie im Namen meines guten alten Vaters den wärmsten Dank für die Anschaffung des Declinatoriums und der

Patentboussolen; es ist alles richtig angekommen . . . . Das Instrument ist in der That ein schöner Schatz und eine wahrhafte Zierde unsers Kabinets; möchte ich es nun auch bald benutzen können, sowie das gleichfalls sehr gelungene Inclinatorium aus Göttingen . . . . Ich fühle mich auch noch persönlich zu einem innigen Dank verpflichtet für die freundliche Theilnahme, welche Sie meinem Uebergange von der Medizin zur Physik haben angedeihen lassen, und für die gütigen Aeusserungen Ihres Vertrauens, die mir um so wohlthuender sind, als ich nach dem einmal gewagten Schritt doch von Zeit zu Zeit noch der Ermunterung und Ermuthigung gewiegter Patrizier im Fache bedarf um Besorgnisse für die Zukunft zu unterdrücken, da ich für die Bearbeitung der Wissenschaft selbst, die doch allein die Basis eines gründlichen und belebenden Unterrichts werden kann, in dem Mangel an tiefern mathematischen Kenntnissen meine Schwäche nur zu oft und zu sehr gewahr werde. Denn soweit ist's Gottlob mit der Physik gekommen, mit solchem Rechte gehört sie den exakten Wissenschaften an, dass kein Zweig derselben ohne gründliche mathematische Vorkenntnisse mit einigem Erfolg bearbeitet werden kann, so dass ich noch jedesmal dass ich glaubte hier oder dort einen Zutritt ins Innere derselben gefunden zu haben, erfolglos zurückgewiesen wurde, und überall und einzig nur, weil es mir an jener zuverlässigen Führerin fehlte. So viel sehe ich wohl, dass man von dieser Führerinn auch oft zu viel verlangt, und ein gut gerechnetes Exempel für eine neue Ansicht, Theorie, Erklärung u. s. w. ausgiebt; aber der Missbrauch kann den verständigen Gebrauch nicht aufheben, und so habe ich es mir zur Pflicht gemacht vor allen Dingen mich erst mit den tiefern Gründen jenes reinsten Wissens wenigstens so weit vertraut zu machen als es 37jährige Gehirnfibern gestatten werden, ehe ich an meiner Fähigkeit verzweifle das zu leisten, was man so vertrauensvoll von mir erwartet. Aber einstweilen bedarf mein zaghaftes Gemüth ebensolcher liebevoller Ermunterungen wie sie mir nun auch von Ihnen, würdiger Freund, zugeflossen sind, und darum danke ich's Ihnen von Herzen, dass Sie es gethan haben. — Ihren freundlichen Gruss an Struve habe ich ausgerichtet, und soll ihn erwiedern.

Bouvard an Horner, Paris 1828 IX 11. J'ai appris il y a quelques jours par Mr. Decandolle que la Société des sciences helvetique avait ordonnée que l'on ferait sur plusieurs points de la Suisse un grand nombre d'observations météorologiques, et surtout des observations barométriques, tant pour déterminer les hauteurs absolues des lieux où elles seront faites, que pour déterminer les périodes diurnes du baromètre, et que les observations vous seraient remises pour les discuter et en présenter les résultats à votre réunion. Mr. Decandolle m'a même assuré que vous étiez maintenant possesseur de ces importantes observations. — Le travail que la société helvetique a ordonné de faire, serait très-important pour le travail que j'ai entrepris il y a quelques années sur la météorologie, mais principalement, les observations qui ont pour objet les déterminations des périodes diurnes du baromètre. L'objet principal de mes recherches est de déterminer les loix qui régissent les périodes du baromètre. Avant de publier mon mémoire j'ai besoin de réunir le plus grand nombre d'observations possible, propres à déterminer ces loix. J'ai déjà discuté un très grand nombre d'observations faites dans toutes les parties du globe, mais cependant je pense que des observations nouvelles seraient très-utiles pour confirmer mes hypothèses sur les causes de ce phénomène remarquable, qui dépend selon moi de plusieurs élémens aux quels on n'avait pas encore songé à faire entrer dans les recherches des loix des quatre périodes diurnes. — J'ai besoin seulement des variations diurnes réduites à Zéro de température. La température moyenne des lieux où les observations sont faites, ainsi que l'élévation de ces stations au dessus de la mer, entre dans mes calculs et dans la formule que j'emploie à la recherche de ces élémens. — Si vous aviez, Monsieur, l'extrême obligeance de me communiquer les résultats que vous ont procurés les observations faites dans votre belle patrie, vous me rendriez un vrai service en me les envoyant par la poste le plus promptement possible, parceque étant sur le point de terminer mon travail, il me serait très-agréable d'en consigner les principaux résultats dans mon mémoire que je compte imprimer avant la fin de cette année.

Horner an Trechsel, Zürich 1828 X 20. Schon längst hätte ich Ihnen den richtigen Empfang der neuen Cadres für die Barometerbeobachtungen melden sollen, die mir sehr gut zu statten kommen. Ich habe schon so viel ich konnte, davon Gebrauch gemacht, und die Beobachtungen von Zürich vom April 1826 bis Dec. 1827 selbst copirt; ebenso die von Basel bis July 1827; auch einige Monate von Bevers im Engadin. Diese sind dadurch merkwürdig, dass die barometrische Oscillation auf dieser Höhe (800^t über Meer) in jeder Decade bestimmt sich darstellt, was ich nach den Versuchen auf dem Rigi nicht erwartet hätte. Sie beträgt von 9^h Vorm. bis 3^h Nachm. 0''',27. In Zürich ist sie im Winterhalbjahr (vom Oct. bis März) 0''',323; im Sommer (vom Apr. bis Sept.) 0''',477. Ich stelle nun einen Copisten an, der allmälig die Beobachtungsregister umschreibt. Jene Resultate. so dürftig wie sie sind, habe ich an Bouvard geschickt, weil dieser wegen einer neuen Arbeit über die täglichen Variationen des Barometers, auf Anstiften von Decandolle, darum bat. Die Berechnung der Höhen soll dann folgen, nur bin ich wegen der Uebereinstimmung der Barometer etwas bedenklich. Seitdem hier Oeri ein so schönes Normalbarometer (ein Heberbarometer von 7$^1/_2$''' inwendiger Weite) aufgestellt hat und durch Vergleichung mit einem auf Stahl kaum sichtbar getheilten Massstab von 38'' von Repsold in Hamburg sich auch die Richtigkeit des von Oeri auf seiner Theilmaschine angenommenen Pariser-Fusses bewährt hat, vergleichen wir unsere Instrumente desto öfter. Und da bemerken wir an unsern grossen Gefässbarometern (der meinige hat 5, Herrn Oeri's 6'' Par.) dass sie mit dem Lauf der Zeit s i n k e n. Noch wissen wir nicht woher das kömmt. Oeri glaubte, es dringe Quecksilber in die Poren des Holzes ein, und hat nun die Gefässe mit Siegellackfirniss ausgestrichen; allein bey dem geringen Druck von 1 bis 2''' Höhe müsste man Quecksilber auf einem Stück Gase tragen können. Ich muss es der Verdunstung des Quecksilbers zuschreiben. — Mit unserer Maassgeschichte geht es sehr langsam. Nicht nur wollen unsere ältern Herren, denen der Status quo, wär' er auch eine Unordnung, das liebste ist, nicht gern davon hören, sondern es wird auch überhaupt nichts zum Vorschub der

Sache gethan. Die Commission des Innern hat bereits vor etwa 3 Monaten einen Bericht abgefasst, in dem darauf gedrungen ward, die Regierungen der östlichen Cantone, St. Gallen, Schaffhausen, Thurgau einzuladen, um sich mit ihnen über die Frucht- und Weinmaasse zu vereinigen. Allein noch ist dieser Bericht der Regierung nicht vorgelegt worden.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1829 III 4. Ihr Brief vom 25. Januar hat mich sehr erfreut, da ich schon in langer Zeit nichts von Ihnen gehört hatte; auch ich habe Ihnen lange nicht geschrieben, und es ist mir ein wahrer Genuss gerade in diesem Augenblicke Zeit dazu zu haben, was nicht in der Regel der Fall ist; meine jüngste Tochter hat das Scharlachfieber, und ich darf aus dieser Ursache es mir nicht erlauben Gemeinschaft mit dem Corps zu haben. Ich habe diese müssige Zeit zu manchen kleinen Arbeiten benutzt, an die ich früher nicht denken durfte, und ich benutze sie auch Ihren lieben Brief zu beantworten. Es schmerzt mich aus der demselben zu ersehen, dass Sie nicht wohl sind. Gehen Sie auf's Land, lassen Sie das Meer und den Magnetismus eine Zeit lang ruhen und restauriren Sie sich. Auch ich leide sehr an Körperschwäche und bin immer müde; ich halte es für nothwendig im nächsten Sommer auf 6 Wochen Urlaub zu nehmen, wiewohl es mir schwer fallen wird mich auf so lange von meinem Corps zu trennen. Das Wörterbuch wird sehr voluminös und hat ein unbequemes Format; doch das sind Nebensachen, die Ausarbeitungen sind musterhaft; dass mich die Artikel meines Freundes Horner am meisten anziehen ist natürlich.

(Forts. folgt). [R. Wolf.]

Das Vesullian,

eine neue dreitheilige Jura-Stufe.

Von

Professor Karl Mayer.

Unter dem Namen Bathonien (Bath-Stufe) fassten frühzeitig d'Omalius d'Halloy [1]) und Alcide d'Orbigny [2]), später auch Oppel [3]), jene sechs oder eigentlich bloss fünf aufeinander folgenden Juragebilde zusammen, welche W. Smith [4]) und sein Schüler Grenough [5]) zuerst unterschieden und Fuller's earth, Stonesfield slates, Great oolithe, Bradford clay (= Forest marble) und Cornbrash genannt hatten. Die so zusammengesetzte Stufe zeichnete sich nun freilich vor fast allen jurassischen als eine auffallend complicirte und zugleich sehr mächtige aus; allein, da sie durch eine einheitliche Fauna zusammengehalten zu werden schien, und da ihre Verbreitung in der europäischen Südzone noch sehr unsicher und mangelhaft bekannt war, so dachte bis jetzt Niemand daran, ihre Existenzberechtigung einer genaueren Prüfung zu unterziehen. Auch ich stund, wenigstens was die Juraformation betrifft, noch zu sehr unter dem Einfluss der althergebrachten Classifications-Methoden, als ich 1874 in meiner Beilage

---

[1]) Traité de Géologie. 1842. — [2]) Paléontologie française; Céphalopodes jurassiques. 1842. — [3]) Die Juraformation. 1856. — [4]) Geological Map of England and Wales. 1817. — [5]) Geological Map of England and Wales. 1819.

zum Programm des eidgenössischen Polytechnikum: Essai et proposition d'une classification naturelle, uniforme et pratique des terrains de sédiment, auf Seite 12, bloss andeutete, dass es vielleicht nöthig werden würde, das Bathonien in zwei Stufen zu zerlegen. Doch diene zu meiner Entschuldigung, dass ich damals erst einen Theil der Literatur über die Stufe zu Rathe gezogen hatte und dass ich speziell darüber noch im Unklaren war, ob die sog. Klaus-Schichten, ein paläontologisch wohl bezeichneter Horizont des Alpengebietes, der ganzen grossen Bath-Etage oder nur einem Theile davon entsprächen. Bei Anlass der Umarbeitung meines Kollegheftes über die Juraformation fand ich endlich, letzten Winter, Gelegenheit die versäumten Studien nachzuholen; und ich schöpfte endlich aus der eingehenden Vergleichung der englischen [6]), französischen [7]), deutschen [8]) und schweizerischen [9]) Autoren, welche das Bathonien spezieller behandelt haben, die Ueberzeugung, dass die vom Standpunkte des Praktischen so wünschenswerthe Zweitheilung dieser ungeschlachten Stufe heute nunmehr sehr leicht zu rechtfertigen sei, indem sie sowohl auf die allerwichtigsten, stratigraphisch massgebenden geologischen Vorgänge, als sogar auf (bis anhin theils nicht bekannte, theils nicht

---

[6]) *Morris and Lycett*, The Molluska of the Great Oolithe. 1850; *Wright*, The correlation of the jurassic rocks of the Côte-d'or and the Cotteswold hills. 1869. — [7]) *Martin*, De l'étage bathonien et de ses subdivisions dans la Côte-d'or. 1861; *Terquem et Jourdy*, L'étage bathonien dans le département de la Moselle. 1869; *Garnier*, in Bulletin de la Société géologique de France. 1872. — [8]) *Brauns*, Der mittlere Jura im nordwestlichen Deutschland. 1869. — [9]) *Moesch*, Der Aargauer Jura. 1867; *Greppin*, Essai géologique sur le Jura suisse. 1867.

gewürdigte), ganz eminente paläontologische Thatsachen gegründet werden könne. Nachdem ich dann in jenem Kolleg des letzten Wintersemesters die Lehre von der Vesoul-Stufe aufgestellt und begründet, sowie die drei altbekannten Unter-Stufen dieser in ihren wichtigsten Merkmalen skizzirt, habe ich um so mehr Eile, mir durch gegenwärtigen Vortrag die Priorität der betreffenden Verbesserung, welche in der Classification der Jura-Gebilde einzuführen ist, zu wahren, als sich der beabsichtigte Druck meines Kollegheftes, in Folge von technischen Schwierigkeiten, voraussichtlich noch längere Zeit verzögern dürfte.

Die neue Stufe, welche ich Vesullian (Vesullianum, Vesullien, Vesulliano) zu nennen vorschlage, nach der Stadt Vesoul (Vesullum) in der oberen Franche-Comté, in deren nächsten Umgebung, wie ich mich diesen Frühling de visu überzeugt habe, die hieher gehörenden drei Unterstufen schön und fast einzig entwickelt sind, ist nun, nach meiner Classification, die Stufe *G* oder die siebente der Jura-Gebilde. Sie entspricht daher in der Literatur der Stratigraphie dem mittleren Theile des braunen Jura der deutschen Geologen, den untern Dreifünfteln der Etage bathonien d'Omalius', dem mittleren Theile des braunen ε oder den sogenannten Dentalien-Thonen Quenstedt's, dem ganzen Hauptroggenstein Frommherz's, den Thonen mit Ostrea Knorri Braun's und den Klausschichten der österreichischen Geologen. Sie wird also nach unten durch das ebenfalls dreitheilige Bajocian [10]) d'Orbigny's und nach

---

[19]) Ich gedenke nächstens, d. h. im Verlaufe des Jahres 1880, meine schon vor fünfzehn Jahren auf Kosten des Toarcian und des Bajocian d'Orbigny's aufgestellte Stufe, das Aalenian, ebenfalls an diesem Orte endlich zu begründen.

oben durch das nur zweitheilige Bathian, Mayer (Bradfordclay plus Cornbrash) begrenzt.

Im Gegensatze zu den älteren Jura-Stufen, mit Ausnahme der ersten, und in auffallender Analogie mit dem obertertiären Langhian, das in Italien und Steiermark, trotz seiner Mächtigkeit, untheilbar ist, in Südwest- und Südfrankreich (Carry), in Oberbayern (Kaltenbachgraben) und im Wiener Becken aber regelmässig in drei Unterstufen zerfällt, zeigt unsere Stufe wieder und sehr deutlich zwei, oder wenn man will, mehrere nach gewissen Länderstrichen vertheilte Facies, nämlich die nordwesteuropäische, innerhalb welcher sich drei Unterstufen unterscheiden lassen und die süd- und mitteleuropäischen untheilbaren Facies. Bevor wir indessen zur Betrachtung dieser einzelnen Gebilde übergehen, gilt es vor Allem die Grenzen des ganzen Vesullian genauer zu verfolgen, denn damit werden auch die in der neueren Stratigraphie fast einzig massgebenden Gründe für die Stufen-Abtrennung gegeben und also in unserem speziellen Falle diese Stufen-Abtrennung gerechtfertigt erscheinen, was ja der Hauptzweck gegenwärtiger Mittheilung ist.

Was nun zuerst die untere Grenze des Vesullian betrifft, so fällt sie selbstverständlich mit derjenigen des ehemaligen Bathonien zusammen, und es ist daher eigentlich überflüssig, sie hier noch ein Mal zu verfolgen. Es hat indessen diese Grenzlinie in der neueren Zeit durch die bessere Würdigung gewisser Thatsachen so an Interesse und Wichtigkeit gewonnen, dass es wohl der Mühe werth erscheint, sich doch noch einen Augenblick auf's Neue dabei aufzuhalten. Aus den vielfachen Beobachtungen der englischen, französischen und Alpen-Geologen nämlich hat sich die Thatsache ergeben, dass, während das Meer der

vorhergehenden Hauptepoche, des Bajocian, sich in Europa von Unterstufe zu Unterstufe mehr concentrirte oder schwand, so zwar, dass das Bajocian III (das ächte, mit Ammonites Garanti, A. Martinsi macer, A. dimorphus, A. oolithicus, A. Defrancei etc. neben A. Parkinsoni, der in der europäischen Südzone massenhaft in's Vesullian hinauf geht) nicht nur rings um den Nord-West- und Südfuss des Vogesen-Schwarzwald-Massivs zurücktritt und fehlt, sondern auch in der Südzone so zu sagen sprungweise aussetzt (so am Stockhorn und so bei Septêmes), im Gegensatze dazu, mit Beginn des Vesullian, eine gewaltige Senkung und Ausdehnung des Meeres in Europa eintrat, indem einerseits das typische Vesullian I mit der massenhaft auftretenden Ostrea acuminata vielfach, und andererseits die südliche Facies davon mit Possidonomya Buchi (oder alpina) meistens, direkt auf dem mittleren Bajocian mit Ammonites Blagdeni ruhen.

Noch viel grossartiger indessen sind die Phänomene gewesen, welche die obere Grenze des Vesullian gezogen haben. In der grossen nordwestlichen Zone nämlich, welche England, Frankreich, einerseits bis über Poitiers und andererseits bis Valence, den Jura links der Aar und das Breisgau begreift, hören mit dem Vesullian die so bezeichnenden, weissen, kalkoolithischen Niederschläge überall plötzlich und fast vollständig auf. Es tritt in England, Nord- und Ost-Frankreich wiederum eine starke Concentrirung und Vertiefung des Meeres ein (Ablagerung des Bradford-Thones Englands und des calcaire de Ranville der Normandie und von Toulon mit ihrer reichen Tiefsee-Fauna). Diese Vertiefung des westlichen Meeres ist aber offenbar einfach als gegen-

sätzliche Folge der (so zu sagen) plötzlichen Trockenlegung des grössern Theiles des südlichen Vesullian-Meeres zu betrachten, welche Trockenlegung durch das radikale Fehlen im Alpengebiet, von Wien bis Aix bei Marseille, von Schichten, welche dem Bradfordthon und dem Cornbrash entsprechen könnten, erwiesen ist, indem fast überall in dieser Zone, auf den Klaus-Oberblegi-Schichten, unmittelbar die Vilser Schichten (das Niveau des Ammonites macrocephalus: mein Oxfordian I) folgen[11]. Dass aber so gewaltige, weit ausgedehnte Meeres-Gestalt-Veränderungen, welche stets das Aussterben einer grösseren Anzahl Arten (in unserem Falle der bezeichnenden Arten der Klaus-Schichten) und die Entstehung einer grösseren Anzahl neuer Arten (hier der bezeichnenden Arten des Bradford-Thones und des Cornbrash) nach sich ziehen, die natürlichste Stufen-Abgrenzung bedingen, liegt auf der Hand und ist z. B. neben der regelmässig miterfolgenden Aenderung des Gesteines die einzige Norm, nach welcher ich meine sämmtlichen Tertiär-Stufen aufgestellt habe.

Nachdem ich die zwingenden Gründe mitgetheilt, welche für die Aufstellung der neuen Jura-Stufe sprechen, falls natürlich sie auf Thatsachen beruhen, was durch das Studium der Literatur der betreffenden Schichten und ihrer Faunen herausgebracht zu haben mein einziges Verdienst ist, so erübrigt nur noch, zuerst die Unterabtheilungen dieser neuen Stufe, wie sie in England und Nordfrankreich schon längst festgestellt worden sind, etwas weiter zu verfolgen und dieselben im Schweizer Jura etwas ge-

---

[11]) *Oppel,* Ueber das Vorkommen von jurassischen Possidomyen-Gesteinen in den Alpen. 1863.

nauer zu parallelisiren, dann aber hauptsächlich einen Blick auf die für uns besonders interessanten Gebilde der Alpenfacies der Stufe zu werfen, da deren genaue Parallelisirung mit dem nordwesteuropäischen Hauptoolith, so viel ich weiss, bis jetzt nicht vorgenommen worden ist.

Das untere **Vesullian** oder **Cadomin.**

Synonyme. Fuller's earth (terre à foulon, Walkererde), *W. Smith;* calcaire marneux de Port-en-Bessin et calcaire de Caen, *Deslongchamps;* marnes de Plasne, *Marcou;* marnes de Gravelotte, *Terquem;* unterer Hauptroggenstein, *Moesch.* — Cadomus = Caen.

In England und in fast ganz Frankreich folgt, ohne besonders scharfe Grenzlinie, über dem typischen oberen Bajocian; am Rande der Vogesen und am West- und Süd-Fusse des Schwarzwaldes aber, über den bei fehlendem oberen Bajocian scharf und oft durch eine Erosionslinie abgetrennten oberen Schichten des mittleren Bajocian [12]), ein bei allen kleinen Modifikationen, denen es unterworfen ist, doch fast überall durch seine thonige Natur bezeichnetes, meist ganz thoniges, in Burgund, Lothringen und dem Berner, Basler und Aargauer Jura thonig-kalkiges und bereits theilweise oolithisches Gebilde, welches auch paläontologisch und zwar durch das massenhafte Auftreten der Ostrea acuminata wohl bezeichnet erscheint. Dieser bei Bath 45 Meter, bei Bayeux 30 M., bei Metz 20 M., bei Sémur 14 M., im Jura aber bis 65 M, mächtigen und

---

[12]) *Hébert*, les mers anciennes, p. 27. 1857.; *Terquem et Jourdy,* Bathonien de la Moselle, p. 11. 1869; *Moesch*, der Aargauer Jura, p. 83. 1867.

daher bereits eine lange Epoche repräsentirenden Bildung entspricht genau[13]) der bei Bayeux seitlich in sie übergehende, an die 35 M. mächtige calcaire de Caen, ein kreideartiger, an der Luft aber erhärtender und daher vortrefflicher Baustein. Von gleichem Alter müssen ferner, ihrer Lagerung über dem typischen Bajocian III, ohne alle scharfe Abgrenzung zufolge, einerseits der untere Theil der schwäbischen Dentalienthone, andererseits der untere Theil der Thone mit Ostrea Knorri Norddeutschlands sein. Jene, von Boll bis zum Randen entwickelten, indessen nur bis 10 Meter mächtigen Thone unterscheiden sich petrographisch kaum von den vielen anderen dunkeln Thonablagerungen der Juraformation, wohl aber enthalten sie an ihrer Basis in einer dünnen Schicht eine Reihe für das Vesullian und zumeist für das Cadomin bezeichnender Ammoniten, als da sind: A. ferrugineus, A. fuscus, A. sulcatus, A. polymorphus, A. zigzag etc.[14]). Die norddeutschen Ostreathone, bei Eimen 30 Meter, bei Porta westphalica 40 M. mächtig, zeigen meist eine Abwechslung von weichen und schwarzen Thonen mit festeren, sandigmergeligen, mehr grauen Zwischenlagen und zeichnen sich stellenweise, so gerade bei Eimen, durch eine sowohl arten- als individuenreiche Fauna aus, worunter Ostrea acuminata, Ammonites fuscus, A. psilodiscus, A. sulcatus und Ammonites Deslongchampsi als Leitmuscheln des Vesullian hervorragen[15]). Wir zählen endlich, eo ipso, zum untern Vesullian die schiefrigen Thonmergel mit Ammonites Parkinsoni, A. Martinsi und A. Mediterraneus,

---

[13]) *Deslongchamps*, Etudes sur les étages jurassiques inférieurs de la Normandie, p. 121. 1864. — [14]) *Waagen*, in *Benecke*, geognostisch-palæontolog. Beiträge, Bd. 2, p. 205. 1868. — [15]) *Brauns*, der mittlere Jura im nordwestlichen Deutschland, p. 49. 1869.

welche in den Profilen von Chaudon und les Dourbes bei Digne in der Provence über dem typischen Bajocian III lagern und die ersten 26 Meter des dortigen unteren «Bathonian» bilden [16]).

Das mittlere **Vesullian** oder **Stonesfieldin.**

Synonyme. Stonesfield slate, *W. Smith;* oolithe miliaire, *Deslongchamps* (untere Hälfte); calcaire à Pecten laminatus, *Martin;* calcaire oolithique du Grand Failly et de Gravelotte, *Terquem;* mittlerer Hauptroggenstein, *Moesch.* — Stonesfield, Dorf bei Oxford.

Der englische Typus des mittleren Vesullian ist ein hauptsächlich in Gloucestershire verbreiteter, grauer, sandiger Kalk, in dicken, sich regelmässig spaltenden Platten, zuweilen etwas oolithisch, von gegen 20 Meter Mächtigkeit. In der Umgegend von Oxford enthält dieser Kalk eine grosse Anzahl Saurierreste (Pterodactylus, Megalosaurus etc.) und es ist speziell die Lokalität Stonesfield durch das dortige erste Auftreten darin von beuteltbierartigen Säugethieren (Thylacotherium Prevosti und Phascolotherium Bucklandi), in Gesellschaft von vielen Flügeln, Beinen und Kopfstücken von Käfern, berühmt geworden. In der Normandie existirt keine ähnliche Bildung und es scheint das mittlere Vesullian in der Gegend von Caen zu fehlen, da dort das obere, die sogenannte oolithe miliaire, durch eine scharfe, mit Bohrmuscheln bespickte Grenzlinie vom unteren getrennt wird; da aber dafür, bei Bayeux und Port-en-Bessin, jene oolite miliaire ohne Unterbruch auf

---

[16]) *Garnier,* in Bulletin de la Société géolog. de France, 1872, p. 641.

das Vesullian I folgt, so muss wohl deren unterer Theil dem Stonesfieldin entsprechen.

Bei Metz wie in Burgund folgen auf den Austernthonen des unteren Vesullian gelbliche bis weisse oolithische Kalke, dort 30 Meter, bei Sémur nur 18 Meter mächtig und oft durch die Häufigkeit des Pecten laminatus bezeichnet, welche schon von verschiedenen französischen Geologen und offenbar mit vollem Rechte mit den Stonesfield slates parallelisirt worden sind. Im Schweizer Jura aber entwickelt sich das mittlere Vesullian zu einem, wenn auch nicht mächtigen und nur 14 bis vielleicht stellenweise 25 Meter erreichenden, so doch complizirten und interessanten Gebilde, Moesch's mittlerer Hauptroggenstein, mit folgenden drei Abtheilungen:

Vesullian II a. Die Homomyen-Schichten, ein gelber Mergelkalk mit sehr untergeordneter oolithischer Struktur, wie in Burgund und Lothringen bezeichnet durch Pholadomya (Homomya) gibbosa: 7 Meter;

Vesullian II b. Die Sinuatus-Schichten, sehr grobkörnige, bald weisse, bald bräunliche Oolithbänke, mit zahlreichen Exemplaren des Clypeus Ploti (auch Cl. sinuatus und Cl. patella benannt): bis 15 Meter; und

Vesullian II c. Die Maeandrina-Schichten, feinkörnige, bräunlichgelbe Oolithbänke, mit grauen, schiefrigen Thonkalklagen abwechselnd, ausnahmsweise dolomitisch und kreideweiss, bezeichnet durch Cidaris mæandrina, in zahlreichen, keulenförmigen Stacheln und hie und da mit zahlreichen Korallenstöcken: 5 Meter oder etwas darüber.

In den Profilen der Umgegend von Digne endlich mögen unserem Niveau die 20 Meter Kalke und Schiefer mit Ammonites Parkinsoni, tripartitus und subdiscus

entsprechen, welche über den schiefrigen Thonen des Vesullian I folgen, da noch eine besondere, schiefrige und petrefaktenreiche Abtheilung diese Kalke vom Bathian trennt.

Das obere **Vesullian** oder **Falaisin**.

Synonyme. Great oolithe, *Grenough*; oolithe miliaire, *Deslongchamps*; oberer Hauptroggenstein, *Moesch* etc. — Falaise, Stadt der Normandie.

Der englische Great oolithe ist ein weicher, weisser oder gelblicher kleinoolithischer Kalkstein, in dünnen, unregelmässigen Schichten, oft mit dünnen Sandlagen untermischt, der unten mit einigen dickeren und härteren, bräunlichen, ebenfalls oolithischen Bänken abschliesst und im Ganzen bis 35 M. mächtig wird. In den grossen Steinbrüchen von Minchinhampton (Gloucestershire) zeichnet sich diese Bildung durch eine grosse Anzahl schön erhaltener Versteinerungen aus und hat hier allein über dreihundert Arten Mollusken geliefert. An den vielen anderen Lokalitäten der Grafschaft freilich ist die Fauna ungleich ärmer. Aehnlich zusammengesetzt zeigt sich das obere Vesullian noch in Wiltshire und in Somersetshire, wo die Lokalität Ancliff durch ihren Petrefakten-Reichthum hervorragt. An beiden Endpunkten des englischen Jura-Zuges aber, in Yorkshire wie in Dorsetshire, ändert die Abtheilung ihren Charakter; sie wird zu einem petrefaktenarmen Thon- und Sandgebilde, welches vielleicht schon den Beginn der grossen Senkung im Norden, am Ende der Vesullian-Epoche, anzeigt.

Die oolithe miliaire der Normandie (Calvados und Orne) unterscheidet sich meistens durch Nichts von der typischen englischen Ablagerung; nur dass bei Bayeux die Sandlagen

durch solche von Quarzknollen ersetzt werden. Ausnahmsweise indessen sondern sich in der Nähe von Falaise eine Anzahl härterer, weisser Kalkbänke aus dem weichen, sandigen Gesteine aus, während umgekehrt näher bei Caen Stellen sind, wo die ganze Abtheilung aus feinoolithischem Sande besteht. Mächtigkeit bis 30 Meter. Petrefakten öfters zahlreich; deren Erhaltung meist vortrefflich.

In Ostfrankreich wechselt die Zusammensetzung des oberen Vesullian vielfach, was schon mit der Einwirkung von Meeresströmungen hat erklärt werden wollen. Westlich von Metz nämlich vertreten graue, mürbe, oft oolithische Kalke und braune Thonmergel, bis 30 M. mächtig, die betreffende Abtheilung, da der Bradfordthon erst auf jene Serie folgt. In der Côte-d'or aber lagert eine bis 55 M. dicke Masse von dichtem, weissem oder blassrosenrothem vielfach zerspaltenem Kalke über dem oolithischen Kalke des Vesullian II und es wird diese einförmige obere Abtheilung des Vesullian durch eine stark auffallende Erosionslinie mit Bohrmuscheln von der folgenden Stufe getrennt.

Im Juragebiete finden wir: in den Kantonen Bern, Solothurn, Basel und Aargau fast überall über den gelben Oolithen des obersten Stonesfieldin weisse Oolithe, bald in Platten, bald massig und kreidig, reich an Nerineen und an anderen Gastropoden, deren Fauna bekanntlich völlig mit derjenigen von Minchinhampton übereinstimmt. Mächtigkeit, merkwürdigerweise wie dort, um die 30 Meter.

Bei Digne schliesst das Vesullian mit circa 2 M. schiefrigen Kalkes und Mergels voller Ammoniten, darunter immer noch die A. Parkinsoni, Martinsi und tripartitus, und folgen darüber die mächtigen schwarzen Thonschiefer

mit Ammonites contrarius, A. Mediterraneus und A. tortisulcatus, welche Schiefer wohl zu drei Viertel dem Bathian und vielleicht zur Hälfte dem Bradfordthon entsprechen.

Aus dieser Zusammenstellung geht klar hervor, dass die drei Unterabtheilungen des Vesullian sowohl wegen ihrer Mächtigkeit und wegen ihren wenigstens durch relative Häufigkeit bezeichnenden Hauptarten, als namentlich wegen ihrer Beständigkeit im grossen nordwestlichen Jura-Becken, den Rang und Namen von Unter-Stufen ebensogut verdienen als selbst die ausgesprochensten der anderen Unterstufen der Juraformation. Addiren wir aber die Mächtigkeiten dieser drei Unterstufen, so finden wir dem Vesullian ein Maximum von 150 M. oder 500 Fuss Dicke, was die neue Stufe, auch in Beziehung auf die Zeitdauer der Ablagerungen, zu einer der bedeutenderen der Juraformation erhebt.

Alpenfacies des **Vesullian.**

Es ist eines der Verdienste des zu früh gestorbenen Jura-Geologen Oppel, im Jahre 1863, die von den österreichischen Geologen nach der Klaus-Alp bei Salzburg benannten Schichten weiter verfolgt und in der ganzen Alpenregion, von Swinitza im Banat bis zur Provence, identifizirt zu haben[17]. Oppel bekam indessen noch keinen richtigen Begriff von der stratigraphischen Bedeutung dieses alpinen Niveau's. Ursprünglich geneigt, dasselbe für oberes Bajocian zu halten, wurde er durch den Anblick unserer Oberblegifauna, welche so viele Arten des alten Bathonian zählt, stutzig gemacht und zur Annahme geführt, dass die Klaus-Schichten zugleich dem

[17]) Ueber das Vorkommen von jurassischen Possidonomyen-Gesteinen in den Alpen (Zeitschr. der deutch. geol. Gesellschaft).

oberen Bajocian und dem ganzen alten Bathonian entsprächen. Zu derselben Ansicht bekannte sich zur gleichen Zeit Bachmann in seinem Aufsatze über die Juraformation im Kanton Glarus[18]), indem er, zu deren Bekräftigung, eine leider nur zur Hälfte Species-Namen zählende Liste von 45 Arten aus den Oberblegi-Schichten des Glärnisch gab. Dieser irrigen, jedoch durch das Hinaufreichen der Ammonites Parkinsoni, Neuffensis, Martinsi, linguiferus etc. aus dem Bajocian III in's Vesullian und durch die frühere Vermengung der Faunen des alten Bathonian erklärlichen Annahme gegenüber, bahnte sich die Wahrheit auf folgende Weise allmälig den Weg. Schon 1865 wurde von Oppel[19]) selbst ein durch das häufige Vorkommen darin von Ammonites tripartitus mit den Klaus-Schichten identifizirter Schichtenkomplex am Mont Crusol bei Valence, als Zone des Am. linguiferus, unterschieden und allein mit dem untersten Bathonian parallelisirt. Fast gleichzeitig hob seinerseits U. Schloenbach[20]) in Norddeutschland ein Niveau des Am. ferrugineus ebenfalls als unterste «Zone» des Bathonian hervor. Wenige Jahre später aber zeigte Waagen[21]), bei Gelegenheit seiner Monographie der Formenreihe des Ammonites subradiatus, dass dieses durch zahlreiche Ammoniten-Arten bezeichnete oder doch von Bradford-Thon und Cornbrash unterschiedene Niveau nicht nur in Norddeutschland, an einzelnen Stellen der Normandie und in England, als Basis des Bathonian unterscheidbar sei, sondern auch durch ebendiese Ammoniten mit den Klausschichten von Swinitza, der Klausalp, von

---

[18]) Mittheil. der Berner naturforsch. Gesellsch. — [19]) Palaeont. Mittheil., V p. 309. — [20]) Beiträge zur Palaeont. der Jura- und Kreide-Formation, p. 28 etc., Kassel 1865. — [21]) Geognost.-palaeont. Beiträge, Bd. II, p. 205. München 1868.

Oberblegi und vom Mont Crusol parallelisirt werde. Als nun zu diesen Aufschlüssen die Untersuchungen der französischen geologischen Gesellschaft im Jahre 1872 das weitere Licht brachten, dass in der Umgegend von Digne eine die fast vollständige Ammoniten-Fauna der Klausschichten enthaltende, mächtige Serie von grauen Thonschiefern und Kalkmergeln zwischen dem dort vorhandenen oberen Bajocian und den höchst wahrscheinlich zum grössten Theile dem Bradfordthone entsprechenden schwarzen Schieferthonen eingelagert sei[22], konnte schon kein Zweifel mehr darüber walten, dass jenes Klausniveau einzig und allein dem ganzen Hauptroggensteine entspreche und nur eine andere (Hoch- oder Tief-See-) Facies davon darstelle. Es ist daher nur dem Zufalle, dass seit zehn oder doch sieben Jahren noch kein Geolog die in der Jura-Literatur bereits vorhandenen Daten zusammengehalten und zur Klarlegung der Klausschichtenfrage verwendet, dem ich heute die Ehre verdanke, so wichtige Thatsachen, wie der genaue Parallelismus dieser Schichten und des Hauptroggensteins und die Selbstständigkeit beider als Stufe, zuerst in die Wissenschaft einführen zu dürfen.

Wie schon Oppel gezeigt, wie etwas später Benecke weiter ausgeführt und wie die vielen im Bulletin der französischen geologischen Gesellschaft zerstreuten Daten es ferner darthun, ist das einheitliche, südliche Vesullian neben dem

---

[22]) Vide Nota 16 (adj. p. 653). — *Cf. Dumortier*, in Bull. Soc. géol. France, 1862, p. 843. — *Dumortier* verwechselt hier das Bathian I (den Bryozoen-Kalk) von Bandol (= calcaire de Ranville = Bradford clay) mit dem Vesullian III (der grande oolithe), das ja zu Bandol eben durch die den Bryozoen-Kalk unterteufenden Klausschichten vertreten ist.

südlichen Kimmeridgian (dem s. g. Tithon) das im Alpengebiete verbreitetste Jura-Niveau. Es bildet in der That auf dessen nordwestlichen Seite eine von Hallstädt bis Toulon so zu sagen ununterbrochene Kette, welche dann über Nizza, Spezia, die Alpen von Südtirol und von Venetien und das Banat, den Ring um die ganze Alpenkette schliesst. Dass nun auf einem so ausgedehnten Länderstriche, und gar im alpinen Gebiete, die Gesteine einer und derselben Ablagerung mannigfaltig wechseln müssen, liegt auf der Hand. Da indessen dieser Gesteinswechsel, der Einheit und Untheilbarkeit der eingeschlossenen Fauna gegenüber, stratigraphisch bedeutungslos ist, so brauchen wir uns hier nicht dabei aufzuhalten. Nur so viel sei denn gesagt, dass die Eisenablagerungen des südlichen Vesullian, wie sie speziell in der Ostschweiz erscheinen und hier von einem Zurücktreten der Possidonomya alpina und der Brachiopoden und einem häufigeren Auftreten der Pelecypoden und Gastropoden begleitet werden, auf eine geringere Tiefe des Vesullianmeeres in der Mitte des Beckens als östlich, westlich und südlich davon deuten, während die ungeheure Entwicklung der Kolonien von Possidonomya alpina, wie sie hauptsächlich in Südtirol beobachtet wird, eine um so grössere Tiefe des Meeres anzeigen möchte.

Was nun schliesslich die Fauna des südlichen Vesullian betrifft, so zählt sie, nach meiner möglichst exakten Zusammenzählung, annoch erst 115 Arten, oder nach Abzug einiger wahrscheinlich doppelt oder irrthümlich angeführten Bivalven und Ammoniten 108 Species, nämlich zwei Pflanzen, sechs Strahlthiere, sechsundzwanzig Brachiopoden, sechszehn Pelecypoden, zehn Gastropoden, neununddreissig Ammoniten, sieben weitere Cephalopoden und zwei Fischarten. Von den Ammoniten abgesehen,

zählt diese Fauna unter ihren nicht bezeichnenden Arten circa 15, welche schon im Bajocian auftreten, circa 22 Arten des Vesullian III und circa 13 des Bathian I oder II. Die 39 Ammoniten aber sind folgende:

1.	A. arbustigerus, Orb.	21.	A. Neuffensis, Opp.
2.	- Baltzeri, May.	22.	- Parkinsoni, Sow.
3.	- biflexuosus, Orb. (?)	23.	- polymorphus, Orb.
4.	- Brongniarti, Orb.	24.	- procerus, Seeb.
5.	- Defrancei, Orb.	25.	- psilodiscus, Schloenb.
6.	- Demidoffi, Rouss.	26.	- pygmaeus, Orb.
7.	- Deslongchampsi, Orb.	27.	- robustus, May.
8.	- dimorphus, Orb.	28.	- subcontractus, M. u. L.
9.	- Eudesi, Orb.	29.	- subdiscus, Orb.
10.	- ferrugineus, Opp.	30.	- subfurcatus, Ziet.
11.	- fuscus, Quenst.	31.	- subfuscus, Waag.
12.	- Garnieri, May.	32.	- subobtusus, Kud.
13.	- Glaronensis, May.	33.	- sulcatus, Hehl.
14.	- gracilis, Buckm.	34.	- tripartitus, Rasp.
15.	- heterophylloides, Opp.	35.	- viator, Orb. (?)
16.	- Kudernatschi, Hau.	36.	- Wagneri, Opp.
17.	- linguiferus, Orb.	37.	- Waterhousei, M. u. L.
18.	- Martinsi, Orb.	38.	- Ymir, Opp.
19.	- Mediterraneus, Neum.	39.	- zigzag, Orb.
20.	- Morrisi, Opp.		

Von diesen nun kommen zwölf, vielleicht dreizehn (nämlich Nr. 4, 5, 8, 9, 15, 17, 18, 21, 22, 23, 26, 30 und 33) schon im oberen Bajocian III, circa 20 (nämlich Nr. 1, 4, 7, 8, 10, 11, 14, 17, 20, 21, 22, 23, 25, 28, 29, 31, 33, 36, 37 und 39) im nördlichen Vesullian, und nur 5 (nämlich Nr. 1, 3, 24, 28, 36) oder, wenn man die wahrscheinlich mit Unrecht citirten A. aspidoides und Würtembergicus gelten lassen will, nur 7 von 41

Ammoniten-Arten auch im Bathian vor. Es genügt aber diese Zusammenstellung, um die grosse paläontologische Uebereinstimmung beider geographischen Zonen des Vesullian, was besonders die mehr pelagischen Cephalopoden betrifft und die viel geringere Analogie der Fauna seiner Südzone mit derjenigen des Bathian (18 von 108 Arten, gleich ein Sechstel), als derjenigen seiner Nordzone, die ja ein Viertel bis vielleicht ein Drittel ihrer Arten mit dem Bathian I und II gemeinschaftlich hat, darzuthun. Es sprechen daher die paläontologischen Verhältnisse des südlichen Vesullian ebenso laut, wie seine stratigraphischen, für seine Unabhängigkeit vom oberen Bathonian, welche Unabhängigkeit, ich wiederhole es, geopragmatisch hauptsächlich durch die am Ende der Vesoul-Epoche im Alpengebiete erfolgte Umwälzung, beziehungsweise Hebung und Trockenlegung des Vesullian-Meeres bedingt wurde.

Nota. Kaum eine zweite Jurafauna verlangt gegenwärtig noch so dringend eine monographische Bearbeitung wie diejenige des südlichen Vesullian. Um aber eine durchaus befriedigende und annähernd vollkommene solche Arbeit auszuführen, bedarf es heutzutage vielerlei Vergünstigungen des Schicksales, nämlich: 1) einer tüchtigen Kenntniss des Doggers und seiner Fauna, 2) guter Jura-Sammlungen und einer vollständigen Jura-Bibliothek in der Nähe; 3) wenigstens eines Jahres Musse; 4) einer centralen Lage, wegen der Autopsie der Ablagerungen und Sammlungen und wegen der Mittheilungen, und 5) des Wohlwollens der Geologen und geologischen Sammlungsdirektoren in Wien, München, Zürich, Bern, Genf, Strassburg, Lyon, Grenoble und Marseille. Ich weiss nun gegenwärtig keinen Paläontologen, der alle diese Erfordernisse für besagte Arbeit vereinigte, ausser Herrn Ernest Favre in Genf. Ich schlage daher den Jura-Geologen und Paläontologen vor, unisono meinen verehrten Landsmann und Freund aufzufordern, möglichst bald jene interessante Arbeit zu unternehmen.

Untersuchungen über die Wärmeleitung in Flüssigkeiten

von **H. F. Weber** (Forts.).

2.

Die in den vorstehenden Tabellen enthaltenen Resultate stelle ich jetzt, mit Beibehaltung derselben Reihenfolge, übersichtlich zusammen.

	k	ϱ	c	$\gamma = \varrho . c$	$\eta = \frac{k}{\varrho c}$
Wasser	0.0745	1.000	1.000	1.000	0.0745
Kupfervitriollösung	0.0710	1.160	0.848	0.984	0.0722
Zinkvitriollösung I	0.0711	1.134	0.861	0.976	0.0729
Zinkvitriollösung II	0.0698	1.272	0.765	0.973	0.0721
Zinkvitriollösung III	0.0691	1.362	0.706	0.962	0.0718
Kochsalzlösung	0.0692	1.178	0.800	0.942	0.0735
Glycerin	0.0402	1.220	0.605	0.738	0.0545
Alkohol	0.0292	0.795	0.566	0.450	0.0649
Schwefelkohlenstoff	0.0250	1.271	0.254	0.325	0.0769
Aether	0.0243	0.728	0.520	0.378	0.0643
Olivenöl	0.0235	0.911	0.471	0.429	0.0548
Chloroform	0.0220	1.485	0.233	0.346	0.0636
Citronenöl	0.0210	0.818	0.438	0.358	0.0587
Benzin	0.0200	0.701	0.381	0.270	0.0741

Eine Vergleichung der für das Wärmeleitungsvermögen erhaltenen Werthe mit den Werthen des Products aus Dichte und specifischer Wärme, d. h. mit den Werthen der specifischen Wärme der Volumseinheit (dieser specifischen Wärme wurde in der Tabelle das Zeichen γ beigelegt) lässt erkennen, dass die Wärmeleitungsfähigkeit ganz ausnahmslos in strengster Abhängigkeit von der specifischen Wärme der Volumseinheit steht. Die Flüssigkeit mit der grössten specifischen Wärme der Volumseinheit, das Wasser, hat auch das grösste Wärmeleitungsvermögen; die Flüssigkeit, welcher die kleinste

specifische Wärme der Volumseinheit zukommt, das Benzin, zeigt auch den kleinsten Werth des Wärmeleitungsvermögens. Alle wässerigen Salzlösungen zeigen nahezu die gleiche specifische Wärme der Volumseinheit und zwar eine nur um einige Procente kleinere als die des Wassers, und ihre Wärmeleitungsfähigkeiten sind ebenfalls nahezu gleich gross und zwar ebenfalls um einige Procente kleiner als die Wärmeleitungsfähigkeit des Wassers. Es ist deswegen der letzten Tabelle eine Columne angefügt worden, in welcher der Quotient aus dem beobachteten Wärmeleitungsvermögen k und der specifischen Wärme der Volumseinheit γ verzeichnet ist. Die Grösse dieses Quotienten bleibt nahezu dieselbe für alle die vierzehn untersuchten Flüssigkeiten, obschon sich diese Flüssigkeiten in der extremsten Weise von einander unterscheiden, wie z. B. der ausserordentlich leichtflüssige Schwefelkohlenstoff und die äusserst dickflüssige, stark concentrirte Lösung III von schwefelsaurem Zink.

Um einen besseren Ueberblick über den Grad der Uebereinstimmung der verschiedenen Werthe dieses Quotienten η zu geben, lasse ich in der folgenden Tabelle die verschiedenen untersuchten Flüssigkeiten in derselben Reihenfolge nach einander folgen, in welcher sich die ihnen zugehörigen Werthe von η ordnen.

	k	γ	$\eta = \frac{k}{\gamma}$
Schwefelkohlenstoff	0.0250	0.325	0.0769
Benzin	0.0200	0.270	0.0741
Wasser	0.0745	1.000	0.0745
Kupfervitriollösung	0.0710	0.984	0.0722
Zinkvitriollösung I	0.0711	0.976	0.0729
Zinkvitriollösung II	0.0698	0.973	0.0721
Zinkvitriollösung III	0.0691	0.962	0.0718
Kochsalzlösung	0.0692	0.942	0.0735

	k	γ	$\eta = \frac{k}{\gamma}$
Alkohol	0.0292	0.450	0.0649
Aether	0.0243	0.378	0.0643
Chloroform	0.0220	0.346	0.0636
Citronenöl	0.0210	0.358	0.0587
Olivenöl	0.0235	0.429	0.0548
Glycerin	0.0402	0.738	0.0545

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, dass die Grösse des Wärmeleitungsvermögens der untersuchten Flüssigkeiten in erster Linie der specifischen Wärme der Volumseinheit proportional ist. Die für Schwefelkohlenstoff, Benzin, Wasser und die 5 Salzlösungen gewonnenen Resultate lassen wohl kaum einen Zweifel an dieser Thatsache aufkommen. Zweifellos ergiebt sich aber auch das weitere Factum, dass der Quotient η für ausserordentlich zähe Flüssigkeiten, wie Glycerin, Olivenöl, einen etwas kleineren Werth besitzt als für leichtflüssige Flüssigkeiten, dass also die Grösse der inneren Reibung einigen Einfluss auf die Höhe der Wärmeleitungsfähigkeit ausübt. Indess ist dieser Einfluss nur ein sehr kleiner; in den Zinkvitriollösungen I, II, III nimmt die innere Reibung mit wachsender Concentration fast bis zum zwanzigfachen Werthe der innern Reibung des Wassers zu und es nimmt der Quotient η nur in eben noch merkbarer Weise ab; und für Glycerin, dessen innere Reibung mehr als achthundertmal so gross ist als die der leichtflüssigen Flüssigkeiten, ist der Werth von η immer noch vergleichbar mit den Werthen dieses Quotienten, den die leichtflüssigen Flüssigkeiten liefern. Ausser der Constante der inneren Reibung scheinen noch andere Eigenschaften der Flüssigkeiten

einigen Einfluss auf die Grösse des Quotienten η auszuüben; denn die drei Flüssigkeiten Alkohol, Aether und Chloroform, deren innere Reibungsconstanten mit denen von Wasser und Benzin vollkommen vergleichbar sind, zeigen etwas kleinere Werthe für η als die beiden zuletztgenannten Flüssigkeiten.

Als allgemeines Resultat der ausgeführten Untersuchungen lässt sich also hinstellen: der Werth der Wärmeleitungsfähigkeit einer Flüssigkeit lässt sich durch die Form ausdrücken:

$$k = \eta \cdot \varrho \cdot c,$$

in welcher η einen Coefficienten bedeutet, welcher sich von Flüssigkeit zu Flüssigkeit nur wenig ändert. Weitere Untersuchungen, die in der nächsten Zeit ausgeführt werden sollen, müssen entscheiden, in welcher Abhängigkeitsform der Coefficient η von der Constante der inneren Reibung steht und welche anderen Eigenschaften der Flüssigkeiten die Grösse dieses Coefficienten in merkbarer Weise beeinflussen.

Das Resultat, dass die Wärmeleitungsfähigkeit nichtmetallischer, durchsichtiger Flüssigkeiten der specifischen Wärme der Volumseinheit, d. h. dem Wärmevorrath in der Volumseinheit sehr angenähert proportional ist und dass die innere Reibung und sonstige Eigenschaften der Flüssigkeiten nur einen kleinen, secundären Einfluss auf die Grösse des Wärmeleitungsvermögens haben, scheint mir für die noch zu begründende Theorie des flüssigen Aggregatzustandes von der hervorragendsten Wichtigkeit zu sein.

Die gefundene Thatsache, dass der Quotient $\frac{k}{\varrho c}$ eine für alle Flüssigkeiten nahezu constante Grösse ist, lässt

sich noch in anderer Form ausdrücken. Die durch die Wärmeleitung bedingte Bewegung der Temperatur u innerhalb einer unbegrenzten Flüssigkeit ist durch die partielle Differentialgleichung bestimmt:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{\varrho c}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right\}.$$

Ist nun die Grösse $\frac{k}{\varrho c}$ für die verschiedenen Flüssigkeiten nahezu constant, so ist auch die Temperaturbewegung, die sich in den verschiedensten Flüssigkeiten aus derselben anfänglichen Temperaturvertheilung heraus entwickelt, angenähert genau dieselbe. Sind also z. B. die anfänglichen Temperaturvertheilungen in einer Reihe verschiedener Flüssigkeiten identisch, so gleichen sich die bestehenden Temperaturungleichheiten in allen diesen Flüssigkeiten nahezu gleich rasch aus. Führen wir für die Grösse $\frac{k}{\varrho c}$ die Bezeichnung «Temperaturleitungsfähigkeit» ein — eine Bezeichnung, die im Gebiete der Theorie der Wärmeleitung bereits von verschiedenen Physikern gebraucht wurde — so lässt sich das gefundene allgemeine Resultat am kürzesten so formuliren: D u r c h s i c h t i g e, n i c h t m e t a l l i s c h e F l ü s s i g k e i t e n h a b e n b e i g l e i c h e r T e m p e r a t u r n a h e z u d i e g l e i c h e T e m p e r a t u r l e i t u n g s f ä h i g k e i t.

3.

Wie schon oben erwähnt wurde, liess sich aus jeder der besprochenen 89 Versuchsreihen deutlich erkennen, das das Wärmeleitungsvermögen aller untersuchten Flüssigkeiten mit steigender Temperatur zunimmt. Um die Grösse dieser Zunahme festzustellen habe ich das Wärmeleitungsvermögen für vier verschiedene Flüssigkeiten bei einer

höheren Temperatur, bei einer mittleren Temperatur von circa 25°, nach demselben Verfahren bestimmt.

Die untere Kupferplatte wurde auf einen von vier starken Füssen getragenen, möglichst fest aufgestellten Ring von starkem Kupferblech wasserdicht aufgesetzt. Nachdem der Zwischenraum zwischen den beiden Kupferplatten mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt worden war, wurde das ganze Plattensystem auf eine constante Temperatur von nahezu 45° erwärmt. War diese Temperatur gleichmässig durch das ganze System verbreitet, so wurde von einem bestimmten Zeitmomente an der Wasserstrahl der vollständig geöffneten Wasserleitung des Laboratoriums senkrecht gegen die untere Basisfläche der unteren Kupferplatte gerichtet. Dadurch wurde die Temperatur der unteren Kupferplatte nach ausserordentlich kurzer Zeit auf die constante Temperatur U des Wassers der Wasserleitung zurückgeführt und dauernd auf dieser Temperatur erhalten, da die grosse Wassermasse (40 Liter pro Minute), die gegen die Platte sprühte, in jedem Zeitelemente die aus der Flüssigkeitslamelle der unteren Platte zugeleitete Wärme vollständig fortführte. In dem Momente, in welchem die Abkühlung begann, wurde weiter über das ganze Plattensystem eine Hülle mit derselben constanten Temperatur U gestülpt. Die eine Löthstelle des zur Temperaturmessung benutzten Thermoelements war, wie früher, in der oberen Kupferplatte eingelöthet, die andere Löthstelle war der constanten Temperatur U des abkühlenden Wassers ausgesetzt.

Das Beobachtungsverfahren war genau das frühere und die zur Berechnung der Beobachtungsresultate dieser Versuchseinrichtung dienenden Formeln sind genau dieselben wie die früher entwickelten; es bedeutet nur u

nicht mehr wie früher die Temperatur der oberen Kupferplatte, sondern den Ueberschuss der Temperatur der oberen Kupferplatte über die constante Temperatur U der Umgebung. Nach den früher gegebenen Bemerkungen über das benutzte Thermoelement wird aber dieser Temperaturüberschuss u direct durch den auf Bogen reducirten Galvanometerausschlag in relativem Maasse geliefert.

Nach diesem Verfahren habe ich für Wasser, für die früher untersuchte Kochsalzlösung, für die obige Zinkvitriollösung III und für Glycerin die Wärmeleitungsfähigkeit für eine mittlere Temperatur von circa 24° bestimmt. Um auch für diese Abänderung der Versuchsmethode eine deutliche Vorstellung von der Leistungsfähigkeit der Methode geben zu können, lasse ich zunächst das volle Protocoll der für Wasser ausgeführten ersten Versuchsreihe folgen. Die Bedeutung der Zahlen der einzelnen Spalten ist genau dieselbe wie in den früher gegebenen gleichartigen Tabellen.

8h 39′	0″	18.02	246.9	2.39252	0.18137
	15″	16.31	223.5	2.34928	0.18274
	30″	14.58	199.8	2.30060	0.17871
	45″	13.17	180.4	2.25624	0.18033
40′	0″	11.86	162.5	2.21085	0.17904
	15″	10.69	146.4	2.16554	0.17654
	30″	9.67	132.4	2.12189	0.17691
	45″	8.69	119.1	2.07591	0.17664
41′	0″	7.86	107.6	2.03181	0.17872
	15″	7.11	97.5	1.98900	0.17475
	30″	6.43	88.1	1.94498	0.17339
	45″	5.79	79.3	1.89927	
42′	0″	5.20	71.3	1.85309	
	15″	4.77	65.2	1.81425	
	30″	4.31	59.1	1.77159	

Hiernach war der Mittelwerth von $\frac{1}{t_{n+1} - t_n} \, log\left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right)$ gleich 0.17741; da der mittlere Ueberschuss der Temperatur

der Wasserlamelle über die Temperatur U der unteren Platte gleich 4°.81 war und die Temperatur U 18°.50 betrug, so entsprach dem Mittelwerthe 0.17741 eine mittlere Temperatur der Wasserlamelle gleich 23°.31.

Die folgenden Tabellen geben alle die gefundenen Mittelwerthe der Grösse $\frac{1}{t_{n+1}-t_n}\, log\left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right)$ und die zugehörigen mittleren Lamellentemperaturen. Unter jeder Tabelle stehen zunächst die resultirenden Mittelwerthe und zuletzt folgt der Werth des Wärmeleitungsvermögens, der sich aus diesen beobachteten Mittelwerthen und aus den weiteren Daten für M_1, c_1, h_1, F, F_1 und Δ, die wir bereits oben angegeben haben, berechnet.

Wasser.

$\varrho = 0.998$ $c = 1.000$

0.17803	23°.8
0.17874	23 .9
0.18186	23 .4
0.17778	23 .6
0.17811	23 .9
0.17934	23 .8
0.17993	23 .6
0.17853	23 .8
0.17875	23 .6
0.17909	23°.67

$k = 0.0857$

Kochsalzlösung.

$\varrho = 1.175$ $c = 0.804$

0.17061	26°.3
0.17141	26 .0
0.17282	26 .7
0.17153	26 .1
0.17260	26 .0
0.17100	26 .6
0.17166	26°.28

$k = 0.0809$

Zinkvitriollösung.

$\varrho = 1.358$ $c = 0.709$

0.16301	23°.67
0.16342	23 .51
0.15976	23 .00
0.16365	23 .60
0.16412	23 .42
0.16279	23°.44

$k = 0.0776$

Glycerin.

$\varrho = 1.206$ $c = 0.613$

0.09435	25°.4
0.09517	25 .3
0.09440	25 .1
0.09308	25 .0
0.09500	25 .3
0.09451	25 .1
0.09440	25°.20

$k = 0.0433$

Nach den Ergebnissen aller ausgeführten Versuchsreihen ist hiernach das Wärmeleitungsvermögen für

Wasser	$k = 0.0745$	für die mittlere Temperatur	$4^0.10$
	$k = 0.0857$	„ „ „ „	$23^0.67$
Kochsalzlösung	$k = 0.0692$	für die mittlere Temperatur	$4^0.40$
	$k = 0.0809$	„ „ „ „	$26^0.28$
Zinkvitriollösung	$k = 0.0691$	für die mittlere Temperatur	$4^0.50$
	$k = 0.0776$	„ „ „ „	$23^0.44$
Glycerin	$k = 0.0402$	für die mittlere Temperatur	$6^0.25$
	$k = 0.0433$	„ „ „ „	$25^0.20$

Nehmen wir an, das Wärmeleitungsvermögen dieser Flüssigkeiten wächst zwischen 4^0 und 25^0 in linearer Weise mit steigender Temperatur, setzen wir also $k = k_0 (1 + \alpha u)$, und leiten wir die Constanten k_0 und α aus den angegebenen Beobachtungsdaten ab, so finden wir für

Wasser:	$k_0 = 0.0722$	$\alpha = 0.00786$
Kochsalzlösung:	$k_0 = 0.0669$	$\alpha = 0.00790$
Zinkvitriollösung:	$k_0 = 0.0670$	$\alpha = 0.00670$
Glycerin:	$k_0 = 0.0391$	$\alpha = 0.00423$

Für sämmtliche dieser vier Flüssigkeiten ist der Coefficient α dem Wärmeleitungsvermögen k_0 nahezu proportional; ob dieses auch für die übrigen Flüssigkeiten stattfindet, müssen weitere Beobachtungen entscheiden.

III. Vergleichung der erhaltenen Resultate mit den Ergebnissen früherer Beobachter.

1.

Vergleichung der gewonnenen Resultate mit den Resultaten des Hrn. **Lundquist.**

In der in der Einleitung citirten Abhandlung hat Hr. Lundquist in Upsala nach der Ångström'schen Methode die Wärmeleitungsfähigkeit für Wasser, für eine Kochsalz-

lösung, für drei verschiedene Zinkvitriollösungen und für drei verschiedene Schwefelsäure-Wassermischungen ermittelt. Laut den Angaben auf S. 27 seiner Abhandlung erhielt er für die auch von mir untersuchten Flüssigkeiten unter Zugrundelegung derselben Einheiten, die in dieser Untersuchung gewählt wurden, folgende absolute Werthe der Wärmeleitungsfähigkeit für die beigeschriebenen Mitteltemperaturen:

A. Für Kochsalzlösung.

$\varrho = 1.178 \quad c = 0.785$

	k	Temp.
	$k = 0.0966$	43°.9
	0.0881	43 .9
	0.0906	44 .8
	0.0898	45 .1
	0.0925	43 .3
	0.0894	43 .1
	0.0824	39 .5
	0.0885	47 .8
Im Mittel:	0.0897	43°.9

B. Für Wasser.

$\varrho = 1.00 \quad c = 1.00$

	k	Temp.
	$k = 0.0908$	39°.2
	0.0955	43 .3
	0.0934	41 .0
	0.0946	41 .8
	0.0939	38 .5
	0.0940	41 .1
Im Mittel:	0.0937	40°.8

C. Für Zinkvitriollösung.

$\varrho = 1.382 \quad c = 0.770$

	k	Temp.
	$k = 0.0935$	42°.3
	0.0949	45 .6
	0.0972	47 .7
Im Mittel:	0.0952	45°.2

Für dieselben drei Flüssigkeiten habe ich nach meiner Methode erhalten:

für Wasser: für die mittlere Temperatur 4°.10 $k = 0.0745$
„ „ „ „ 23°.67 $k = 0.0857$

für Kochsalzlösung $\begin{pmatrix} \varrho = 1.178 \\ c = 0.800 \end{pmatrix}$:

für die mittlere Temperatur 4°.40 $k = 0.0692$
„ „ „ „ 26°.28 $k = 0.0809$

für Zinkvitriollösung $\begin{pmatrix} \varrho = 1.362 \\ c = 0.706 \end{pmatrix}$:

für die mittlere Temperatur 4°.51 $k = 0.0691$
„ „ „ „ 23°.44 $k = 0.0776$

Nehmen wir an, dass sich die Wärmeleitungsfähigkeiten dieser drei Flüssigkeiten von 0° an bis gegen 50° hin in linearer Form mit steigender Temperatur vergrössern (was offenbar sehr angenähert der Fall sein wird), so erhalten wir für die von Hrn. Lundquist benutzten Mitteltemperaturen folgende Werthe der Wärmeleitungsvermögen:

		Weber	Lundquist
für Wasser und für die Temperatur	40°.8	0.0953	0.0937
für Kochsalzlösung und für die Temperatur	43°.9	0.0901	0.0897
für Zinkvitriollösung und für die Temperatur	45°.2	0.0872	0.0952

Für die beiden ersten Flüssigkeiten sind die Unterschiede in den Resultaten beider Versuchsreihen sehr unbedeutend; sie erreichen im Mittel noch nicht den Werth 1°/₀; um so auffallender ist die grosse Abweichung in den Angaben über die Wärmeleitungsfähigkeit der Zinkvitriollösung. Dieser Widerspruch löst sich aber bei näherer Durchsicht der Angaben des Hrn. Lundquist vollkommen auf. Hr. Lundquist hat die specifische Wärme der Zinkvitriollösung nicht selbst bestimmt, sondern diese Grösse durch die HH. Höglund und Thalander bestimmen lassen. Der von diesen Herren gefundene Werth $c = 0.770$ ist aber völlig unrichtig; wiederholt ausgeführte Messungen haben mir stets den Werth $c = 0.697$ ergeben. Wird dieser richtige Werth an die Stelle von 0.770 eingesetzt, so ergiebt sich aus den Messungen des Hrn. Lundquist das Wärmeleitungsvermögen der Zinkvitriollösung gleich 0.0862, während ich den nur um weniges grösseren Werth 0.0872 gefunden habe.

Nach Berichtigung dieses Fehlers ergiebt sich also: die von Hrn. Lundquist für Wasser, Kochsalzlösung und Zinkvitriollösung ausgeführten Messungen der Wärmeleitungsfähigkeit stimmen fast bis auf ein Hundertstel mit den von mir nach einer gänzlich verschiedenen Methode erhaltenen Wärmeleitungsvermögen überein.

2.

Vergleichung meiner Beobachtungsresultate mit den von Hrn. Winkelmann gefundenen.

Von den 6 Flüssigkeiten, für welche Hr. Winkelmann die absolute Wärmeleitungsfähigkeit bestimmt hat, habe ich 5 meiner Messungsmethode innerhalb derselben Temperaturgrenzen unterworfen. Ich stelle die von Hrn. Winkelmann und die von mir gefundenen absoluten Wärmeleitungsvermögen in der folgenden Tabelle zusammen: (wie bisher wurde auch hier die Minute als Zeiteinheit angenommen).

	Winkelmann.	Weber.
Wasser	0.0924	0.0745
Kochsalzlösung	0.1605	0.0692
Alkohol	0.0904	0.0292
Schwefelkohlenstoff	0.1186	0.0250
Glycerin	0.0449	0.0402

Ein Blick auf diese Tabelle lehrt, dass die Abweichungen in den Resultaten der beiden Beobachtungsreihen ganz ausserordentlich grosse sind; es ist ja u. A. der von Hrn. Winkelmann gefundene Werth des Wärmeleitungsvermögens von Schwefelkohlenstoff nahezu fünfmal so gross als der von mir angegebene. Nur für die zäheste dieser fünf Flüssigkeiten, für Glycerin, liefern die beiden Beobachtungs-

reihen Werthe, die sich nicht sehr weit von einander entfernen.

Diese grosse, durchgehende Disharmonie der Beobachtungsresultate deutet mit Gewissheit an, dass die eine oder die andere der besprochenen Versuchsmethoden einen principiellen Fehler einschliesst. Eine Durchsicht der Berechnungsweise, welche Hr. Winkelmann auf seine Versuche angewendet hat, lässt erkennen, dass dieser principielle Fehler in der eigenthümlichen Interpretation enthalten ist, mit welcher Hr. Winkelmann seine Resultate auslegt. Um diesen Fehler klar legen zu können, muss ich etwas näher auf die Winkelmann'sche Beobachtungsmethode und auf deren direkte Resultate eingehen.

Hr. Winkelmann benutzte zur Messung des Wärmeleitungsvermögens der Flüssigkeiten die Beobachtungsmethode, welche von Hrn. Stefan vor sieben Jahren zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit der Gase angegeben wurde. Der dünne Zwischenraum zwischen den beiden coaxial gestellten Messingcylindern des Stefan'schen Apparates wurde mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt; der gefüllte Apparat wurde zunächst eine Zeit lang der Zimmertemperatur ausgesetzt und sodann von einem gewissen Zeitmomente an in seiner ganzen äussern Begrenzungsfläche dauernd auf 0° in einer Mischung von Wasser und Eis abgekühlt. Die dadurch hervorgerufene allmälige Abkühlung des inneren Messingcylinders wurde nach der Stefan'schen Methode messend verfolgt und aus der ermittelten Abkühlungsgeschwindigkeit dieses Cylinders, aus den Dimensionen und Massen des Apparates und der Dichte ϱ und specifischen Wärme c der untersuchten Flüssigkeit wurde sodann ein Rückschluss auf die Grösse des Wärmeleitungsvermögens der Flüssigkeit gemacht.

Wie Hr. Winkelmann ausführlich entwickelt hat, ist der Zusammenhang zwischen dem Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeit und den erwähnten Grössen von der Form:

$$k = v\,(A.\varrho.c + B),$$

wo die Abkühlungsgeschwindigkeit v des inneren Cylinders die Grösse $\frac{1}{t_2 - t_1}\,lg\left(\frac{u_1}{u_2}\right)$ darstellt und wo die Grössen A und B Werthe sind, die lediglich von der Form und den Dimensionen des Apparates und der Masse des inneren Cylinders abhängen.

Es wurden drei verschiedene Apparate benutzt, die Apparate I, II, III, in welchen der Abstand der beiden Messingcylinder der Reihe nach die Längen 0.20 Cm., 0.26 Cm. und 0.50 Cm. betrug. Die mit diesen drei Apparaten erhaltenen absoluten Werthe des Leitungsvermögens waren:

	Apparat I	Apparat II	Apparat III
Wasser	0.0624	0.0696	0.0850
Kochsalzlösung	0.0651	0.0869	0.1262
Alkohol	0.0294	0.0359	0.0650
Schwefelkohlenstoff	0.0357	0.0446	0.0826
Glycerin	0.0404	0.0413	0.0435

Wie die Zahlen dieser Tabelle zeigen, unterscheiden sich die von den verschiedenen Apparaten gelieferten Werthe der Wärmeleitungsfähigkeit derselben Flüssigkeit so bedeutend von einander, dass sich nicht einmal die Grenzen abstecken lassen, innerhalb deren die wahren Werthe dieser Leitungsvermögen liegen.

Die Ursache dieser ausserordentlich grossen Divergenz der von den verschiedenen Apparaten gelieferten Werthe glaubt Hr. Winkelmann angeben zu können, und weiter auf Grund dieser Kenntniss eine Correctionsformel aufstellen zu können, welche einen sichern Rückschluss aus

den beobachteten unrichtigen Werthen auf den wahren Werth des Wärmeleitungsvermögens gestatten soll. Zur Erzielung einer möglichst constanten Abkühlungsgeschwindigkeit des inneren Cylinders musste Hr. Winkelmann einen Rührer anbringen, welcher die in die Mischung von Wasser und Eis tauchende äussere Begrenzungsfläche des Apparates dauernd auf 0° zu erhalten hatte; ohne dieses Rührwerk bildete sich über der äusseren Begrenzungsfläche rasch eine stagnirende Schicht höher temperirten Wassers, welche die Abkühlungsgeschwindigkeit des inneren Cylinders zu klein und stetig abnehmend ausfallen liess. Dieser Rührer beeinflusste aber nicht alle Theile der äusseren Begrenzungsfläche in gleichem Maasse; er entfernte wohl die stagnirende Wasserschicht von der cylindrischen Mantelfläche, vermochte aber nicht die an die horizontalen Basisflächen des äusseren Cylinders grenzenden Wasserschichten stetig und vollkommen zu erneuern. In Folge dieses Umstandes mussten nach Hrn. Winkelmann die Basisflächen in allen Stadien des Versuches stets eine etwas höhere Temperatur haben als die Mantelfläche, und das beobachtete Leitungsvermögen musste in Folge davon zu klein ausfallen. An den beobachteten Werthen des Leitungsvermögens wäre also eine Vergrösserung, eine positive Correction, anzubringen; diese Correction glaubt Hr. W. als proportional der beobachteten Abkühlungsgeschwindigkeit und proportional dem Verhältniss zwischen der Summe der beiden Basisflächen zur Mantelfläche des äusseren Cylinders setzen zu müssen. Bedeutet K die wahre Wärmeleitungsfähigkeit, k die von dem Apparat gelieferte fehlerhafte, stellt p das genannte Verhältniss der beiden Flächen und n eine von Flüssigkeit zu Flüssigkeit verschiedene Constante dar, so setzt Hr. Winkelmann:

$$K = k + n \cdot p \cdot v$$

Aus den drei, den drei Apparaten entsprechenden Gleichungen

$$K = k_1 + n \cdot p_1 \cdot v_1$$
$$K = k_2 + n \cdot p_2 \cdot v_2$$
$$K = k_3 + n \cdot p_3 \cdot v_3$$

leitet er den Werth der Constanten n ab und berechnet sodann mit Hülfe des Mittelwerthes von n den wahren Werth des Wärmeleitungsvermögens. Auf diesem Wege wurden die oben genannten Winkelmann'schen Werthe gewonnen.

Diese Annahme über die Ursachen, welche die Wärmeleitungsfähigkeit von Apparat zu Apparat so sehr verschieden ausfallen lassen, und diese vorgetragene Auffassungsweise bezüglich der Herleitung des wahren Werthes der Wärmeleitungsfähigkeit ist sicherlich unrichtig.

Eine erhebliche Differenz zwischen der Temperatur der horizontalen Basisflächen und der Temperatur der Mantelfläche kann wegen des verhältnissmässig sehr grossen Wärmeleitungsvermögens des Messings selbst dann kaum resultiren, wenn der Rührer nur die Mantelfläche abfegt und die horizontalen Basisflächen ganz unberührt lässt. Damit wird aber auch die Form der angebrachten Correction hinfällig.

Die beobachteten Werthe sprechen überdiess selbst dafür, dass die wahre Wärmeleitungsfähigkeit in einer anderen Weise berechnet werden muss, als nach der angegebenen Correctionsformel; denn die Grösse n ist laut den Beobachtungsdaten nicht constant. So ergeben sich aus der Combination der an den Apparaten I, II, III gemachten Beobachtungen für Kochsalzlösung für n die 3 Werthe:

$$n = 0.094 \quad , \quad 0.179 \quad , \quad 0.157$$

und für Wasser:

$$n = 0.065 \quad , \quad 0.0492 \quad , \quad 0.0548$$

Die mit wachsender Dicke der benutzten Flüssigkeitsschicht erfolgende Zunahme des beobachteten Wärmeleitungsvermögens muss demnach in anderer Weise erklärt werden; sie ist nach meiner Auffassung eine unmittelbare Folge der Flüssigkeitsströmungen, die sich in dem benutzten Apparate während der ganzen Dauer der Versuche herstellen müssen. Alle Flüssigkeitstheilchen, die auf der Mantelfläche des inneren Cylinders und in deren Nähe liegen, müssen in eine nach oben gerichtete, und alle die Flüssigkeitstheilchen die sich auf der Mantelfläche des äusseren Cylinders und in deren Nähe befinden, müssen in eine nach unten gerichtete Strömung hineingezogen werden. Eine weitere, jedoch viel energischere Strömung muss sich über der oberen Basisfläche des inneren Cylinders entwickeln, denn dort liegen permanent kühlere Schichten über wärmeren in vertikaler Schichtung.

Die von Hrn. Winkelmann beobachteten Wärmeleitungsfähigkeiten sind also nicht kleiner als ihre wahren Werthe, sie sind im Gegentheil viel zu gross; die an den beobachteten Werthen anzubringende Correction muss eine negative sein.

Eine aufmerksame Durchmusterung der von Hrn. Winkelmann an den 3 Apparaten erhaltenen Resultate, die ich noch einmal an dieser Stelle anführen will, lässt die Richtigkeit dieser Annahme sofort in die Augen springen. Für jede der benutzten Flüssigkeiten wächst das beobachtete (scheinbare) Wärmeleitungsvermögen in beschleunigter Weise mit wachsender Dicke der Flüssigkeitslamelle,

	Apparat I Dicke d. Schicht 0.20 Cm.	Apparat II Dicke d. Schicht 0.26 Cm.	Apparat III Dicke d. Schicht 0.50 Cm.
Wasser	0.0624	0.0697	0.0850
Kochsalzlösung	0.0658	0.0869	0.1261
Alkohol	0.0294	0.0359	0.0650
Schwefelkohlenstoff	0.0357	0.0446	0.0826
Glycerin	0.0404	0.0413	0.0435

weil sich die Flüssigkeitsströmungen mit wachsender Dicke der Flüssigkeitsschicht in intensiverer und intensiverer Weise entwickeln können. Die Intensität der bei gegebenen Temperaturunterschieden in engbegrenzten Räumen entstehenden Flüssigkeitsströmungen hängt in strengster Weise von der Grösse der inneren Reibung der Flüssigkeiten ab; sie ist der letzteren Grösse umgekehrt proportional. Die Zunahmen, welche Hr. Winkelmann für die beobachtete Wärmeleitungsfähigkeit bei wachsender Dicke der Flüssigkeitsschicht gefunden hat, müssen also bei der leichtflüssigsten der obigen fünf Flüssigkeiten, bei dem Schwefelkohlenstoff, am grössten und bei der allerzähesten der Flüssigkeiten, dem Glycerin, kaum bemerkbar sein. Die für Schwefelkohlenstoff und für Glycerin in der obenstehenden Tabelle gegebenen Zahlenwerthe bestätigen diese Folgerung in der befriedigendsten Weise.

Ist aber die mit wachsender Dicke der Flüssigkeitsschicht constatirte Zunahme der beobachteten Wärmeleitungsfähigkeit eine Folge der Flüssigkeitsströmungen, dann muss der wahre Werth der Wärmeleitungsfähigkeit von jeder der untersuchten Flüssigkeiten kleiner sein als der für die kleinste Dicke der Flüssigkeitsschicht mit Hülfe des Apparates I gefundene Werth, und es wird der wahre Werth des Wärmeleitungsvermögens diesem letzteren Werthe um so näher stehen, je grösser die innere Reibung der betreffenden Flüssigkeit ist. Die in der folgenden Tabelle stehenden, aus den Beobachtungen am Apparat I berechneten Werthe

	Winkelmann.	Weber.
Wasser	0.0624	0.0745
Kochsalzlösung	0.0658	0.0692
Alkohol	0.0295	0.0292
Schwefelkohlenstoff	0.0357	0.0250
Glycerin	0.0404	0.0402

können also nur um Weniges grösser sein als die wahren Werthe der Wärmeleitungsfähigkeit. In der letzten Spalte dieser Tabelle stehen die Werthe, welche ich für dieselben Flüssigkeiten bei derselben Temperatur nach einer Methode erhalten habe, welche die Flüssigkeitsströmungen vollständig ausschliesst. Eine Vergleichung der beiden Zahlenreihen lässt erkennen, dass die Resultate der richtig interpretirten Winkelmann'schen Versuche und die Resultate meiner Beobachtungsreihen in der besten Uebereinstimmung stehen. Für Kochsalzlösung, Alkohol und Glycerin ist die Uebereinstimmung eine fast vollkommene; für die leichtflüssigste Flüssigkeit, den Schwefelkohlenstoff, muss der Winkelmann'sche Werth etwas grösser als der meinige ausfallen, da sich in diesem leichtbeweglichen Medium auch innerhalb sehr dünner Schichten noch merkliche Strömungen entwickeln müssen; was die Ursache der für Wasser bestehenden Differenz sein könnte, vermag ich nicht mit Sicherheit anzugeben. Ich habe mich jedoch durch zahlreiche Versuche nach meiner, soweit ich sehe fehlerfreien, Methode überzeugt, dass Wasser in der That das angegebene Wärmeleitungsvermögen besitzt und dass sein Leitungsvermögen zweifellos ganz erheblich grösser ist als das Leitungsvermögen wässeriger Salzlösungen. Ich glaube deswegen die Vermuthung aussprechen zu dürfen, dass in die von Hrn. Winkelmann über die Wärmeleitungsfähigkeit des Wassers ausgeführten Versuche ein kleiner Fehler eingeflossen ist.

Die Versuche des Hrn. Winkelmann liefern also bei richtiger Interpretation Resultate, welche mit den von mir erhaltenen Ergebnissen (bis auf eine einzige, nicht sehr erhebliche Ausnahme) in bester Uebereinstimmung stehen.

3.

Vergleichung der erhaltenen Resultate mit den Resultaten des Hrn. Beetz.

Wie schon in den einleitenden Worten dieser Abhandlung hervorgehoben wurde, hat Hr. Beetz in neuester Zeit eine umfassende Arbeit ausgeführt, in welcher er sich die Aufgabe stellte, nicht sowohl neue Zahlenwerthe für die absoluten Leitungsfähigkeiten der verschiedenen Flüssigkeiten beizubringen, als vielmehr die Umstände aufzusuchen, welche auf das Leitungsvermögen von Einfluss sind, und die Richtung kennen zu lernen, in welcher dasselbe durch diese Umstände verändert wird. Zu diesem Zwecke hat er eine grosse Anzahl von Flüssigkeiten der Untersuchung unterworfen mittelst eines einfachen Apparates, den Hr. Kundt angewandt hat, um die Unterschiede im Leitungsvermögen verschiedener Gase evident zu machen. Dieser Apparat besteht aus einem Reagensglase, welches von einem zweiten, an dasselbe angeschmolzenen Glasrohr so nahe umgeben ist, dass der Abstand der beiden Rohre nur etwa 2 Mm. beträgt. Diesen Zwischenraum füllte Hr. Beetz mit der zu untersuchenden Flüssigkeit bis zu einer Marke an, füllte das innere Glas mit einer stets gleich grossen Quecksilbermasse und senkte in diese das Gefäss eines in Zehntelsgrade getheilten Quecksilberthermometers. Hierauf tauchte er den Apparat bis zu einer passenden Höhe in ein bis zu einer bestimmten Temperatur erkältetes, resp. erwärmtes Wasserbad, liess

denselben die Temperatur des Bades annehmen und führte ihn sodann in ein anderes Wasserbad mit der constanten Temperatur 20°. Mit Hülfe einer Secundenschlaguhr wurden nun die Zeitmomente notirt, in welchen das Thermometer eine Temperaturerhöhung, resp. eine Temperaturerniedrigung um je 2° anzeigte. Aus dem gemessenen Gange des Erwärmens oder Erkaltens glaubte Hr. Beetz einen einfachen Rückschluss auf das Wärmeleitungsvermögen k der untersuchten Flüssigkeit machen zu können. Bedeuten u_1 und u_2 die negativen oder positiven Temperaturüberschüsse des Thermometers über die Temperatur des Wärme- oder Kühlwassers in den Zeitmomenten t_1 und t_2 und wird

$$v = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot lg \frac{u_1}{u_2}$$

gesetzt, so ist nach Hrn. Beetz

$$v = A \cdot k$$

wo A eine für alle mit Hülfe desselben Apparates ausgeführten Messungen constant bleibende Grösse bedeutet. Die Wärmeleitungsfähigkeiten k der verschiedenen Flüssigkeiten verhalten sich also nach Hrn. Beetz direct wie die gemessenen Abkühlungsgeschwindigkeiten v.

Nach diesem Verfahren hat Hr. Beetz eine sehr grosse Anzahl von Flüssigkeiten untersucht und zwar innerhalb zweier verschiedener Temperaturintervalle: zwischen 8° und 14° und zwischen 28° und 36°. Die hauptsächlichsten Resultate seiner Untersuchung sind:

Die leichtflüssigen Flüssigkeiten, wie Schwefelkohlenstoff, Benzin, Chloroform u. s. w. sind bei weitem bessere Wärmeleiter als die schwerer flüssigen; am schlechtesten leiten Olivenöl, Glycerin und concentrirte Schwefelsäure, während Wasser ungefähr in der Mitte zwischen guten und schlechten Wärmeleitern steht.

In niederen Temperaturen leiten alle verdünnten Salzlösungen besser als Wasser; ihr Leitungsvermögen wächst mit steigender Concentration, um bei noch höheren Werthen der Concentration wieder abzunehmen.

In höheren Temperaturen ist aber das Wasser ein besserer Wärmeleiter als alle wässerigen Salzlösungen, und das Leitungsvermögen der letzteren wird stetig kleiner mit steigender Concentration.

Das Wärmeleitungsvermögen aller untersuchten Flüssigkeiten nimmt mit steigender Temperatur stetig zu.

Alle diese Resultate, mit Ausnahme des letzten, stehen mit den von mir gefundenen Thatsachen in vollständigem Widerspruch. Wie weit die Divergenz zwischen meinen und den von Hrn. Beetz gefundenen Resultaten geht, mag u. A. folgende kleine Tabelle zeigen, in welcher die absoluten und relativen Werthe der Leitungsvermögen von neun von mir und von Hrn. Beetz untersuchten Flüssigkeiten zusammengestellt sind.

	Weber		Beetz
	k (absolut)	k (relativ)	k (relativ)
Wasser	0.0745	100.0	100.0
Kochsalzlösung	0.0692	92.0	104.8
Glycerin	0.0402	53.9	82.3
Alkohol	0 0292	39.2	87.1
Schwefelkohlenstoff	0.0250	33.6	124.2
Aether	0.0243	32.6	112.6
Olivenöl	0.0235	31.6	64.4
Chloroform	0.0220	29.5	113.3
Benzin	0.0200	26.8	99.0

Der durchgehende, immense Widerspruch in den beiden letzten Zahlenreihen deutet an, dass entweder die von mir benützte oder die von Hrn. Beetz angewandte Beobachtungsmethode einen schweren Fehler einschliessen muss.

Ich glaube, dass dieser Irrthum in der Interpretation enthalten ist, die Hr. Beetz auf seine Beobachtungen angewandt hat.

Die von Hrn. Beetz gemachte Annahme, dass der Werth der Abkühlungsgeschwindigkeit

$$v = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot lg\left(\frac{u_1}{u_2}\right)$$

einzig und allein von der Wärmeleitungsfähigkeit k der untersuchten Flüssigkeit und von der Form und den Dimensionen des Apparates abhängt, ist durchaus unrichtig; auch die Dichte ϱ und die specifische Wärme c der untersuchten Flüssigkeit haben den durchgreifendsten Einfluss auf die Grösse v.

Um dieses evident zu machen, entwickele ich die Theorie der Versuche des Hrn. Beetz mit möglichster Strenge.

Der Beetz'sche Versuchsapparat darf mit sehr grosser Annäherung als ein System zweier coaxialer, sehr langer und sehr dünner Cylinder aufgefasst werden, deren dünner Zwischenraum mit der auf die Wärmeleitung zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt ist. Es darf ferner unbedenklich angenommen werden, dass die während der Versuche entstehenden Flüssigkeitsströmungen sich innerhalb der dünnen Flüssigkeitsschicht nur so schwach entwickeln können, dass die durch diese Strömungen fortgeführte Wärme sehr klein ist gegenüber der durch die Leitung translocirten Wärme. Der Raum des inneren Cylinders soll durch eine Masse erfüllt sein, die ein so gutes Wärmeleitungsvermögen besitzt, dass in jedem Zeitmomente die Temperaturen aller ihrer Massenelemente als gleich gross betrachtet werden dürfen. Diese Annahme konnte allerdings in dem Beetz'schen Apparate nicht in aller Strenge

erfüllt sein, da Hr. Beetz zur Füllung des inneren Cylinders den schlechtesten aller metallischen Leiter, das Quecksilber, wählte; indess wird der hieraus fliessende Fehler nur ein Fehler zweiter Ordnung sein können gegenüber dem oben erwähnten Versehen, das Hr. Beetz in der Interpretation seiner Beobachtungsresultate begangen hat. Der anfängliche, durch das ganze Cylindersystem gleichförmig bestehende negative, resp. positive Ueberschuss der Temperatur des Cylindersystems über die constante Temperatur des Wasserbades, in welchem die Erwärmung resp. Erkältung vor sich geht, sei u_0. Im Zeitmomente $t = 0$ soll das Cylindersystem in das Wasserbad eingeführt und von diesem Zeitpunkte an soll der Gang der Temperatur des inneren Cylinders messend verfolgt werden. Es ist das Gesetz anzugeben, nach welchem der Temperaturüberschuss u irgend eines Massenelements der zwischen den beiden Cylinderflächen eingeschalteten Flüssigkeit im Laufe der Zeit variirt.

Es möge der Betrachtung ein cylindrisches Coordinatensystem (x, r, φ) zu Grunde gelegt werden, dessen Axe mit der Axe des Cylindersystems zusammenfällt und dessen Nullpunkt etwa in der Mitte der zuletztgenannten Axe liegen soll. Der Temperaturüberschuss irgend eines Volumelements der Flüssigkeit hat dann in jedem Zeitmomente die partielle Differentialgleichung zu erfüllen:

$$\varrho c \frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}\right)$$

In den Versuchen des Hrn. Beetz war die Wärmeleitung unabhängig von der Richtung φ und es hatte das Cylindersystem eine solche Länge, dass nahezu alle normal zur Axe gelegten Querschnitte unter identischen Temperaturverhältnissen standen. Den ausgeführten Versuchen ent-

sprach also die folgende einfachere Form der Differentialgleichung:

$$\varrho c \frac{\partial u}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad \text{(1a)}$$

Neben dieser Differentialgleichung hat u zwei Grenzbedingungen zu erfüllen. Zunächst ist

$$\text{für } r = r_2 \quad u = 0 \quad \text{für alle } t; \quad (2)$$

weiter ist die dem innern Cylinder in jedem Zeitelemente entführte Wärmemenge gleich dem Wärmequantum, das durch die innere Grenzfläche der cylindrischen Flüssigkeitslamelle auf dem Wege der inneren Wärmeleitung während desselben Zeitintervalls hindurchtritt, d. h. es ist

$$-M_1 c_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{r=r_1} = -k F_1 \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=r_1} \quad \text{für alle } t \ldots \quad (3)$$

wenn M_1, c_1 die Masse und die specifische Wärme des inneren mit Quecksilber gefüllten Cylinders bedeutet und F_1 die innere Begrenzungsfläche der Flüssigkeitslamelle darstellt.

Schliesslich hat u der Anfangsbedingung zu genügen:

$$u = u_0 \quad \text{für } t = 0 \text{ und für alle } r \quad (4).$$

Eine particuläre Lösung der Differentialgleichung (1a) ist:

$$u = e^{-\frac{k}{\varrho c} m^2 t} \left(A\, I^0_{mr} + B\, Y^0_{mr} \right) \quad (5)$$

wo m, A, B näher zu bestimmende Constanten bedeuten, I^0_{mr} die Bessel'sche Function erster Gattung mit dem Index 0 und dem Argument mr und Y^0_{mr} die Bessel'sche Function zweiter Gattung mit demselben Index und dem nämlichen Argument darstellt, wo also I^0_{mr} und Y^0_{mr} die Zeichen für die beiden particulären Integrale folgender Differentialgleichung sind:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} + m^2r = 0$$

Damit die gegebene einfache Lösung (5) die Grenzgleichung (2) erfüllt, muss

$$A\, I^0_{mr_2} + B\, Y^0_{mr_2} = 0$$

sein, muss also

$$B = -A\,\frac{I^0_{mr_2}}{Y^0_{mr_2}}$$

gewählt werden.

Die Bestimmung der Constanten m ist so zu treffen, dass die einfache Lösung

$$u = A\, e^{-\frac{k}{\varrho c} m^2 t} \left\{ I^0_{mr_1} - \frac{I^0_{mr_2}}{Y^0_{mr_2}}\, Y^0_{mr} \right\} \quad \ldots \ldots (6)$$

auch die Grenzgleichung (3) erfüllt; die Grösse m ist also durch die Wurzeln der Gleichung bestimmt:

$$M_1 c_1 \frac{k}{\varrho c} m^2 \left(I^0_{mr_1} - \frac{I^0_{mr_2}}{Y^0_{mr_2}}\, Y^0_{mr_1} \right) = -k F_1 \left(\frac{d I^0_{mr}}{dr} - \frac{I^0_{mr_2}}{Y^0_{mr_2}} \frac{d Y^0_{mr}}{dr} \right)_{r=r_1}$$

Der rechten Seite dieser Gleichung kann eine andere Form gegeben werden. Aus der Theorie der Bessel'schen Functionen ist bekannt, dass

$$\frac{d I^0_{mr}}{dr} = -m\, I^1_{mr} \quad \text{und} \quad \frac{d Y^0_{mr}}{dr} = -m\, Y^1_{mr}$$

ist, wo I^1_{mr} und Y^1_{mr} die Bessel'schen Functionen erster und zweiter Gattung mit dem Index 1 bezeichnen. Nimmt man ausserdem in Betracht, dass sich die Masse M_1 durch $\pi r_1{}^2 H \varrho_1$ und die Fläche F_1 durch $2\pi r_1 H$ ersetzen lässt (wo ϱ_1 die Dichte des Quecksilbers und H die Länge des cylindrischen Systems bedeutet), so lässt sich die zuletzt gegebene Gleichung in die folgende Form überführen:

$$m r_1 \frac{I^0_{m r_1} - \frac{I^0_{m r_2}}{Y^0_{m r_2}} Y^0_{m r_1}}{I^1_{m r_1} - \frac{I^0_{m r_2}}{Y^0_{m r_2}} Y^1_{m r_1}} = 2 \frac{\varrho \cdot c}{\varrho_1 c_1}$$

oder in die mehr symmetrische Form:

$$m r_1 \frac{I^0_{m r_1} Y^0_{m r_2} - I^0_{m r_2} Y^0_{m r_1}}{I^1_{m r_1} Y^0_{m r_2} - I^0_{m r_2} Y^1_{m r_1}} = 2 \frac{\varrho \cdot c}{\varrho_1 c_1} \quad \ldots\ldots (7)$$

Diese Gleichung (7) liefert unendlich viele Wurzelwerthe für m; diese mögen der Reihe nach (mit dem kleinsten Werthe beginnend) mit $m_1, m_2, m_3 \ldots$ bezeichnet werden. Wird irgend einer dieser Wurzelwerthe in die oben gegebene einfache Lösung (6) eingesetzt, so befriedigt diese Lösung die Gleichungen (1) bis (3). Um der letzten Bedingungsgleichung Genüge zu leisten, bilden wir die allgemeine Lösung für u durch Summation aller zulässigen particulären Lösungen und erhalten so als allgemeinsten Ausdruck:

$$u = A_1 \left(I^0_{m_1 r} - \frac{I^0_{m_1 r_2}}{Y^0_{m_1 r_2}} Y^0_{m_1 r} \right) e^{-\frac{k}{\varrho c} m_1^2 t} +$$

$$+ A_2 \left(I^0_{m_2 r} - \frac{I^0_{m_2 r_2}}{Y^0_{m_2 r_2}} Y^0_{m_2 r} \right) e^{-\frac{k}{\varrho c} m_2^2 t} + \ldots\ldots (8)$$

Die hierin vorkommenden Constanten $A_1, A_2, \ldots$ sind so zu wählen, dass die Anfangsbedingung (4)

$$u = u_0 \quad \text{für } t = 0 \quad \text{für alle } r$$

erfüllt wird, also so zu bestimmen, dass die Gleichung besteht:

$$u_0 = A_1 \left(I^0_{m_1 r} - \frac{I^0_{m_1 r_2}}{Y^0_{m_1 r_2}} Y^0_{m_1 r} \right) + A_2 \left(I^0_{m_2 r} - \frac{I^0_{m_2 r_2}}{Y^0_{m_2 r_2}} Y^0_{m_2 r} \right) + \ldots$$

Auf diese sehr schwierige Constantenbestimmung soll hier nicht näher eingegangen werden, da sie zur Berechnung

der besprochenen Versuche durchaus nicht erforderlich ist.

Eine nähere Betrachtung der Gleichung (7) lässt erkennen, dass die aufeinanderfolgenden Wurzelwerthe m mit wachsender Indexzahl rasch an Grösse zunehmen. Die Werthe der auf das erste Glied folgenden Glieder der allgemeinen Lösung (8) sind also schon nach verhältnissmässig kurzer Zeit sehr klein gegenüber dem Werthe des ersten Gliedes; von einer gewissen Zeit an dürfen also diese Glieder als verschwindend klein gegenüber dem ersten Gliede betrachtet werden. Von dieser Zeit an ist der Ausdruck des Temperaturüberschusses der cylindrischen Flüssigkeitsschicht im Abstande r von der Axe:

$$u = A_1 \left(I^0_{m_1 r} - \frac{I^0_{m_1 r_2}}{Y^0_{m_1 r_2}} \, Y^0_{m_1 r} \right) e^{-\frac{k}{\varrho c} m_1^2 t}$$

Demnach ist der Temperaturüberschuss der inneren Grenzschicht der Flüssigkeitslamelle und folglich auch der Temperaturüberschuss der Quecksilbermasse des inneren Cylinders

$$u_{r=r_1} = u' = A_1 \left(I^0_{m_1 r_1} - \frac{I^0_{m_1 r_2}}{Y^0_{m_1 r_2}} \, Y^0_{m_1 r_1} \right) e^{-\frac{k}{\varrho \cdot c} m_1^2 t} = A \, e^{-\frac{k}{\varrho \, c} m_1^2 t}$$

Sind also in den Zeitmomenten $t_0, t_1, t_2, \ldots$ die Temperaturüberschüsse $u'_0, u'_1, u'_2, \ldots$, gemessen worden, so lässt sich aus denselben das innere Wärmeleitungsvermögen der untersuchten Flüssigkeit nach der Formel berechnen:

$$k = \frac{\varrho \cdot c}{m_1^2} \, \frac{1}{t_{i+n} - t_n} \cdot lg \left(\frac{u'i}{u'_{i+n}} \right)$$

oder

$$k = \frac{\varrho \cdot c}{m_1^2} \cdot v \, ,$$

wenn wir mit Hrn. Beetz die Grösse $\frac{1}{t_{i+n}-t_n} \cdot lg\left(\frac{u'_n}{u'_{i+n}}\right)$ als «Abkühlungsgeschwindigkeit» v bezeichnen.

Aus diesen Betrachtungen geht hervor: zur Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens ist neben der Kenntniss der Abkühlungsgeschwindigkeit v die Kenntniss von ϱ und c und der ersten Wurzel m_1 erforderlich; und diese Wurzel hängt von den Grössen ϱ, c, ϱ_1, c_1, r_1 und r_2 ab.

Diesen Umstand hat Hr. Beetz gänzlich übersehen; er setzt irrthümlich $k = A \cdot v$, wo die Constante A nur von der Form und den Dimensionen des Apparates, nicht aber von der Dichte und der specifischen Wärme der untersuchten Flüssigkeit abhängig sein soll. In Folge davon hat er auch seine Versuchsresultate falsch interpretirt.

Nur für diejenigen Flüssigkeiten, für welche das Product ϱc (die specifische Wärme der Volumseinheit) denselben Werth besitzt, ist die Beetz'sche Annahme richtig, ist das Verhältniss der Abkühlungsgeschwindigkeiten gleich dem Verhältniss der Wärmeleitungsfähigkeiten. Dieses tritt auch aus den Beobachtungen an Schwefelkohlenstoff und Chloroform auf das deutlichste heraus:

		Weber		Beetz
	$\varrho \cdot c$	k (absolut)	k (rel., Wasser=100)	k (rel., Wasser=100)
Schwefelkohlenstoff	0.325	0.0250	33.6	124.2
Chloroform	0.346	0.0220	29.5	113.3

Das Verhältniss der Leitungsfähigkeiten dieser beiden Flüssigkeiten ist nach meinen Beobachtungen 1.14; die Zahlenwerthe des Hrn. Beetz liefern fast genau denselben Werth, nämlich 1.10.

Für alle Flüssigkeiten mit verschiedenen Werthen von ϱc müssen die von Hrn. Beetz berechneten relativen Leitungsfähigkeiten unrichtig sein, und zwar um so un-

richtiger, je extremere Werthe die specifische Wärme der Volumseinheit besitzt. Die auf S. 69 gegebenen Zahlen belegen die Richtigkeit dieser Folgerung auf das deutlichste: Für Schwefelkohlenstoff, Aether, Chloroform und Benzin, Flüssigkeiten, deren specifische Wärme der Volumseinheit zwischen 0.27 und 0.38 oscillirt, hat Hr. Beetz für die relativen Leitungsfähigkeiten (die Leitungsfähigkeit des Wassers gleich 100 gesetzt) Werthe gefunden, die fast vier mal grösser sind als ihre wahren Werthe.

Sobald Hr. Beetz seine Beobachtungen nach den Formeln der soeben entwickelten Theorie berechnen wird, wird er — dieses haben mir angenäherte provisorische Rechnungen gezeigt — Resultate erhalten, die mit den von mir gefundenen in gutem Einklang stehen. Die exacte Bestimmung der ersten Wurzel m_1 der obigen transcendenten Gleichung wird jedoch keine so ganz einfache Sache sein; er werden erst eine Reihe von Hülfssätzen über die Bessel'schen Functionen abgeleitet werden müssen, ehe an eine bequeme Bestimmung dieses Wurzelwerthes gegangen werden kann. Ich komme vielleicht bei einer anderen Gelegenheit auf diesen Gegenstand zurück. Ich habe die exacte Berechnung der Beetz'schen Versuche hier nicht durchgeführt, weil Hr. Beetz keine genauen Angaben über die Grösse der Radien r_1 und r_2 gemacht hat und weil die nach dieser Beobachtungsmethode gewonnenen Resultate doch schwerlich genau sein können. Zunächst ist auf keinen Fall die Temperatur aller Massenelemente des inneren Quecksilbercylinders die gleiche und genau dieselbe wie die Temperatur der inneren Begrenzungsfläche; sodann modificirt das Dazwischentreten der beiden cylindrischen Glaswandungen [mit einer Dicke, die mit der Dicke der Flüssigkeitslamelle vergleichbar ist und mit einem Wärme-

leitungsvermögen, das von gleicher Grössenordnung ist wie das der Flüssigkeiten] den ohne diese Glaswandungen stattfindenden Verlauf der Wärmeleitung in der Flüssigkeitsschicht auf das erheblichste; und endlich lässt sich das Wärmequantum schwer in Rechnung ziehen, das auf dem Wege der inneren Glasleitung von dem inneren Glascylinder nach dem äusseren übergeführt wird.

Dass in der That die von der Beetz'schen Methode gelieferten Beobachtungsdaten mit Fehlern behaftet sein müssen, geht aus diesen Daten auf das deutlichste hervor. Hr. Beetz hat die Wärmeleitung aller untersuchten Flüssigkeiten innerhalb zweier Temperaturintervalle bestimmt: zwischen 8° und 14° und zwischen 28° und 36°. Während nun die Abkühlungsgeschwindigkeit bei allen Flüssigkeiten in dem höher gelegenen Temperaturintervalle ausserordentlich viel grösser war als in dem tiefer gelegenen, blieb trotzdem der Werth der Abkühlungsgeschwindigkeit während jeder Beobachtungsreihe constant, während er doch bei fehlerfreier Methode innerhalb eines jeden dieser beiden Intervalle mit steigender Temperatur hätte wachsen müssen.

Mit diesen Fehlerquellen hängt wohl auch der Umstand auf das engste zusammen, dass Hr. Beetz für alle untersuchten Flüssigkeiten eine viel grössere Zunahme des Wärmeleitungsvermögens mit steigender Temperatur gefunden hat, als ich sie für Wasser, für einige Salzlösungen und für Glycerin gefunden habe.

IV. Das Wärmeleitungsvermögen des Quecksilbers.

1.

Nach der Ermittelung der äusserst einfachen Relation zwischen dem Wärmeleitungsvermögen und der specifischen

Wärme der Volumseinheit durchsichtiger, nichtmetallischer Flüssigkeiten lag der Gedanke nahe, nun auch das Wärmeleitungsvermögen einer metallischen Flüssigkeit nach derselben Methode zu untersuchen und zunächst den absoluten Werth der Leitungsfähigkeit des Quecksilbers festzustellen.

Auf den Rand der unteren, schwach amalgamirten Kupferplatte wurde der früher schon erwähnte dünnwandige Glascylinder mit Gummi aufgekittet; hierauf wurde das auf Wärmeleitung zu untersuchende Quecksilber über der unteren Kupferplatte innerhalb des Ringes bis zu einer Dicke zwischen 1.5 und 1.8 Cm. aufgeschichtet und sodann mit der oberen (auf ihrer unteren Basisfläche ebenfalls schwach amalgamirten) Kupferplatte belastet. Die Dicke Δ der zwischen den beiden Platten befindlichen Quecksilberlamelle wurde aus der gemessenen Distanz zwischen den oberen Basisflächen der beiden Platten und aus der bekannten Dicke Δ_1 der oberen Platte hergeleitet. Nachdem das Plattensystem mit der eingeschalteten Quecksilberlamelle die Zimmertemperatur angenommen hatte, wurde dasselbe auf eine planparallele, genau horizontal gestellte, thäuende Eisplatte gesetzt und mit einer auf 0° abgekühlten Kupferblechhülle umgeben; sodann wurde nach Ablauf von zwei Minuten der Gang der Abkühlung der oberen Kupferplatte in genau derselben Weise wie bei den früher untersuchten Flüssigkeiten verfolgt.

Das folgende Protocoll der ersten Beobachtungsreihe lässt ersehen, mit welcher Schärfe der Vorgang der Wärmeleitung in der Quecksilberlamelle beobachtet werden kann. Die erste Spalte giebt den Beobachtungsmoment an, die dritte Spalte liefert den dazugehörigen Galvanometerausschlag (bereits auf Bögen reducirt), die zweite Spalte ent-

hält die den Galvanometerausschlägen entsprechenden Temperaturen der oberen Kupferplatte, die vierte Spalte giebt die gewöhnlichen Logarithmen der Galvanometerausschläge und die fünfte Spalte liefert endlich die Differenz der Logarithmen je zweier um eine Minute abstehender Galvanometerausschläge.

9h 3′ 0″	13°.85	249.3	2.39672	0.20555
10″	12.81	230.5	2.36267	0.20612
20″	11.77	211.9	2.32613	0.20787
30″	10.89	196.0	2,29226	0.20448
40″	10.08	181.4	2.25864	0 20326
50″	9 35	168.3	2.22608	0.20324
4′ 0″	8.63	155.3	2.19117	0.20530
10″	7.98	143.4	2.15655	
20″	7.37	13[illegible].7	2.11826	
30″	6.80	122.4	2.08778	
40″	6 31	113.6	2.05538	
50″	5 86	105.4	2.02284	
5′ 0″	5.38	96.8	1.98587	

Als Mittelwerth der Grösse $\frac{1}{t_{n+i}-t_n} \log \left(\frac{u_i}{u_{i+n}}\right)$ ergiebt sich aus dieser ersten Reihe: 0.20542; hierzu gehört eine mittlere Temperatur der Quecksilberlamelle gleich 4°.50

Drei weitere Versuchsreihen ergaben für dieselben beiden Grössen folgende Werthe:

0.20735	4°.50
0.20898	4.61
0.20801	4 52

Die aus diesen vier Versuchsreihen fliessenden allgemeinen Mittelwerthe dieser beiden zusammengehörigen Grössen sind also:

0.20744	4°.53

Aus diesem allgemeinen Mittelwerthe 0.20744 und den übrigen Daten der Versuche:

$M_1 = 1758$ gr. $\qquad c_1 = 0.0936$
$F_1 = 195.96$ qcm. $\qquad \varrho c = 0.45$
$\varDelta = 1.737$ cm. $\qquad h_1 = 0.0057$

wird als Werth des Wärmeleitungsvermögens des Quecksilbers bei der Temperatur 4°.53 gefunden:

$$k = 0.9094$$

Dieselbe Quecksilberlamelle wurde hierauf bei einer höheren Mitteltemperatur auf ihr Wärmeleitungsvermögen untersucht.

Das Plattensystem mit der eingeschalteten Quecksilberschicht wurde auf eine Temperatur von circa 35° erwärmt und sodann mit einer Hülle mit der constanten Temperatur U umgeben. Hierauf wurde die untere Kupferplatte in derselben Weise dauernd auf die Temperatur U des Wassers der Wasserleitung abgekühlt, wie es in den früheren Versuchen geschah. Nach diesem Verfahren habe ich ebenfalls 4 Versuchsreihen ausgeführt. Die folgende Tabelle enthält die Mittelwerthe des logarithmischen Decrementes $\frac{1}{t_{i+n} - t_n} \log \left(\frac{u_i}{u_{i+n}}\right)$ und die dazu gehörigen Werthe der mittleren Temperatur der Quecksilberlamelle:

	0.22216	17°.1
	0.22043	17.1
	0.22224	17.0
	0.22232	16.8
Die allgemeinen Mittelwerthe sind:	0.22179	17°.0

Aus diesem Mittelwerthe 0.22179 und aus den oben genannten Daten für M_1, c_1 u. s. w. ergiebt sich für die mittlere Temperatur von 17°.0 der Werth des Wärmeleitungsvermögens

$$k = 0.9720$$

Nehmen wir in erster Annäherung an, dass sich die Wärme-

leitungsfähigkeit des Quecksilbers in linearer Weise mit zunehmender Temperatur steigert, setzen wir also

$$k = k_0 \ (1 + \alpha \cdot u)$$

so erhalten wir für die Werthe k_0 und α aus den beiden obigen Versuchsreihen die Zahlen:

$$\left.\begin{array}{l} k_0 = 0.8872 \\ \alpha = 0.0056 \end{array}\right\}$$

Die Ergebnisse dieser beiden Versuchsreihen stimmen in ziemlich guter Weise mit den Resultaten überein, welche Ångström vor 16 Jahren aus einer nur wenige Versuche umfassenden Untersuchung über die Wärmeleitungsfähigkeit des Quecksilbers gefunden hat*). Durch Anwendung der von ihm erdachten, allbekannten Methode fand er den absoluten Werth der Wärmeleitungsfähigkeit des Quecksilbers bei der Temperatur 50° C. gleich 1.061. Aus der Formel

$$k = 0.8872 \ (1 + 0.0056 \ u)$$

findet sich für $u = 50°$ der Werth $k = 1.13$, ein Werth, der nur um wenige Procent von dem von Ångström gefundenen abweicht.

Die ausgeführten Versuche behandelten käufliches, nicht vollkommen reines Quecksilber; sie geben also vielleicht nicht ganz genau die wahren Werthe des Wärmeleitungsvermögens für Quecksilber. Trotzdem aber glaube ich aus ihnen mit Sicherheit folgern zu dürfen, dass die Grösse des Wärmeleitungsvermögens des Quecksilbers bei einer Temperatur von nahezu 0° gleich dem abgerundeten Werthe 0.90 ist und dass dieses Wärmeleitungsvermögen ganz erheblich mit steigender Temperatur zunimmt.

Für die nichtmetallischen, durchsichtigen Flüssigkeiten erhielten wir früher die einfache Beziehung:

---

*) Poggendorffs Annalen, Band 123, pag. 468.

$$k = \eta \cdot \varrho \cdot c$$

in welcher die Grösse η für eine Temperatur von einigen Graden über 0° den Mittelwerth 0.068 besitzt. Berechnen wir für Quecksilber und für dieselbe Temperatur (ca. 4°) diese Grösse, so erhalten wir

$$\eta = 2.00$$

d. h. einen Werth, welcher circa 30 mal grösser ist als der für nichtmetallische, durchsichtige Flüssigkeiten gefundene.

Dieses Resultat drängt zu der Annahme: dass der Vorgang der Wärmeleitung in metallischen Flüssigkeiten von wesentlich anderen Momenten abhängt als in nichtmetallischen. Während in den letzteren die Wärmeleitung in einer einfachen Uebertragung der lebendigen Kraft der bewegten ponderablen Molecüle von Schicht zu Schicht zu bestehen scheint, lässt das für Quecksilber gefundene, ganz abweichende Resultat vermuthen, dass in der Wärmeleitung innerhalb der metallischen Substanzen die von Schicht zu Schicht stattfindende innere Strahlung das wesentliche Element ist und dass die zwischen je zwei Nachbarschichten eintretende Uebertragung der lebendigen Kraft der bewegten ponderablen Molecüle nur eine secundäre Bedeutung hat.

Damit fällt aber ein ganz neues Licht auf die bisher constatirte, jedoch vollkommen unbegriffene Analogie zwischen dem Wärmeleitungsvermögen und dem electrischen Leitungsvermögen der Metalle. Es eröffnet sich jetzt die Aussicht, dass der parallele Verlauf dieser beiden Leitungsvermögen einer Erklärung zugänglich gemacht werden kann. Freilich ist vorher erst mit aller möglichen Schärfe zu untersuchen, wie weit dieser Parallelismus der beiden Leitungsvermögen geht, wo die Abweichung beginnt und

wie weit diese Abweichung reicht. Schon jetzt lässt sich erkennen, dass das Wärmeleitungsvermögen der Metalle nicht vollkommen genau proportional ihrem electrischen Leitungsvermögen ist; denn das electrische Leitungsvermögen des Quecksilbers nimmt mit steigender Temperatur ab nach der Relation

$$k = k_0 \, [1 - 0.00072 \, u],$$

während das electrische Leitungsvermögen mit wachsender Temperatur nach der Form

$$k = k_0 \, [1 + 0.0055 \, u]$$

zunimmt. Exactere und umfassendere Einsichten in diese Fragen sollen eingehende Untersuchungen ergeben, die ich gegenwärtig durch die Herren A. Tuchschmied und G. Weber in meinem Laboratorium ausführen lasse. Nachdem in dem Vorstehenden eine Methode entwickelt worden ist, welche die Wärmeleitungsfähigkeit fast mit derselben Genauigkeit zu messen gestattet, mit welcher man gegenwärtig die electrische Leitungsfähigkeit zu messen vermag, wird sich kein ernstliches Hinderniss der weiteren Forschung auf diesem Gebiete entgegenstellen.

2.

Die für steigende Temperatur gefundene Zunahme des Wärmeleitungsvermögens von Quecksilber widerspricht den Ergebnissen einer Untersuchung, welche Hr. Herwig unter dem Titel: « Das Wärmeleitungsvermögen des Quecksilbers unabhängig von der Temperatur » vor fünf Jahren publicirt hat *).

Es lässt sich jedoch zeigen, dass Hr. Herwig das Endresultat seiner Versuche in fehlerhafter Weise abgeleitet

*) Poggendorffs Annalen, Band 151, pag. 177.

hat und dass die exacte Berechnung dieser Versuche zu genau demselben Resultate führt, das ich in den soeben besprochenen Versuchsreihen erhalten habe.

Hr. Herwig interessirte sich für die Frage: ob wohl das Wärmeleitungsvermögen der Metalle vollkommen proportional ihrem electrischen Leitungsvermögen ist und glaubte mit Recht, dass er die sicherste Antwort auf diese Frage gewinnen könnte, wenn er untersuchte, ob das Wärmeleitungsvermögen der Metalle ebenso in linearer Weise und mit genau demselben Coefficienten mit steigender Temperatur abnimmt, wie das electrische Leitungsvermögen. Um vollkommen genau definirbares Material zu haben, wurde flüssiges Quecksilber als Untersuchungsobject ausgewählt.

Eine circa 1 Cm. weite, beträchtlich lange und vertical gestellte Glasröhre wurde mit Quecksilber gefüllt, in eine Umgebung von constanter Temperatur (sie möge mit 0° bezeichnet werden) gebracht und in ihrem obersten Querschnitte auf einer höheren unveränderlichen Temperatur U dauernd erhalten. Zur Untersuchung wurde die stationäre Temperaturvertheilung benutzt, die nach Verlaufe einer gewissen Zeit in dem Quecksilberstabe eintrat.

Unter der Annahme, dass die äussere Wärmeleitungsfähigkeit h der Glasröhre unabhängig von der Temperatur u ist und unter der weiteren Annahme, dass die Differentialgleichung, welche die Temperaturvertheilung über die einzelnen Stabquerschnitte im stationären Zustande angiebt, die Form hat:

$$\frac{q.k_0}{1+\alpha u}\,\frac{d^2 u}{d x^2} = p.h.u$$

wo q den Querschnitt, p den Umfang der Glasröhre bedeutet und wo $\frac{k_0}{1+\alpha u}$ die Grösse des Wärmeleitungsver-

mögens des Quecksilbers für die Temperatur u darstellt, leitet Hr. Herwig folgende Beziehung ab zwischen der constanten Heiztemperatur U des obersten Querschnittes und der mittleren Temperatur $\bar{u}$ des Quecksilberstabes:

$$\frac{U}{\bar{u}} = L \sqrt{\frac{p h}{q k_0}} \cdot \frac{1 + \alpha U}{\sqrt{1 + \frac{2}{3} \alpha U}},$$

worin L die Stablänge bezeichnet. Dieser Temperaturquotient ist also mit U variabel, sobald α von Null verschieden ist. Diese Beziehung benutzte nun Hr. Herwig zur numerischen Bestimmung des Coefficienten α. Es wurden eine Reihe verschiedener Temperaturen U hergestellt und die dazu gehörigen mittleren Temperaturen $\bar{u}$ in sinnreicher Weise gemessen. Die folgenden drei Zeilen enthalten den Niederschlag der Versuchsergebnisse. Es fand sich im Mittel für

$U = 42^{\circ}.36$ $\bar{u} = 5^{\circ}.64$ und somit $\frac{U}{\bar{u}} = 7.512$ .... (4 Versuche)

$U = 112^{\circ}.10$ $\bar{u} = 14^{\circ}.90$ „ „ $\frac{U}{\bar{u}} = 7.523$ ....(12 Versuche)

$U = 139^{\circ}.01$ $\bar{u} = 18^{\circ}.50$ „ „ $\frac{U}{\bar{u}} = 7.515$ .... (6 Versuche)

Daraus schloss Hr. Herwig: « Die Versuchsresultate der letzten Columne entscheiden mit aller Evidenz die vorliegende Frage dahin, dass das Wärmeleitungsvermögen des reinen Quecksilbers zwischen 40° und 160° völlig constant ist. »

Diese Folgerung ist unrichtig, weil sie sich auf zwei (oben genannte) Annahmen stützt, die nicht zutreffend sind. Die äussere Wärmeleitung h ist nicht unabhängig von der Temperatur, und die Differentialgleichung, welche die stationäre Temperaturvertheilung in einem Stabe angiebt, dessen innere Wärmeleitungsfähigkeit mit wachsen-

der Temperatur in linearer Weise abnimmt, hat eine andere Form als die von Hrn. Herwig gegebene Differentialgleichung. Die zuverlässigsten Untersuchungen, die bisher über den Vorgang der äusseren Wärmeleitung ausgeführt worden sind, zeigen, dass das äussere Wärmeleitungsvermögen mit steigender Temperatur zunimmt und zwar in erster Annäherung der Temperatur proportional zunimmt; das äussere Wärmeleitungsvermögen h hat also für die Temperatur u den Werth $h_0\,(1+\beta u)$. Um die exacte Form für die Differentialgleichung zu erhalten, welche die Temperaturvertheilung im Stabe im stationären Zustande angiebt, ist von der Bedingung auszugehen, die erfüllt sein muss, damit die Temperaturvertheilung eine stationäre sein kann. Wird angenommen, dass das Stabmaterial bei der Temperatur u ein inneres Wärmeleitungsvermögen gleich $k_0\,(1-\alpha u)$ besitzt und wird die constante Temperatur der Umgebung des Stabes gleich Null gesetzt, so ist diese Bedingung für ein unendlich dünnes Element des Stabes mit der Abscisse x, der Temperatur u und der Dicke dx die folgende:

$$-q k_0\,(1-\alpha u)\frac{du}{dx}+q\,k_0\left(1-\alpha\left(u+\frac{du}{dx}\,dx\right)\right)\left(\frac{du}{dx}+\frac{d^2u}{dx^2}\,dx\right)-$$
$$-p\,h_0\,(1+\beta u)\,u=0$$

oder, wenn die kürzeste Form gewählt wird, die Grösse $\frac{p\,h_0}{q\,k_0}=a^2$ gesetzt wird und unendlich kleine Grössen höherer Ordnung vernachlässigt werden:

$$\frac{d^2u}{dx^2}-\frac{\alpha}{2}\,\frac{d^2(u^2)}{dx^2}-a^2u-a^2.\beta.u^2=0 \qquad (1)$$

Der Stab soll in dem Querschnitte $x=0$ dauernd auf der Temperatur U erhalten werden und seine Länge L sei so beträchtlich, dass der Endquerschnitt in $x=L$

dauernd die Temperatur der Umgebung $u = 0$ habe. Die Lösung der obigen Differentialgleichung hat dann die beiden Grenzgleichungen zu erfüllen:

$$\text{für } x = 0 \quad \text{ist} \quad u = U \tag{2}$$

$$\text{für } x = L \quad \text{ist} \quad u = 0 \tag{3}$$

Wären die beiden Wärmeleitungsfähigkeiten h und k von der Temperatur unabhängig, wären also die beiden Coefficienten α und $\beta = 0$, so würde diejenige Lösung der obigen Differentialgleichung, die zugleich auch die beiden Grenzgleichungen erfüllt, die folgende sein:

$$u = U \cdot e^{-ax},$$

falls die Länge L so bedeutend genommen wird, dass e^{-aL} verschwindend klein ausfällt. In dem Falle dass α und β von Null verschieden sind, geben wir der Lösung der Differentialgleichung die Form

$$u = A\, e^{-ax} + B\, e^{-2ax} \tag{4}$$

und suchen die Constanten A und B so zu bestimmen, dass diese Lösung sowohl der Differentialgleichung als auch den beiden Grenzgleichungen genügt. Die Constante B verschwindet mit den Coefficienten α und β. Sehen wir von den Gliedern ab, welche die zweiten und höheren Potenzen der beiden Coefficienten α und β als Factoren enthalten, so erhalten wir in der angegebenen Form eine sehr angenäherte Lösung der Differentialgleichung, sobald wir

$$B = \frac{1}{3} A^2 (\beta + 2\alpha) \tag{5}$$

setzen. Damit die Lösung (4) die Grenzgleichung (2) erfülle, hat die weitere Relation zu gelten:

$$U = A + B \tag{6}$$

Die Gleichungen (5) und (6) liefern die Mittel zur Bestimmung der Constanten A und B. Vernachlässigen wir auch hier bei dieser Constantenbestimmung die zweiten und höheren Potenzen der kleinen Grösse $(\beta + 2\alpha)$, so erhalten wir aus (5) und (6):

$$\left.\begin{aligned} A &= U\left(1 - \frac{1}{3}(\beta + 2\alpha)\, U\right) \\ B &= \frac{1}{3} U^2 (\beta + 2\alpha) \end{aligned}\right\}$$

Im stationären Zustande ist also die Temperatur über den Stab (die Quecksilberröhre) hin nach folgendem Gesetz vertheilt:

$$u = U\left(1 - \frac{1}{3}(\beta + 2\alpha)\, U\right) e^{-ax} + \frac{1}{3} U^2 (\beta + 2\alpha)\, e^{-2ax} \tag{7}$$

Aus diesem Vertheilungsgesetz der Temperatur lässt sich der Werth des von Hrn. Herwig benutzten Temperaturquotienten $\frac{U}{\overline{u}}$ leicht finden. Ist die Temperaturvertheilung in dem Stabe stationär geworden, so ist in jedem Zeitelemente die dem Stabe durch den Querschnitt bei $x = 0$ in Folge der inneren Wärmeleitung zugeführte Wärme gleich derjenigen Wärmemenge, welche die gesammte Staboberfläche an die kühlere Umgebung abgiebt. Die zuerst genannte Wärmemenge, sie heisse W_1, hat für die Zeitlänge 1 den Werth:

$$W_1 = -k_0 (1 - \alpha U)\, q \left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0} = k_0 . q . a\, (1 - \alpha U)\left(U + \frac{1}{3}(\beta + 2\alpha)\, U^2\right)$$

Der Ausdruck der Wärmemenge W_2, welche in der Zeiteinheit von der gesammten Staboberfläche an die auf 0° abgekühlte Umgebung abgegeben wird, ist:

$$W_2 = \int_0^L p . h_0\, (1 + \beta u)\, . u . dx = \int_0^L p\, h_0\, . u . dx + \int_0^L p h_0\, \beta . u^2 . dx$$

Der Werth des ersten Integrals kann einerseits durch $q h_0 \bar{u} L$, anderseits durch

$$\frac{p h_0}{a} \left\{ U\left(1 - \frac{1}{3}(\beta + 2\alpha) U\right)\left(1 - e^{-aL}\right) + \frac{U^2}{6}(\beta + 2\alpha)\left(1 - e^{-2aL}\right) \right\}$$

oder, da e^{-aL} als verschwindend klein angenommen worden ist, durch

$$\frac{p h_0}{a} \left\{ U\left(1 - \frac{1}{3}(\beta + 2\alpha) U\right) + \frac{U^2}{6}(\beta + 2\alpha) \right\} =$$

$$= \frac{p h_0}{a} \left\{ U\left(1 - \frac{1}{6}(\beta + 2\alpha) U\right) \right\}$$

ausgedrückt werden. Der Werth der mittleren Stabtemperatur ist also:

$$\bar{u} = \frac{U}{aL}\left(1 - \frac{1}{6}(\beta + 2\alpha) U\right) \tag{9}$$

Der Werth des zweiten Integrals lässt sich, falls wie bisher die mit den zweiten und höheren Potenzen der Coefficienten α und β versehenen Glieder vernachlässigt werden und die Grösse e^{-aL} wie bisher als verschwindend klein betrachtet wird, durch den Ausdruck ersetzen:

$$\frac{p h_0 \beta}{2a} \cdot U^2\left(1 - \frac{2}{3}(\beta + 2\alpha) U\right)$$

oder durch den gleichwerthigen

$$\frac{1}{2} p h_0 . \beta . \bar{u} . L\, U\left(1 - \frac{1}{2}(\beta + 2\alpha) U\right)$$

Der Ausdruck für die Wärmemenge W_2 ist also:

$$W_2 = p . h_0 . L . \bar{u}\left(1 + \frac{\beta}{2} U\left\{1 - \frac{1}{2}(\beta + 2\alpha) U\right\}\right)$$

oder, wenn wie bisher die Glieder, welche die zweiten und höheren Potenzen der Coefficienten α und β enthalten, vernachlässigt werden,

$$W_2 = p . h_0 . L . \bar{u}\left(1 + \frac{\beta}{2} U\right)$$

Setzen wir jetzt die für W_1 und W_2 gefundenen Werthe in die den stationären Temperaturzustand characterisirende Gleichung $W_1 = W_2$ ein, so erhalten wir die Relation:

$$U.q.k_0\, a\,(1-\alpha U)\left(1+\frac{1}{3}(\beta+2\,\alpha)\,U\right) = p.h_\vartheta.L.\bar{u}\left(1+\frac{\beta}{2}\,U\right)$$

d. h.

$$\frac{U}{\bar{u}} = a\,L\left(1+\frac{1}{6}\,(\beta+2\,\alpha)\,U\right) \tag{10}$$

Für den Fall, dass $\beta = 0$ wäre, eine Annahme die Hr. Herwig bei der Ableitung des Werthes $\frac{U}{\bar{u}}$ getroffen hat, würde also nicht die von Hrn. Herwig aus einer unexacten Differentialgleichung abgeleitete Gleichung

$$\frac{U}{\bar{u}} = a\,L\,\frac{1+\alpha\,U}{\sqrt{1+\frac{2}{3}\,\alpha\,U}} = a\,L\left(1+\frac{2}{3}\,\alpha\,U\right)$$

resultiren, sondern

$$\frac{U}{u} = a\,L\left(1+\frac{1}{3}\,\alpha\,U\right).$$

Die Gleichung (10) zeigt: ist die Coefficientensumme $\beta+2\,\alpha \gtrless 0$, so nimmt der Temperaturquotient $\frac{U}{\bar{u}}$ mit steigender Temperatur U $\left.\begin{smallmatrix}\text{zu}\\ \text{ab}\end{smallmatrix}\right\}$; ist die Coefficientensumme $\beta+2\,\alpha = 0$, also $\beta = 0$ und $\alpha = 0$, oder aber $\alpha = -\frac{\beta}{2}$, so ist der Temperaturquotient $\frac{U}{\bar{u}}$ von der Temperatur U unabhängig.

Hr. Herwig fand in seinen Versuchen diesen Quotienten unabhängig von der Temperatur und schloss daraus, dass der Coefficient α gleich Null ist; dieser Schluss ist unzulässig, weil der Coefficient β existirt und zwar stets einen positiven Werth besitzt. Aus den Herwig'schen Messungen darf nur geschlossen werden, dass

$$\alpha = -\frac{\beta}{2}\ \text{ist,}$$

dass also die innere Wärmeleitungsfähigkeit des Quecksilbers in linearer Weise (in erster Annäherung) mit steigender Temperatur zunimmt und dass der Coefficient dieser Zunahme gleich, oder nahezu gleich, der Hälfte des Coefficienten der Zunahme des äusseren Wärmeleitungsvermögens ist.

Nach meinen Erfahrungen und nach den Ergebnissen einer Reihe von Bestimmungen über das äussere Wärmeleitungsvermögen, die alljährlich als Uebungsaufgaben in meinem Laboratorium ausgeführt werden, hat der Coefficient β einen Werth, welcher zwischen 0.010 und 0.0125 liegt.

Wird für β der Mittelwerth $\beta = 0.0110$ genommen, so folgt aus Hrn. Herwigs Messungen, dass das Wärmeleitungsvermögen des Quecksilbers mit steigender Temperatur nach der Form

$$k = k_0 \, (1 + 0.0055 . u)$$

zunimmt — ein Resultat, das qualitativ und quantitativ mit den Ergebnissen meiner Messungen über die Wärmeleitung im Quecksilber auf das Beste übereinstimmt.

Die in dieser Abhandlung dargelegte Methode zur Bestimmung des absoluten Wärmeleitungsvermögens von Flüssigkeiten lässt sich auch mit dem besten Erfolg zur Untersuchung der Wärmeleitungsfähigkeit fester Substanzen verwenden. Ich lasse gegenwärtig die absolute Wärmeleitungsfähigkeit einer Reihe von schlecht leitenden Metallen, wie Blei, Wismuth u. s. w. nach dieser Methode messen und gleichzeitig das electrische Leitungsvermögen dieser Metalle bestimmen, um etwas sicherere Aufschlüsse

über die Analogie zwischen dem Wärme- und dem electrischen Leitungsvermögen der Metalle zu erhalten, als die bisherigen Beobachtungen geliefert haben.

Auch zur Bestimmung des absoluten Wärmeleitungsvermögens der Gase leistet die Methode gute Dienste. Die Effecte der Gasströmungen, die in dem Stefan'schen Apparate nur durch erhebliche Verkleinerung der Dichte des untersuchten Gases zum Verschwinden gebracht werden können, fallen hier gänzlich fort, und es lässt sich z. B. ein etwa bestehender Einfluss des Druckes auf das Wärmeleitungsvermögen auf das schärfste untersuchen.

Zürich, im November 1879.

Notizen.

Tagebuch merkwürdiger physikalischer Wahrnehmungen auf dem Seeberge im Jahr 1798.

Im Juni bemerkte ich, dass zwei Gewitter, die einander berührten oder wohl gar näher zusammenhingen, fast immer die Blitze mit einander wechselten, zuweilen aber auch an beiden äussersten Enden zugleich blitzten. — Den 8. Juli bemerkte ich bei einem Gewitter nach Osten einen ganz horizontal sich schlängelnden Blitz, der vom nördlichen Ende der Wolke zu äusserst anfing, und gegen Süden in die Wolke horizontal hereinfuhr. — Den 11. Juli sah ich bey einem gewaltigen Gewitter aus Nordwest zwey schlängelnde Blitze in einer Distanz von etwa 10 Graden zugleich herunterfahren, die durch einen horizontalen Blitz verbunden waren. — Den 27. Juli sah ich um 3 Uhr Abends einen Regenbogen, der nur etwa 200 Schritte von der Sternwarte nach Osten zu unter dem Horizonte im Felde sich anfieng, etwa 10 Grad in die Höhe stieg, und seinen andern Fuss eben so nahe diesseits derselben hatte. Er war sehr stark und helle, weil ein starker

Regen dahinter war. — Den 4. August zeigte sich von 8 Uhr Morgens ein nebelichter Dunst rings am Horizont, der sich gegen Abend immer mehr verstärkte, und wie ein trokener Heer-Rauch aussah; etwa ein paar Grade über dem Horizont gieng die Sonne gut begränzt in dem Nebel unter, und verschwand endlich am Horizont, nachdem sie sich erst in die Breite gedehnt (wie schon oft), und zweymal auf den Seiten eingeschnitten worden war; der erste Einschnitt verschwand bald, der zweite vermischte sich mit dem gänzlichen Untergang der ⊙, deren Figur ganz verzehrt und zerstükt wurde. (Diese Wahrnehmungen waren jedoch ziemlich undeutlich, da sie mit blossen Augen gemacht wurden). — Bald nach dem Untergang der ⊙ giengen von dem Orte ihrer Verschwindung einzelne Wolkenstralen in die Höhe, vollkommen ähnliche Stralen giengen von dem entgegengesetzten Punkte in Osten aus, und vereinigten sich mit den westlichen durch einen schmalen Bogenstreif, der etwa 20° hoch erschien. In Südwest verdichtete sich der atmosphärische Nebel zu begräntzten Wolken und in Nordwest bildete er einen langen hohen Berg. In Norden und Nordost blieb er wie vorher, nur schien er der zunehmenden Dunkelheit wegen grösser zu werden; auch die übrigen Erscheinungen waren dabey nach dem Untergang der ⊙ ohne alle Farben, als die graue. — Nach und nach erhob sich ein Südwestwind, und um 11 Uhr flogen einzelne Wolkenfetzen durch den Himmel. — Um 2 Uhr Morgens blitzte es oft im Süd und Südwesten, auch geschah einmal ein einziger heftiger Donner, und um 4¹/₄ Uhr Morgens kam ein entsetzlicher Süd-Südwestwind, der etwa ¹/₄ Stunde lang anhielt; nachher kam bald Regen, der bis gegen 8 Uhr Morgens in abwechselnder Stärke anhielt. — Den 14. August zog sich, nachdem es etwa 1¹/₂ Tage hell gewesen war, am Abend ein Gewitter zusammen, das um 7 Uhr in Nordwest zu blitzen anfieng. Eine andere Wolke zog sich in Nordost zusammen. — Sie schienen sich unserer Gegend nicht viel nähern zu wollen. — Das merkwürdigste bey diesen Gewittern war die ganz ungeheure Menge der aufeinander folgenden Blitze, von 8 bis 11 Uhr Abends. Zwischen 9 und 10 blitzte es in Nordwesten heftig und so häufig, dass

wol oft mehrere Minuten hindurch die Blitze sich jede Secunde und schneller wiederholten, ohne jedoch starken Donner hören zu lassen. — Regen und Wind waren weder besonders stark, noch anhaltend. Dagegen aber erfolgte die 5 folgenden Tage ein so reichlicher Landregen, als selten im Sommer statt hat. — Jemand will auch bey diesem Gewitter (das vielleicht Blitze fast ohne Donner hatte, weil die Erkältung vielleicht nicht hinreichend gewesen war, die Knallluft hart einschliessen zu machen) bemerkt haben, dass durch die öftern Blitze die Wolken sich auflösten und verschwanden;[1] — Lalande schrieb dies Regenwetter dem Durchzug des Mondes durch den Aequator nach Süden zu. — Den 2. September sah ich auf Seeberg Abends bey einem schön rothen Wolkenhimmel in Westen einen schattigen Streif in den rothen Wolken, der etwa 8 bis 10 Grade lang und etwa einen halben Grad breit sein mochte. — Vorn daran war ein kleines gut begränztes Wölkgen, das hellgelb in dem rothen Himmel erschien. — Als ich nach einem Teleskop lief, war alles verschwunden. Die Erscheinung konnte nicht viel über 2 Minuten gedauert haben. — Die darauf folgende Nacht war ungeachtet des schönen Sonnenuntergangs trübe. — Den 22. September kam um 1½ Uhr Nachmittags auf einmal ein heftiger Windstoss aus Westen, welcher zwar keine 2 Minuten dauerte. Das Wetter war gut; mit grossen Zugwolken, und vorher und gleich nachher fast gar kein Wind. — Den 14. October sah ich auf Seeberg um $1^h\ 12'$ Sternzeit eine Feuerkugel fahren. — Sie fiel am südöstl. Himmel durch einen Weg von etwa 4 Grad, und platzte nahe bey Rigel. — Zu Anfang des Fallens hatte sie den Glanz eines Sterns 1. 2. Grösse, welcher aber bis zur Platzung so anwuchs, dass er recht hellen chinesischen Lichtern glich und fast noch stärker als der Glanz des Jupiters (30 Tage vor der Opposition) war. — Ein paar Secunden nachher glaubte ich einen leisen Knall zu hören. — Im October sah ich bey veränderl. regnerischer Witterung an Einem Tage wol 7 bis 8 Regen-

[1]) Mala auctoritas! Schröder.

bogen. — Den 25. November sah ich Abends grosse Nebelstreifen und Nebelmeere auf den beschneyten Ebenen um Gotha; sie machten sich durch ein weisseres milchigtes Licht, das heller als der Schein des Schnees war, kenntlich. — Um 7^h, als der ☽ aufgieng, bemerkte ich 2 grosse, blass-weissgelbe Stralen von der Breite des Mondes selbst, 2 Tage nach dem Plenil. Sie waren vollkommen in dem Verticalkreise des ☽, und senkrecht gegen den Horizont; die Axe des ☽ schien etwa 40° gegen den Horizont geneigt zu seyn. — Es war seit einigen Tagen ziemlich kalt und lag ringsum viel Schnee. — An diesem Abend aber wehete eine etwas mildere Luft aus Süden, welche zugleich den Himmel sehr aufhellete. Das R. Therm. war noch nicht ganz 0. — Das Phaenomen dauerte mit abwechslender Stärke einige Stunden. (Sollte dies wol mit den Coronis und Parheliis Paraselenis zusammenhängen?) — Eben dieses Phaenomen zeigte sich auch den 12. Dezember Abends, da der halbvolle ☾ in Südwesten stand. — Es war viel Schnee und die Kälte — 12° Reaumur ☿ th. — Den 13. Dezember sah ich Morgens von 8 bis 9 Uhr die Schenkel eines Regenbogens etwa 30° von der ☉ abstehend mit ganz deutlichen Farben. — Es war sehr kalt (— 13° R.) und lag viel Schnee, welchen der Wind in feinen Theilen herumwehte. Das sonderbarste war, dass diese beyden Enden des Bogens auswärts gekrümmt waren, als wäre ihr Centrum nicht in der ☉, sondern um eben die Entfernung ausserhalb des Bogens; auch waren die Farben verkehrt (die rothe gegen der ☉ zu). Die grüne und blaue Farbe war fast nicht zu sehen (nur roth und blassgrüngelb). Die ☉ hatte, wie auch schon am ☽ bemerkt worden, senkrecht auf- und niederwärts ausgehende Strahlen. [J. C. Horner.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Sitzung vom 10. November 1879.

1. Herr Dr. Stebler, Privatdocent und Vorstand der Samencontrollstation meldet sich zur Aufnahme als ordentliches Mitglied der Gesellschaft.

2. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor:

A. Geschenke.

Legat des Verfassers.

Henry, James, Aeneida. Vol. II contin., pag. 351—638.

Von dem Eisenbahndepartement:

Rapports mensuels de l'état des travaux du S. Gothard. Nr. 72 73, 77, 78–81.
Rapport trimestriel. 26. 27. Titre et table du 6ième vol.

Von dem Eidgenöss. Oberbaubureau.

Schweizerische hydrometrische Beobacht. 1879. Januar-Juni.

Von Herrn Prof. Dr. A. v. Kölliker in Würzburg.

Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. XXXIV. 1. 2.

Von dem Herrn Verfasser.

Konkoly, N. v., Beobachtungen am astrophysikal. Observatorium in O.-Gyala. 4 Halle 1879.

Von Herrn Prof. A. Heim.

Ueber die Verwitterung im Gebirge. 8 Basel 1879.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Astronomical and magnetical and meteorological observations made at Greenwich. 1876.
Reduction of Greenwich meteorolog. observ. 1854—73.
Results of astron. observ. at the Cape of good hope. 1859 and 1875.
Memoirs of the geolog. survey of India. Ser. IV. Vol. I. 3. Ser. XII. 1. Palaeontol. Indica XIV. XV. 1.
Records XI. 1—4. XII. 1.
Contents and index of vol. I—X.
Medlicott and Blandford. A manual of the geology of India. 2 Parts with a map.
Proceedings of the zoolog. soc. of London. 1879. II.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft XIV. 3.
Stettiner entomologische Zeitung. XL. 7—9.
Bericht 7 des botanischen Vereins in Landshut.
Verhandlungen des naturhistor. Vereins d. Preuss. Rheinlande. XXXIV. 2. XXXV. 1.
Transactions of the R. Irish academy XXVI. 18—21. XXVII. 2. 3.
Atti della R. accademia dei Lincei. III. 7.
Monatsberichte der K. Preuss. Akad. 1879. 5. 6.
Proceedings of the R. Irish academy 1879. March, April and July.
Sitzungsberichte d. math. phys. Klasse d. Akad. in München. 1879. 2.
Rigaische Industrie-Zeitung. 12—16. 17.
Zeitschrift der Oesterreich. Gesellschaft für Meteorologie. XIV. 8. 9. 10. 11.
Bidrag till kännedom of Finlands Natur I. 27—31.
Oefversigt af Finska Vetenskaps-soc. förhandl. 19. 20.
Observations météorol. de Finlande. 1875. 1876.
Hjelt, Carl, von Linné som Säkare. 8 Helsing. 1877.
Schriften des Vereins zur Verbreitung naturwissenschaftl. Kenntnisse. Bd. 19.
Polichia. Jahresbericht XXXIII—XXXV.
Bericht über die Thätigkeit d. St. Gall. naturf. Gesellschaft. 1877—1878.
Oversigt over det k. Danske Videnskabernes forhandlinger. 1879. 2.
Bulletin de la soc. Imp. des naturalistes de Moscou. 1879. 1.
Jahresbericht d. Vereins f. Naturkunde. 1878. Zwickau.
Mémoires de la soc. Nat. des sciences nat. de Cherbourg. I. 21 et catalogue de la bibl. 2ième livr.
Mémoires de la soc. des sciences de Bordeaux. T. III. 2.
Bulletin de la soc. d'études scient. de Lyon. Nr. 2. Nov. 1874—Déc. 1876. T. III. 1. 2. T. IV.
Journal of the R. geogr. soc. Vol. 48.
Proceedings of the R. geogr. soc. 1879. 8. 9. 10. 11.
Jowa weather bulletin 1879.
Bulletin of the Museum of comparative Zoology. V. 11—14.

Jahresbericht des physikal. Vereins zu Frankfurt a. M. 1877 bis 1878.
Archives Néerland. des sciences exactes. XIV. 1. 2.
Bulletin de la soc. Vaudoise des sc. nat. 82.
Zeitschrift des Ferdinandeums für Tirol. 23.
Verhandlungen des naturwissenschaftl. Vereins v. Hamburg-Altona. N. F. III.
Bulletin de la soc. des sciences de Nancy. T. IV. fasc. 8. 9.
Nederlandsh kruidkundig archief. Deel. 3. St. 2.
Jahrbuch der geolog. Reichsanstalt. 1879. 2.
Verhandlungen des naturhistor. Vereins zu Heidelberg. N. F. II. 4.
Publicationen d. Astronom. Ges. Leipzig. XIV. XV.
Atti della società Toscana di scienze nat. CXIII–CXXXII.
Nouveaux mém. des natural. de Moscou. T. XIV. 1.
Atti della società Italiana di scienze nat. XIX. 4. XX. 3. 4. XXI. 3. 4.
Memorie del R. istituto. Classe di scienze mat. XIV. 2.
Rendiconti del R. istituto Lomb. di scienze II. XI.
Actes de la société Linnéenne de Bordeaux. XXXII. 3.
Acta horti Petropolitani. T. VI. 1.
Proceedings of the London math. soc. 145–147.
Mémoires de l'acad. de Montpellier. T. IX. 2.
Neue Alpenpost. IX. 26. X. 1–14.

C. Von Redactionen.

Berichte der Deutschen chem. Gesellschaft. XII. 1–13–15.
Technische Blätter. XI. 3.

D. Anschaffungen.

Schweiz. meteorolog. Beobacht. XVI. 2. Suppl. 5.
Gümbel. Geognost. Beschreibung v. Bayern. Abth. 3. Mit Atlas.
Finch, O. Reise nach Westsibirien. 2 Thle.
Blum, J. R. Die Pseudomorphosen des Mineralreiches. 4. Nachtrag.
Mémoires presentés par divers savans XXVI.
Jahresbericht ü. d. Fortschritte der Chemie. 1878. 1.

Mémoires de la soc. R. des sciences de Liège. VIII.
Nachtigal, Dr. G., Sahara und Sudan. Thl. I. 8 Berlin 1879.
Holub, E. Eine Culturskizze d. Mamkunder-Reiches (Afrika).
Von der Decken. Reisen in Ost-Afrika. III. 3.
Annuaire du Club Alpin Français. 1878.
Journal des Museums Godeffroy. XIV.
Jahrbuch ü. d. Fortschritte d. Mathematik. IX. 1. 2.
Palaeontographica. Suppl. III. Lief. III. 4. XXVI. Bd. II. 3.
Quatrefages et Henry. Crania ethnica. Livr. 8.
Barrande, J. Système Silurien. I. Vol. V. 1. 2.
Candolle, A. et C. de Monographiae phanerog. Vol. 2.
Annalen der Chemie. 199. 1.

3. Herr Dr. Krause in Köthen wünscht die von ihm herausgegebene „Chemiker-Zeitung" gegen unsere Vierteljahrsschrift auszutauschen, welchem Gesuche einstimmig entsprochen wird.

4. Herr Prof. Lunge hält folgenden Vortrag über „Heizwerthbestimmung von Brennmaterialien:"

Man hat solche Bestimmungen in sehr grosser Zahl ausgeführt, aber bis auf die neueste Zeit nach Methoden, welche durchaus unzuverlässige Ergebnisse liefern. Selbst die absolute Heizkraft ist in der Regel nicht auf calorimetrischem Wege ermittelt, vielmehr nur aus der Elementarzusammensetzung der Brennstoffe mit Zugrundelegung der bekannten Grundwerthe für Kohlenstoff und Wasserstoff berechnet worden. Dabei kommt aber die innere, zur Ueberwindung des Molekularzusammenhanges der Atome nöthige Arbeit ganz ausser Betracht, und in Folge dessen ergibt sich denn auch (wie der Vortragende am Methan nachwies) eine ganz erhebliche Abweichung zwischen den berechneten und den durch wirkliche Beobachtungen gefundenen Werthen. Noch grössere Fehlerquellen haften der Berthier'schen Probe (Erhitzen mit Bleioxyd und Wägen des Bleikönigs) an, welche sich nur für oberflächliche, vergleichende Bestimmungen eignet. Die Praxis verlangt aber noch mehr, als die Bestimmung des absoluten Heizwerthes; sie verlangt daneben auch eine Feststellung des Nutzeffektes, welchen man mit einem gegebenen Brennmateriale wirk-

lich erzielen kann. Hiezu werden allgemein Versuche mit Dampfkesseln vorgezogen, wie sie zuerst von Smeaton 1772 angestellt wurden. Am bekanntesten bei uns sind die Versuche von Brix (1853) und Hartig (1860), welchen seitdem eine grosse Anzahl von anderen, meist mit sehr bedeutendem Kostenaufwande verknüpften Versuchsreihen im grossen Maassstabe gefolgt sind. Der wissenschaftliche Werth dieser Versuche ist aber fast Null, und auch der praktische sehr gering; denn sie gehen von zwei ganz unrichtigen Voraussetzungen aus, nämlich erstens, dass man verschiedenartige Brennmaterialien in derselben Heizanlage probiren könne, und zweitens, dass man bei Anwendung desselben Brennstoffes und derselben Heizanlage, jedenfalls bei Bedienung durch denselben Heizer, gleichförmige Resultate erhalte. Beides ist ganz unrichtig, wie es am besten die zu Mülhausen i. E. seit 1860 veranstalteten Wettheizen beweisen. Man begnügte sich nämlich so gut wie ganz mit der Bestimmung der verdampften Wassermenge, wobei man aber nicht einmal der hiebei fast stets vorhandenen Fehlerquelle, des Mitreissens von tropfbar flüssigem Wasser, Herr wurde. Auf die enormen Verluste durch Leitung und Strahlung, durch die Wärme der Rauchgase und durch unvollkommene Verbrennung wurde, wenn überhaupt, keine irgend zweckdienliche Rücksicht genommen, und blieben desshalb die Ergebnisse dem Zufall unterworfen. — Eine Reform in den Heizversuchen, welche sie zuerst auf eine wissenschaftliche Basis stellte und ihnen zugleich den praktischen Werth verlieh, den sie früher nur in sehr unzureichendem Grade besessen hatten, wurde von Scheurer-Kestner und Meunier 1868 angebahnt. In ihren Versuchen war jedoch das, wenn auch richtig erkannte, Princip nur unvollkommen durchgeführt. Eine consequente Ausführung wirklich rationeller Heizversuche ist erst durch die vor einem Jahre zu München nach Plänen von Laurent mit sehr bedeutenden Kosten errichtete Heizversuchsstation ermöglicht worden, deren chemische Leitung Dr. H. Bunte versieht. Es wird hier nicht allein der praktische Nutzeffekt jedes Brennmaterials durch Verdampfung von Wasser bestimmt, sondern zugleich auch sämmtliche Verluste, nämlich Leitung und Strahlung, fühl-

bare Wärme der Rauchgase, unverbrannte Bestandtheile derselben u. s. w. Bei richtiger Beobachtung muss das Gesammtresultat stets dasselbe bleiben, wie sehr auch der Nutzeffekt im Dampfkessel durch Aenderungen der Versuchsbedingungen hin und her schwanken möge. Nicht allein gewinnt man ausschliesslich auf diesem Wege absolute, vergleichbare Resultate für die Totalheizkraft der verschiedenen Brennmaterialien, sondern man ist auch im Stande, durch absichtliche Aenderung der Umstände des Versuches, namentlich der Schichthöhe auf dem Roste, der Art des Rostes selbst und vor Allem der Luftzufuhr, diejenigen Bedingungen mit aller Schärfe zu ermitteln, welche für die Verbrennung jedes bestimmten Brennmateriales den grösstmöglichen Nutzeffekt liefern. — Der Vortragende erläuterte die Münchener Anlage an der Hand einer grossen schematischen Wandtafel, mit Vorlegung der Detail-Zeichnungen. Der Nutzeffekt wird bestimmt durch die vollständige Condensation des erzeugten Dampfes und calorimetrische Messung der dadurch an ein grosses Wasserquantum übertragenen Wärme. Bei diesem, von Prof. Linde angegebenen Systeme wird der durch mechanisches Ueberreissen flüssigen Wassers entstehende Fehler vollkommen eliminirt. Der Strahlungs- und Leitungsverlust wird gemessen durch die Temperaturerhöhung einer den ganzen Heizungsapparat umkreisenden Wassermenge. Die Bestimmung der mit den Rauchgasen fortgehenden Wärme erfolgt auf doppeltem Wege. Erstens ebenfalls nach Linde, dadurch, dass die Kesselanlage in zwei Theile getheilt ist, deren jeder mit einem besondern Calorimeter zur Ermittelung der darin an das Wasser abgegebenen Wärmemenge versehen ist. Ein Pyrometer gibt die Temperatur des Feuergases vor Eintritt in den zweiten Kessel, ein Thermometer die Temperatur beim Verlassen desselben an. Hieraus, zusammengehalten mit der in diesem zweiten Kessel zurückgehaltenen Wärme, kann man berechnen, wie viel Wärme die Rauchgase noch bei Abkühlung auf die Temperatur der Umgebung abgeben könnten. Die zweite Methode erreicht dasselbe Resultat durch chemische Analyse eines kleinen, continuirlich abgesaugten Theiles der Rauchgase. Sobald man weiss, wie viel Kohlenstoff dieselben enthalten, kann man

auch leicht berechnen, wie viel Volumina Luft zur Verbrennung dienten und daraus alle zur Berechnung erforderlichen Daten gewinnen. Zugleich weist die chemische Analyse die Menge des Kohlenoxydes und der Kohlenwasserstoffe, welche von unvollkommener Verbrennung herstammen, und diejenige des Sauerstoffüberschusses, aus welchen Daten man dieselben Versuchsbedingungen stets reconstruiren kann.

In der auf den Vortrag folgenden Discussion kritisirte Herr Prof. Weber die Linde'sche Formel für die Berechnung der Wärmeverluste im Rauchgase, sowie die specielle, zur Registrirung der Calorien in den Calorimetern angewendete (auf Anwendung von Luftthermometern in Verbindung mit Amsler'schen Planimetern basirende) Methode.

5. Herr Dr. Asper berichtet über ein eigenthümliches Naturprodukt des Silsersee's, das er bei Anlass faunistischer Studien im Oberengadin beobachtete. — Das Seeufer einer kleinen Bucht zwischen Sils-Maria und Sils-Baselgia ist mit einem niedrigen Wall angeschwemmter Lerchennadeln bedeckt. Dieser Wall liefert das Material zu vollkommen abgerundeten, aus Lerchennadeln bestehenden Kugeln, die sich im Grunde jener etwa 2 Meter tiefen Bucht in grosser Zahl und verschiedener Grösse vorfinden. Nach der Ansicht des Vortragenden und Herrn Lehrer Caviezel's in Sils Maria verdanken diese Kugeln ihren Ursprung der kreisenden Bewegung des Wassers. Die vorgewiesenen Kugeln schwanken zwischen Apfel- und Kopfgrösse; die grösseren besitzen eine vollkommen glatte, filzig aussehende Oberfläche. Es entstehen jedes Jahr neue.

In der folgenden Discussion wurde ähnlicher aus Tanger bestehenden Kugeln Erwähnung gethan, welche am Meerufer bei Savona entstehen.

B. Sitzung vom 24. November 1879.

1. Herr Dr. Stebler wird einstimmig als ordentliches Mitglied der Gesellschaft gewählt.

2. Ein Aufruf zu Beiträgen für die Tellskapelle wird als nicht hieher gehörig ad acta gelegt.

3. In Verhinderung des Herrn Bibliothekar Dr. Horner werden einige seit der letzten Sitzung neu eingegangene Bücher vorgelegt.

4. Herr Dr. C. Keller spricht über die Bildung des mittleren Keimblattes bei Coelenteraten (Pflanzenthieren), gestützt auf eine von ihm in Neapel vorgenommene Untersuchungsreihe. Während in den letzten Jahren in erfreulicher Weise die Keimblätterlehre auch für die wirbellosen Thiere zur Geltung gelangt und wenigstens für die Bildung der beiden primären Keimblätter sich ungemein einfache Bildungsgesetze auffinden liessen, so ist die Entstehungsweise des später auftretenden mittleren Blattes bisher noch dunkel. Um die Entstehung desselben zu verfolgen, glaubte der Vortragende sich an die einfachsten thierischen Organismen, welche zeitlebens aus höchstens 3 Blättern (Zellschichten) bestehen, wenden zu müssen und gelangte an Chalineen, einer Gattung von Meerschwämmen, zu einer Embryonenreihe, deren Hauptmomente folgendermassen beobachtet wurden: Das befruchtete Ei erleidet eine totale, aber ungleichförmige Furchung oder Zelltheilung. Es entstehen erst 2, dann 4 Furchungszellen. Die letztern bilden eine Kugelpyramide, deren Basis besteht aus 3 kleinen Zellen, den Stammzellen des äussern oder animalen Keimblattes. Darauf ruht eine grosse Zelle als Stammzelle des vegetativen oder inneren Keimblattes. Die kleineren Zellen vermehren sich rascher und umwachsen nach und nach die grössern und langsam sich theilenden obern Zellen (Zellen der innern Schicht). — Das nächste Stadium wird von 7 Zellen gebildet, einer Zelle des innern und 6 Zellen des äussern Blattes. Dann folgen 14 Zellen u. s. w. — Die beiden primären Keimblätter entstehen bei C h a l i n u l a und vielen andern der den Spongien (Meerschwämmen) zugehörenden Coelenteraten in ganz ähnlicher Weise wie bei Säugethieren, doch ist die Umwachsung keine vollständige, sondern ein Theil der Zellen des innern Blattes treten am Embryo noch ziemlich lange als „Dotterpfropf" an die Oberfläche, wie beim Froschei, dagegen fehlt eine Furchungshöhle. Das einschichtige äussere Blatt verwandelt sich nun in Geisselzellen der äussern Oberhaut. Das mittlere Blatt entsteht hier ausschliesslich durch

Abspaltung aus dem innern Blatt. — Diese Thatsache lässt sich desswegen sehr sicher ermitteln, weil die Zellen der mittleren Schichte Kieselnadeln im Innern erzeugen. Gleichzeitig hat sich aus den Beobachtungen des Vortragenden ergeben, dass entsprechend dem strahligen Bau der Pflanzenthiere das mittlere Blatt sich radiär anlegt und, vom Dotterpfropf seinen Ausgang nehmend, nach und nach zum entgegengesetzten Larvenpol vorschreitet. Hält man damit die Thatsache zusammen, dass bei verschiedenen symmetrisch gebauten Thieren die Anlage des Mittelblattes als getrennte Zellhaufen zu beiden Seiten der Längsachse erfolgt, so gelangt man zu dem Schlusse, dass die radiäre oder symmetrische Bauart der Thiere sich schon in der Anlage des mittleren Blattes äussert. Hierauf werden noch die weiteren Metamorphosen und die Entstehung der Körperhöhle bei den untersuchten Larven geschildert.

5. Herr Prof. F. Weber spricht über ein allgemeines Gesetz bezüglich der Wärmeleitung in Flüssigkeiten. Vergl. dafür pag. 252—298 und 355—400 der Vierteljahrsschrift.

C. Sitzung vom 8. December 1879.

1. Es wird beschlossen, die aus Auftrag der Erdbebencommission von Herrn Prof. Heim herausgegebene Schrift „Ueber die Erdbeben“ à 15 Cts. in 60 Exemplaren anzuschaffen und zur Gratiszusendung an diejenigen Mitglieder unserer Gesellschaft, die nicht zugleich der allgemeinen schweizerischen naturforschenden Gesellschaft angehören, zu verwenden.

2. Herr Prof. Culmann hält folgenden Vortrag über „Hydrotechnisches aus dem untern Gebiete der Donau.“ Der Vortragende bereiste, mit Herrn Stadtingenieur Bürkli zu einer Expertise nach Bukarest berufen, das Gebiet der untern Donau. Zuerst besprach er die Verhältnisse von Szegedin, der dortigen Ueberschwemmung und der Korrektion der Theiss. Der Boden ist dort in seinen obern Schichten lehmig und schwer durchlassend; tiefer folgt alter Flugsand. Die Flüsse sind sehr tief, ohne Geschiebsinseln, sie führen kein Gerölle, nur Schlamm, und haben sehr geringes Gefälle. Der Fluss

hat seine Hochwasserdämme und die Eisenbahndämme nicht überflossen, sondern durchweicht und dadurch durchbrochen. Die Strömung des Wassers in Szegedin war sehr gering, keines von den wenigen gut gebauten Häusern ist zusammengestürzt, wohl aber konnten die meistens nur aus thoniger Erde gestampften Mauern die Erweichung nicht aushalten, ohne in einen Haufen Schlamm zusammen zu sinken, auf welchem das aus Schilf gebaute Dach liegen geblieben ist. Die Ausdehnung von Szegedin ist sehr gross, weil die die Stadt ernährende Bevölkerung nicht in Dörfern ausserhalb, sondern an und in der Stadt selbst wohnt in Häuschen, die auf den Gütern stehen, die von den Bewohnern bepflanzt werden. Weil die meisten Bewohner Grundbesitzer sind, hat denn auch fast gar keine Auswanderung seit der Ueberschwemmung stattgefunden. Man will jetzt den höchsten Theil zum Centrum der neuen Stadt machen, von welchem aus Radialstrassen nach allen Seiten der Stadt gleichmässig abfallen, während Ringstrassen sie verbinden. Auf diese Weise wird im Falle einer spätern Ueberschwemmung das Fliehen nach dem höchsten Stadttheil und das Auffinden der Richtung, in welcher man fliehen muss, sehr erleichtert. Der Plan ist gut gedacht, braucht aber viel Zeit zur Ausführung. — Dann besprach der Vortragende die Riffe und Stromschnellen, welche in der Nähe des „eisernen Thores“, wo die Donau die Gebirge durchbricht, die Schifffahrt theilweise unmöglich machen. Man will jetzt durch Aussprengen von 2,7 Meter tiefen und 60 Meter breiten Kanälen die Felswuhre überwinden und dadurch das an kurzen Stellen zu grosse Gefälle vertheilen. Man sorgt dabei nur für Fahrwasser, ohne zu bedenken, wie nützlich für die oberhalb gelegenen Gebiete ein überhaupt erleichterter Abfluss der Donau, der das Niveau fällen würde, sein müsste. — In Bukarest hatten die Experten die Korrektion der Thimbovizza und die Herstellung einer Wasserversorgung zu begutachten. Das Wasser der Pumpbrunnen ist zu salzig. Man trinkt in Bukarest das schmutzige Thimbovizzawasser, nachdem man es in den Privathäusern durch ausgehöhlte Sandsteinbeutel filtrirt hat. Für eine Wasserversorgung ist das Wasser des Flusses etwa 24 Kilometer oberhalb, wo es viel

reiner ist, zu fassen. Wegen Maugel an Gefälle in der ebenen Gegend muss wohl für die höheren Stadttheile ein Hochreservoir auf einen Thurm erbaut und das Wasser hinaufgepumpt werden. Ein Theil der Stadt liegt in einem tiefern Terrasseneinschnitt, ein Theil auf der höheren Terrassenfläche bis zu 10 Meter über dem Fluss. Durch Korrektion der Thimbovizza in der Stadt kann das für Abwasser und Kloaken nöthige Gefälle gewonnen werden. Einem Projekte, durch Zusammenleiten mehrerer Flüsse der Umgebung den Fluss in der Stadt schiffbar zu machen, konnten aus verschiedenen Gründen die Experten nicht beistimmen. — Die vielen interessanten Einzelnheiten und die Eindrücke, welche Land und Leute auf den Vortragenden gemacht haben, hier wiederzugeben, ist unmöglich.

D. Sitzung vom 22. Dezember 1879.

1. Der Präsident, Herr Prof. Heim, ist wegen Unwohlsein verhindert zu erscheinen und leitet der Vicepräsident, Herr Prof. Weber, die Geschäfte.

2. Ebenso ist der Herr Bibliothekar wegen Unwohlsein abwesend; dagegen liegt folgendes Verzeichniss der eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von der geolog. exploration of the fortieth parallel. Vol. IV. 4 Washingt. 1877.

Von Herrn Prof. Dr. A. v. Kölliker.

Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. XXXIII. 3.

Vom Eidgenöss. Baubureau.

Rapport mensuel sur les travaux du S. Gothard. 82. 83. 84.
Rapport trimestriel sur les travaux du S. Gothard. 28.

Von Herrn Prof. Plantamour in Genf.

Détermination télégraphique de la diff. de longit. entre Munich et Genève. 4 Genève 1879.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Mittheilungen a. d naturwissensch. Vereine von Neu Vorpommern etc. Jhrg. XI.
Mittheilungen des Vereins f. Erdkunde zu Halle. 1879.
Entomolog. Zeitung v. Stettin. Jhrg. 40. 10—12.
Journal of the R. microscop. soc. Vol. II. 7. 7 a.
Proceedings of the R. geograph. society. Vol. II. I.
Bulletin de la soc. I. des naturalistes de Moscou. 1879. 2.
Bericht 25 des naturhist. Vereins i. Augsburg. 1879.
Bericht 18 d. Oberhess. G. f. Natur- und Heilkunde.
Jahresbericht 64 der naturhist. Gesellsch. i. Emden 1878.
Kleine Schriften d. naturhist. Gesellsch. i. Emden XVIII.
Jahresbericht d. naturhist. Vereins „Lotos“ f. 1878.
Zeitschrift der Deutschen geolog. Gesellschaft. XXXI. 3.
Monatsbericht der K. Preuss. Akademie d. Wissenschaften. 1879. Aug.
Jahresbericht XVI. d. Vereins f. Erdkunde zu Dresden. 1879.
Zeitschrift der Oesterreichischen Gesellschaft f. Meteorologie. XIV. Dec.
Jahrbuch der geolog. Reichsanstalt XXIX. 3.
Verhandlungen 1879 11—13. Abhandl. VII. 5.
Mémoires de l'acad. de S. Pétersbourg XXVI.
Verhandelingen van het Bataaviasch genootschap. XXXIX. 1.
Tijdschrift voor Indische Taal- Land-Volkenkunde. D. XXIV. 4. 5.
Tweede Verfolg-Catalogus der Bibliothek der Bataw Genootschap. 8 Batavia 1877.
Proceedings of the London math. soc. 148—150.
Sitzungsberichte der „Isis“ in Dresden 1879. Jan.—Juni.

C. Von Redactionen.

Vierteljahrsschr. d. Naturforsch. Gesellschaft in Zürich. XXIV. 2. 3. von Prof. Dr. R. Wolf.

D. Anschaffungen.

Annalen der Chemie. 199. 2. 3. 200. 1. 2.
Repertorium d. litt. Arbeiten d. Mathematik. Bd. 2. 6.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie. 1878. 2.

3. Herr Prof. Baltzer hält einen Vortrag über „den Bergsturz bei Vitznau“. Derselbe gehört zu den zusammengesetzten Bergstürzen, indem die Felstrümmer, welche von der Kalkwand des Vitznauerstockes abgebrochen sind, auf alten, sumpfigen, weichen Schutt und Thonboden fielen und durch die Belastung den letzteren nun sekundär zum Fliessen brachten. Die Blöcke des primären Sturzes wurden von dem Schlammstrom zum Theil mitgenommen und versanken vielfach in demselben. Näheres über den Vorgang, durch Abbildungen erläutert, hat der Vortragende in der „Neuen Alpenpost“ vom 29. November 1879 mitgetheilt.

4. Herr Prof. Schär wies eine Anzahl chinesicher Malereien (der Vortragende verdankt dieselben der Güte des Herrn Goldschmid-Peterson in Winterthur) vor, welche auf den sehr künstlich und sorgfältig von allem Parenchym befreiten Blättern von Ficus religiosa, nach Präparirung mit einer animalischen oder vegetabilischen Schlichte in der bekannten originellen Weise angebracht sind. Diese Objekte, sowie die auf Aralia-Papieren vorkommenden Wasserfarben gaben Anlass zur Demonstration und Beschreibung des in China nach einer sehr complicirten Methode bereiteten und zu vielen Zwecken geschätzten Farbstoffes Lokao, auch wohl Lukau genannt und im europäischen Handel zuweilen als „chinesisches Grün“ bezeichnet. Nach kurzer Erläuterung der Geschichte unserer nähern Kenntniss dieses Stoffes wurde dessen Abstammung und Fabrikation besprochen, worüber folgende gedrängte Notizen folgen mögen. — Der Farbstoff Lokao ist ein Produkt, welches aus den Zweigen (hauptsächlich der Zweigrinde) zweier oder mehrerer Pflanzen aus dem Genus Rhamnus bereitet wird. Als die höchst wahrscheinlich verwendeten Species werden gegenwärtig Rhamnus utilis und Rhamnus chlorophorus angenommen und scheint jedenfalls soviel festgestellt, dass zur Erzeugung der besten Qualitäten von Lokao regelmässig die Rinde zweier verschiedenen Arten verwendet wird. Die Bereitung ist auf einige Ortschaften der Provinz Tsche-kiang beschränkt und besteht im Wesentlichen darin, dass baumwollene Zeuge in den Abkochungen der Zweige der beiden Pflanzen (Pa-bi Loza und Hom-bi Loza) wiederholt getränkt und der Sonne

ausgesetzt werden. Dieselben färben sich auf diese Weise intensiv grün und beladen sich mit einem Ueberschusse von Farbstoff, welcher in einem weitern Stadium der Lokaobereitung durch Waschen und Ausreiben der gefärbten Tücher unter Wasser in fein zertheilter Form abgeschieden wird. Der noch feuchte pulverige Farbstoff wird durch Ausbreiten auf ungeleimtes Papier unter Hülfe der Sonnenwärme vollends getrocknet und stellt dann dünne, dunkelgrüne, zuweilen etwas metallglänzende Blättchen dar, ähnlich den bei gewissen chemischen Präparaten in Frankreich zuerst eingeführten „paillettes". Es wird angegeben, dass zur Bereitung von 1 Loth Lokao ca. 20 gefärbte Tücher (von 1′ Breite und 30′ Länge) erfordert werden. In Folge dieser complicirten Darstellungsweise ist der Preis des Lokao von jeher ein hoher gewesen; im Jahre 1848 wurde davon ein Pfund zu 35 Dollars an das französische Handelsministerium geliefert, und noch im Jahre 1855 behauptete der Farbstoff ungefähren Silberwerth. — In China wird Lokao nur in geringerem Maassstabe zum Färben von Zeugen verwendet und dabei durch Beisatz von etwas Alkali in Lösung gebracht; dagegen finden die bei der Lokaobereitung erwähnten Baumwolltücher, nachdem der Farbstoff wieder daraus entfernt ist, unter dem Namen Se-lo-pon allgemeine Verwendung. Seines hohen Preises sowie namentlich des Umstandes halber, dass Lokao auf glatten Textilstoffen wie Seide viel schwerer haftet, als auf Baumwolle, hat derselbe in China bis jetzt noch kaum Verwendung in der Seidenfärberei gefunden, obwohl die Farbe in hohem Grade „waschächt" und überhaupt sehr haltbar ist. Dagegen scheint dessen Anwendung in der Malerei mit Wasserfarben schon eine althergebrachte zu sein und dürfte sich wohl auch im Occident einbürgern. Von chemischem Interesse ist der Umstand, dass der eigentliche grüne Farbstoff, der das „Chinese green dye" ausmacht, aus einem in der Rhamnus-Rinde existirenden Chromogen durch Einwirkung des beleuchteten Sauerstoffs unter gleichzeitiger Anwesenheit eines bei dem Färbeprozess zugesetzten Alkalis (Kalkwasser) entsteht, so dass die alkalische, durch Auskochen der Pflanzen erhaltene Flüssigkeit in der That eine Küpe, der Indigküpe vergleichbar,

darstellt. Ein genaueres Studium der Zusammensetzung und chemischen Natur des Lokao, sowie besonders auch eine Vergleichung mit den in den einheimischen Rhamnusarten getroffenen Stoffen würde daher erwünscht sein und ohne Zweifel interessante Resultate ergeben. — Neben Lokao wurde ein ebenfalls in mancher Richtung noch räthselhafter Farbstoff, das sogenannte arabische oder indische „Purrée“, (zuweilen auch „Jaune indien“ genannt) vorgewiesen. Dieser Stoff wurde vor etwa zehn Jahren als ein regelmässig nach Europa gelangender Artikel signalisirt und ist seither Gegenstand verschiedener chemischer Untersuchungen und technischer Versuche geworden. — Die Substanz stellt eine zusammengeballte, scheinbar erdige Masse von orangegelber Färbung dar und besitzt einen eigenthümlichen, in hohem Grade an das „Castoreum“ der Apotheken erinnernden, zugleich leicht urinösen Geruch. Sie scheint in gewissen Gegenden Indiens producirt und von arabischen Händlern aufgekauft zu werden, wie sie denn auch in Arabien selbst als ein Volksheilmittel zu verschiedenen Zwecken verwendet wird. Ueber die Provenienz sind die Ansichten noch zur Stunde divergirend, obwohl dieser Farbstoff chemisch ziemlich genau bekannt ist. Doch darf wohl angenommen werden, dass gegenüber der Ansicht, als ob das „Purrée“ ein unmittelbares Pflanzenprodukt (etwa wie Indigo oder Lokao) sei, die andere Annahme die meisten Gründe auf sich vereinigt; nach dieser Meinung nämlich wäre „Purrée“ ein im Harn verschiedener Vierfüsser (Kameel, Büffel etc.) auftretender, gesammelter und oberflächlich gereinigter Niederschlag von besonderer chemischer Natur und hervorgerufen durch reichlichen Genuss gewisser Früchte oder Pflanzentheile. Zuverlässiger dagegen sind unsere chemischen Kenntnisse über diesen indischen Farbstoff, der im Wesentlichen aus dem Magnesiasalz einer eigenen Säure, der Euxanthinsäure, besteht. Aus letzterer ist eine weitere Substanz, das Euxanthon, erhältlich, die nach den Forschungen von Baeyer, Graebe und Liebermann, Wichelhans und Andern in sehr nahen Beziehungen zum Resorcin und zu den Resorcin-Farbstoffen steht. Die Verwendung von arabischem Purrée in unsern europäischen Ländern ist immerhin auf wenige spezielle Zwecke beschränkt und weniger ver-

breitet, als in dessen Produktionslande. — Schliesslich wurde ausser den genannten zwei Farbstoffen noch eine historisch interessante, in der mittelalterlichen Pharmacie vielgenannte Substanz, das „Tabashir" demonstrirt und mit den nothwendigsten geschichtlichen Bemerkungen begleitet. Von besonderem Interesse ist die schon in früheren Jahrhunderten nachweisbare Verwechslung des Tabashir mit „Spodium", welcher Ausdruck im Alterthum zunächst zinkhaltige Aschen und Schlacken, sowie zinkhaltigen Hüttenrauch, die spätern Stoffe „Pompholix" und „Tutia" bezeichnete, später dann als synonym mit Tabashir gebraucht und endlich auf verschiedene Knochenkohlen, zumal auf schwarz gebranntes Elfenbein übertragen wurde. — Die auf Verwechslung von Tabashir und Spodium beruhende Verwirrung begann schon bei den arabischen Autoren Serapion, Averroes und Aricenna (Ibn Sina) und wurde sowohl duıch deren Uebersetzer und Interpreten, als auch durch mannigfache irrthümliche Angaben über Natur und Provenienz des Tabashir vermehrt, so dass z. B. der in Goa ansässige poriugiesische Arzt Garcia d'Orta in seinen „Colloquios de los simples e drogas etc." 1563 dem „Spodio" ein grösseres Kapitel widmet, um möglichste Klarheit in die Kenntniss dieser Heilstoffe zu bringen.[1] – Das ächte Tabashir besteht aus den an den Knoten der Bambusrohre (im Innern der Pflanze) zuweilen in abnormer, pathologischer Art auftretenden Kieselsäure-Concretionen und stellt schneeweisse unregelmässige Stücke dar, von denen die Mehrzahl erdiges, andere opalartiges Aussehen besitzen, was auf das Vorkommen verschiedener Kieselsäureformen (von verschiedenem Wassergehalt) schliessen lässt. Die Analysen dieser in Indien auch als „Bambus-Zucker" von Alters her bekannten Substanz ergaben 90 Procente Kieselsäure, einige Prozente Kali, Alaunerde und Eisenoxyd nebst etwas Wasser. Räthselhaft bleibt es, wie dieser physiologisch ganz indifferente Stoff, der übrigens in Ostasien, z. B. in China, gegenwärtig noch bei Epilepsie und andern Nervenleiden angewendet wird, Jahrhunderte hin-

---

[1] V. Colloquios, Edit. Varnhagen, pag. 194, 195, 196.

durch in der abendländischen Materia medica eine so bemerkenswerthe Rolle spielen konnte; wir treffen dasselbe noch in den pharmazeutischen Dispensatorien des 16. und 17. Jahrhunderts, und erst nach dieser Zeit fing Tabaxir an, aus dem alten Arzneischatze zu verschwinden. So erscheinen uns die als Heilmittel verwendeten Naturprodukte ebenso merkwürdig hinsichtlich ihrer Geschichte, ihrer Wanderungen und ihres periodischen Verschwindens, wie angesichts ihrer Zahl und der ihnen zugeschriebenen wirksamen Kräfte.

[A. Weilenmann.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung.)

269. (Forts.) Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1828 III 4. (Forts.) Es wird Ihnen viel Freude machen zu vernehmen, dass mich das Unglück, meinen Sohn*) in der letzten Campagne verloren zu haben, wie Sie es zu glauben scheinen, nicht getroffen hat; es war der Sohn meines Bruders. Mein Sohn machte die Campagne als Stabs-Rittmeister bei den Garde-Uhlanen, ein ausnehmend schönes Regiment, das sich bey Varna am 16./28. und 18./30. September, so wie später beym Verfolgen des Feindes sehr ausgezeichnet hat. Mein Sohn muss sich brav gehalten haben, da er den militärischen Wladimir-Orden bekam, und ihn Graf Diebitsch bald darauf zu seinem Adjutanten nahm: eine sehr grosse Auszeichnung. Er ist vor 13 Tagen mit seinem General, der zum commandirenden General der ganzen Armee gegen die Türken ernannt ist, nach Jassy abgereist. Wenn ihn mir Gott erhält, so wird er gewiss ein sehr ausgezeichneter Offizier werden; er ist rasch, liebt sein Fach leidenschaftlich, und besitzt Kenntnisse, die bey jungen Officieren seines Alters nicht gewöhnlich sind. — Von meinem Paul habe ich kürzlich Briefe durch einen Offizier seines Schiffs erhalten, der dasselbe im Juni des vergangenen Jahres in Kamtschaka verliess. Dieser Offizier machte eine vortheilhafte Beschreibung von meinem Sohn;

---

*) Es scheint hier der älteste Sohn gemeint zu sein.

er lobt seinen Eifer und seinen Fleiss. Sein trefflicher Capitän hat ihn an allen astronomischen und physikalischen Beobachtungen, sowie an allen hydrographischen Arbeiten Theil nehmen lassen; auch befindet sich unter der Zahl der an die Admiralität geschickten Charten eine der neu entdeckten Bonin-Inseln, die von ihm gezeichnet ist. — Was mich persönlich betrifft, so geht es mir so gut, dass ich täglich befürchte, es müsse bald schlimmer mit mir gehen. Ich verdanke diess dem Umstande dass ich Director des Seecadetten-Corps bin, mit welchem der Kaiser ausnehmend zufrieden ist. Er kam den 14. October von der Armee hier an, am 16. besuchte er uns schon und zwar mit der Kaiserin. Ich hatte im Laufe des vergangenen Sommers eine Menge Veränderungen gemacht, bey denen ich gesucht hatte das zweckmässige mit dem geschmackvollen zu verbinden, und alles hässliche zu entfernen. In Anstalten dieser Art muss die grösste Propreté und wo möglich auch Eleganz seyn, nicht nur weil das was Luxus scheint am Ende wohlfeiler ist, da man gut gearbeitete Sachen mehr schont, sondern weil man wo möglich einen Schönheitssinn bey den jungen Leuten erwecken muss; hässliche und geschmacklos gemachte Meubles müssen ihnen ebenso anstössig seyn wie schmutzige Wäsche; auch muss man dahin arbeiten den Sinn des Verderbens zu zerstören, was sich die jungen Leute oft aus Muthwillen erlauben; man muss aber sehr boshaft seyn um kostbare Sachen zu verderben, und das ist wirklich auch nicht der Fall.

Trechsel an Horner, Bern 1829 IX 10. Ich setze mich am heil. Bettag hin um Ihnen endlich einmal wieder zu schreiben. Ich komme sonst so leicht nicht dazu, nicht eben vor Menge der Geschäfte, denn ich bin gegenwärtig, meine ganz gewöhnlichen Geschäfte abgerechnet, so ziemlich ein unnützer Knecht, sondern mehr aus einer gewissen Abgespanntheit, die mich, wenn ich das Gewöhnliche abgethan, unaufgelegt macht, etwas anderes zu thun. — Wahrscheinlich sind Sie von Ihrer Wanderung seit einiger Zeit schon glücklich wieder zurück, und hoffentlich hat dieselbe treffliche Wirkung auf Körper, Geist und Gemüth gethan! Mich hat von jeher nichts so sehr aufgeheitert und aufgeregt, als Fuss-

reisen und Aufenthalt in unsern Bergen. Ihre jungen, hoffnungsvollen, rüstigen und interessanten Reisegefährten müssen Ihnen diese im Interesse der Wissenschaft und zur Förderung unserer Barometer-Geschichten unternommene Reise gewiss sehr angenehm und anziehend gemacht haben. Mir ist das Glück des Bergsteigens und Berglebens in diesem Sommer nicht zu Theil geworden, und zwar, um die Wahrheit zu bekennen, grösstentheils durch eigene Schuld. So war es z. B. eine Summe kleiner Gründe, und kein einziger grosser, was mich abhielt der Versammlung auf dem St. Bernhard beyzuwohnen. Man wird mit jedem Tag bedenklicher, unbeweglicher. Man thut freylich unrecht, aber man thut es dennoch! Zu Fussreisen und überhaupt zu manchem fehlt mir mein Sohn, der nun nach etwas mehr als zweijähriger Abwesenheit, von Berlin über München und Zürich nach Hause zurückkommt, und zwar als neuerwählter Spitalprediger, in einem Alter von noch nicht 24 Jahren. — Nach einer Aeusserung in Ihrem freundlichen Briefe, hoffte ich immer und hoffe dato noch, dass der barometrische Ritterzug auch Bern gelten solle? Ich bin herzlich froh, wenn einmal unsere Barometer-Angelegenheiten aufs Reine kommen, und wir vor Allem aus wissen, woran wir mit unsern Instrumenten sind. Gewiss es that dringend Noth mit einer nochmaligen Vergleichung derselben, und Ihre daherigen, grossen, beschwerlichen, auch kostspieligen Bemühungen sind ein höchst verdienstliches, uns andere, die wir dabey nichts thun, freylich sehr beschämendes Werk, für welches Ihnen die Naturforschende Gesellschaft zu grossem Dank und mehr noch als Dank verpflichtet wird. Wenn es sich nur zeigt, dass die Differenzen unserer Barometer constant bleiben — aber ich fürchte fast, dass diess nicht ganz der Fall seyn möchte, und dass namentlich das Holz seine perfide, hygroscopische und poröse Natur bey diesem Anlass nicht verläugnen wird. — Das Projekt zur Veranstaltung einer topographisch-geologischen Charte der Schweiz ist wohl vom grossen Bernhard aus ad calendas græcas gewiesen. Bey dem anbefohlenen Aufruf an die Grossmuth, den Gemeingeist und die Liberalität unsers Vaterlandes dürfte wohl wenig herauskommen! Ueberhaupt dürfte die ganze Idee

noch etwas unreif, chimärisch und die Kräfte einer gelehrten Gesellschaft ohne pecuniäre Mittel weit übersteigend seyn. Wenn nicht die Regierungen kräftig, ernsthaft und anhaltend einschreiten, und dazu sind dato wohl wenig Aussichten, so dürfte aus der Sache für einmal nichts werden. Lieber daher noch gewartet bis Zeiten, und Umstände, und Mittel, und Dispositionen günstiger sind, als etwas voreilig anfangen und erzwingen wollen, das man sogleich wieder stecken lassen muss. Auf die Hoffnung einer gemeinschaftlichen Basismessung thue ich hingegen an meinem Theil nicht gerne Verzicht, wenn auch, wie wahrscheinlich, wir darüber hinsterben sollen.

Bernh. Studer an Horner, Bern 1829 XI 21. Mit verbindlichstem Danke sowohl von meiner Seite als von derjenigen der Direction unserer Realschule, beeile ich mich Ihnen den glücklichen Empfang des Sextanten anzuzeigen .... Ich benütze diese Gelegenheit, um Ihnen, als Mitglied des Generalsecretariats unserer schweiz. Gesellschaft, den Entwurf eines Aufrufs zu Beisteuern für unsere Vermessung zu gütiger Beurtheilung vorzulegen, mit Bitte denselben auch Ihren geehrten Herrn Collegen mittheilen zu wollen. Um der Sache willen that es mir leid, dass die Gesellschaft auf dem Bernhard mich mit dieser Abfassung beehrt hatte, sie hätte leicht in bessere Hände fallen können, und dann wäre dem Versuche auch ein günstigerer Erfolg zugesichert gewesen. Indessen ist noch nichts versäumt. Corrigiren Sie meinen Entwurf, wo es Ihnen zweckmässig scheint, setzen Sie hinzu, schneiden Sie weg, oder giessen Sie das Ganze um, wie es Ihnen gefallen mag. Dagegen wird es kaum nothwendig sein die Schrift noch durch alle Cantone bei unsern Commissionsmitgliedern herum zu schicken, da die Sache, wenn in St. Gallen etwas geschehen soll, keinen Aufschub leidet. Am besten wäre daher wohl den verbesserten und für tauglich anerkannten Aufruf sogleich auch bekannt zu machen und zu versenden. Eine gute französische Uebersetzung wird auf jeden Fall auch erforderlich sein. Was nun die Verbreitung betrifft, so hängt von unserer Thätigkeit in dieser Beziehung wohl das Meiste ab. Leonhard in Heidelberg hat mir seine Beihülfe zugesagt. Ich werde in wenig Tagen auch H. von Buch die Sache ans Herz

legen und wo möglich durch ihn die Berliner Akademie zu gewinnen suchen, wenigstens dürfen wir wohl hoffen, dass Poggendorf uns durch sein Journal unterstütze. Humboldt könnte hier wohl das Meiste thun, wenn er zurück wäre. Würden Sie vielleicht Petersburg übernehmen, oder Schumacher, Bessel, u. s. w.? Auch von Wien wäre wohl etwas zu hoffen, wenn man Zugang fände. Der Quartiermeisterstab soll sich sehr für die Ausdehnung seiner Vermessungen über die Schweiz interessiren, und es schon öfters bei Bündten versucht haben. Der Erzherzog Johann dürfte wohl auch Hülfe leisten. In Frankreich habe ich Volz in Strassburg und in Paris Férussac, Brongniart, Beaumont, Boué. Am thätigsten dürfte wohl Arago mitwirken, wenn er zu gewinnen wäre. Möchte es nicht angehen, im Namen der schweiz. Gesellschaft und mit vielen schönen Worten die Sache im Institut und der geographischen Gesellschaft vorzutragen? In England habe ich leider sehr wenig Bekannte, und doch möchte wohl von da, wenn man es recht anzugreifen wüsste, das Beste fliessen. Vielleicht kann ich durch Brongniart die Sache in der geolog. Society zur Sprache bringen lassen. Aber es sind Ihnen gewiss bessere Wege bekannt. Die Genfer haben sich der Sache sehr lau angenommen, sonst könnte man von ihnen vieles hoffen. Ueberhaupt haben wir wohl vom Ausland mehr Unterstützung zu erwarten, als von unsern lieben Eidsgenossen, denn der Beitrag ist für diese etwas stark angesetzt, und Charpentier sprach gar von 2 Louisdor. Ich weiss selbst nicht, ob man nicht viel besser thäte, das Minimum noch tiefer, etwa auf einen Neuthaler anzusetzen. — Was werden aber am Ende die Regierungen sagen? Besser ist es doch wohl etwas zu wagen als anzufragen. Ist einmal die Angelegenheit eine öffentliche, so bedenkt man sich doppelt ein Veto zu sprechen.

Pet. Merian an Horner, Basel 1829 XII 8. Seitdem ich Ihre letzte verehrliche Zuschrift erhalten, haben wir hier unsern Professor Huber verloren. Er starb vergangenen Freitag an einer Leberkrankheit, welche schon in der Mitte des Sommers sich zu entwickeln angefangen hat. Da er indess niemals eine sehr feste Gesundheit besass, und öfter längere Zeit hindurch kränkelte, so haben wohl Wenige bis kurz vor

seinem Tode seine Auflösung so nahe geglaubt. Ich verliere ihn höchst ungern; denn wenn ich auch seine Ansichten nicht immer habe theilen können, so habe ich doch jederzeit, früher als Schüler und später als College, in den angenehmsten Verhältnissen mit ihm gelebt und des Unterschiedes des Alters ungeachtet, mich seiner Freundschaft und seines Zutrauens erfreut. Sein reiner wissenschaftlicher Sinn, und der uneigennützige, gewissenhafte Eifer, den er unseren wissenschaftlichen Anstalten widmete, musste ihm die Achtung eines Jeden erwerben, der ihn näher kannte. Die Aehnlichkeit der Studien und die Mannigfaltigkeit seiner Kenntnisse machte mir übrigens schon seit langer Zeit seinen Umgang zu einem wahren Bedürfniss, und ich werde die durch seinen Tod entstandene Lücke wohl noch lange fühlen. Leider habe ich, durch meine Krankheit zur Absonderung gezwungen, seit mehr als einem Jahre ihn nicht mehr gesehen, und nur schriftlich mit ihm mich unterhalten können. — Prof. Huber hat seine in den Fächern der Mathematik, Astronomie und Physik sehr reichhaltige Bibliothek, an welcher er und sein Vater lange Zeit gesammelt und über 30,000 Fr. verwendet haben, unsern öffentlichen Anstalten vermacht. Ebenso seine Instrumente, die freilich von minderem Belange sind, unter welchen sich indess manches Schätzbare befindet.

Bernh. Studer an Horner, Bern 1829 XII 10. Was das Ihnen letzthin zugesandte Programm betrifft, so bitte ich Sie nochmals recht sehr alle Abänderungen darin anzubringen, die Sie und Ihre Herren Collegen für zweckmässig halten. Ich hatte die Details über das Unvermögen der Schweiz, sowohl der Regierungen als unserer Gesellschaft, aus eigenen Kräften die Vermessung auszuführen, angebracht, weil ich vom Ausland her und auch von unserm einheimischen Publikum den Vorwurf fürchtete, wir hätten uns vor Allem an die Regierungen wenden, entweder von ihnen Zuschüsse verlangen, oder ihnen die ganze Sache, wie in allen andern Staaten, überlassen sollen; den Vorwurf ferner, es seien ja wirklich eidgenössische Vermessungen im Gange, und die Bemühung der Gesellschaft daher unnöthig. Beides wurde ja mitten in der Gesellschaft auf dem Bernhard gegen die

Sache eingewendet, wie viel eher dürfen wir's vom grossen Publikum erwarten. Die Regierungen werden wir natürlich immer möglichst in Huld erhalten müssen, doch darf die Schonung nicht so weit gehen, dass unsere Einnahmen wesentlich darunter leiden könnten. Zwischen beiden Klippen werden aber erfahrene Staatsmänner eben das Schiff sicherer durchführen als ich es vermöchte. — Aus ähnlichen Gründen scheint es mir etwas gefährlich bestimmt zu erklären, die Vermessung werde nur schweizerischen Gelehrten übertragen werden. Ich sehe wohl die Gefahren, die uns drohen; doch nahm man in den schwierigen 90er Jahren keinen Anstand von Bern aus Hr. Tralles allen Kantonsregierungen dringend zu empfehlen, und ebenso Hr. Weiss, und die Empfehlung ward gut aufgenommen. Es scheint mir hinreichend, wenn eine schweiz. Oberaufsicht, die von der Gesellschaft ausgewählt würde, den Namen giebt, mit den Regierungen verkehrt und in allen öffentlichen Geschichten als die handelnde Person erscheint. Die von ihr angestellten, besoldeten und unter ihrer Controle stehenden Arbeiter werden dann nicht mehr Verdacht erwecken als die grosse Menge von Fremden, die alle Sommer unsere Gebirge durchlaufen und das Volk bereits mit fremder Sprache und Sitte ausgesöhnt haben. Stellen wir als dirigirende Geodäten Leute an die Spitze, auf die das Ausland kein Vertrauen setzt, so möchten die Beiträge nur sparsam fliessen, und sprechen wir es geradezu aus, wir wollen keine Fremden, so verliert die Sache ihren europäischen Charakter und man findet es unbillig, dass man das Geld von aussen beziehen, aber dann doch allen Ruhm für sich behalten wolle. Lassen wir die Sache unbestimmt, so hat man ja immer nachher noch freie Wahl anzustellen wen man will, und die Regierungen können sich allenfalls ein Veto vorbehalten. In Wahrheit kenne ich Niemand in der Schweiz, der mich ganz befriedigte. Herr Buchwalder besitzt wohl nicht die nöthigen Kenntnisse, um an der Spitze zu stehen, würde aber im zweiten Rang vortreffliche Dienste leisten. Mousson geht noch alle Erfahrung ab, und er hat sich auch nur auf den Fall hin als sehr bereitwillig erklärt, wenn Jemand, der Zutrauen gebe, die Leitung übernehme.

Lardy schlägt Saussure vor, aber die Sprache möchte ein grosses Hinderniss sein in unsern deutschen Cantonen. Vielleicht ist es zwar nicht geradezu nothwendig, dass der Ingénieur en chef die Standpunkte alle selbst besuche, obgleich es immer zweckmässiger wäre, und dann ist die Auswahl grösser. Doch wird das Geschäft, sofern es rasch vorwärts gehen soll, immer seinen Mann fordern und auf keinen Fall nebenbei betrieben werden können. Wäre es nicht thunlich, Jemand zu erhalten, der an der baierschen Vermessung sich für Gebirgsaufnahmen ausgebildet hätte? Oder könnten wir vielleicht der geograph. Gesellschaft in Berlin, an deren Spitze glaube ich Humboldt steht, die Auswahl übertragen, und auf diese Art uns einerseits der grossen Verantwortlichkeit entladen, anderseits eine sehr gewichtige Protection zusichern? — Mit Hrn. Finsler habe ich noch nicht gesprochen, obgleich ich es, wie Sie, für ganz zweckmässig erachte, vor jedem öffentlichen Schritt diese Behörde zu begrüssen. Ich bin sogar im Zweifel, ob es nicht wohl etwas förmlicher geschehen sollte, z. B. in Folge eines eigenen Auftrages von Seite des Generalsecretariates an Hrn. Trechsel, dem ich mich immerhin anschliessen könnte. Wenn gleich Herr Finsler der Sache nicht abgeneigt sein dürfte, so ist mir doch, obgleich vielleicht mit Unrecht, etwas bange vor seinen hiesigen Freunden, die so etwas lieber selbst regieren, als durch andere ausführen lassen, und ich laufe Gefahr auf eine nicht officielle Anfrage hin mit leeren Worten wegzukommen. Es möchte daher wohl das Beste sein, dass Sie uns mit der Zeit den revidirten und für gut anerkannten Aufruf vor dem Druck in Copie zukommen liessen, damit wir ihn Herrn Finsler vorlegen können; dann würde ich dasselbe Exemplar auch an Lardy schicken, der es in Lausanne könnte übersetzen lassen, und mittlerweile würde in Zürich der Druck besorgt werden.

Bernh. Studer an Horner, Bern 1830 I 27. Endlich ist es Hrn. Trechsel und mir gelungen mit Hrn. General Finsler zu sprechen, und ich beeile mich, Ihnen das Resultat mitzutheilen. Herr Finsler trägt vorerst auf einige wenig bedeutende Abänderungen im Aufrufe an:

1. wo es heisst „erscheint die Schweiz als eine um so em-

pfindlichere Lücke“, wünscht er „das schweiz. Hochgebirge“ zu setzen, indem bereits von der Milit. Aufsichtsbehörde sehr viel gethan sei um jene Verbindung zu vermitteln, und namentlich an den Endpunkten bei Genf und in Bündten die Dreiecke, wenn man wolle, können angeschlossen werden.

2. nach dem Satze „Canton Bern erstrekt“ würde es Herr Finsler nicht unlieb sein, wenn noch mit wenig Worten beigefügt werden könnte, dass die Aufsichtsbehörde sich vorzüglich bestrebt habe, in Bündten eine Verbindung mit den österreich. Dreiecken anzubahnen und bereits auch die Punkte aufgefunden habe, in welchen sich das schweizer. Netz an das österreich. anschliessen könne.

3. glaubt Hr. Finsler, möchte es stossen, wenn es heisse „die Anträge jener Behörde . . . . nicht genehmigt werden“, und schlägt vor (was aber meines Bedünkens nur eine Wiederholung des frühern wäre) „die von der letzten Tagsatzung angewiesenen Hülfsmittel stehen nicht im Verhältniss zu den nothwendigen Ausgaben einer solchen Unternehmung, wenn dieselbe, nach dem Antrage jener Behörde, rascher fortgesetzt und nicht nur auf die trigonometrische Vermessung eines Netzes beschränkt, sondern auf die topographische Aufnahme ausgedehnt werden sollte“. — Ich stimme indess gerne bei.

4. statt Centralbehörde wäre Centralverein oder so etwas zu setzen.

Uebrigens scheint mir General Finsler, wie sich leicht erklären lässt, sehr daran zu hangen, dass die Gesellschaft sich nur auf das Topographische beschränke, das Trigonometrische aber der Aufsichtsbehörde überlassen möchte. Wir wichen indess einer nähern Erörterung leicht dadurch aus, dass sich erst in St. Gallen hierüber etwas werde festsetzen lassen. Auf unsere Bemerkung, dass es wohl zweckmässig sein werde, am westl. Ende der Alpen, in der Gegend von Martinach und Bex anzufangen, erbot Er sich der Aufsichtsbehörde anzutragen im folgenden Sommer daselbst eine Dreiecksverbindung mit dem Chablais und Piemont aufzusuchen. Uebrigens versprach General Finsler von seiner Seite alle mögliche Unterstützung und Mittheilung aller eidgen. Messungen „die ja kein Staatsgeheimniss wären“. — Ich ergreife

diese Gelegenheit Ihnen meinen Austritt aus dem bisherigen Knabenleben und mein Verlöbniss mit der ältern Tochter des Ihnen wahrscheinlich nicht bekannten Hrn. Prof. Hünerwadel anzuzeigen, indem ich, nach freilich etwas langer Ueberlegung, herausgebracht habe, dass es doch nicht gut sei, wenn der Mensch allein bleibe. Sie sehen, dass ich mir nicht eben in allen Dingen Hrn. von Buch zum Vorbild nehme.

Bernh. Studer an Horner, Bern 1830 III 11. Die Antwort auf Ihre freundschaftliche Zuschrift vom 24. Febr. ist etwas verspätet worden, weil ich es für angemessen erachtete wegen Hrn. Ebel's Bemerkung auch die Ansicht von Charpentier einzuholen. Das Wichtigste seiner Antwort erlaube ich mir Ihnen mitzutheilen, mit der Bitte die etwas starken Ausdrücke, die nur für mich bestimmt waren, gütigst übersehen zu wollen. Charpentier bedauert nämlich, „dass nun so späth Einwendungen gegen den auf dem Bernhardsberge von der Naturf. Gesellschaft einmüthig gefassten Beschlusse, das Ausland mit an den Beiträgen zur Fertigung der Alpenkarten Theil nehmen zu lassen, gemacht werden. Der Aufruf muss nun ganz abgeändert werden und daher habe ich heute schon Ihren Brief Lardy mitgetheilt, mit dem Auftrage den Druck der französischen Uebersetzung des Aufrufs bis auf weitere Ordre einzustellen. Ich theile ganz Ihre Meinung, dass, wenn man sich bloss auf die in der Schweiz zu erhaltenden Beiträge beschränken will, man gewiss nicht zum Zwecke gelangen wird. Dieser, meiner Ansicht nach übel verstandene Patriotismus wird dem Unternehmen schaden, oder es wenigstens noch auf Gott weiss wie lange verschieben. Auch sehe ich nicht ein warum dadurch fremde Ingenieure veranlasst würden sich in diese Angelegenheit ohne den Willen der Gesellschaft zu mengen. Ich sehe in diesen Einwendungen nur unnütze Schwierigkeiten, die um so unangenehmer sind, da man so entfernt von einander ist, und also alles schriftlich abmachen muss.“ — Allerdings glaube ich nicht, dass wir aus der Schweiz etwas Bedeutendes erhalten werden, indem das schweiz. Publikum überhaupt wenig Antheil an rein wissenschaftlichen Unternehmungen nimmt. Indess sehe ich keine Gefahr darin, um von vorneherein allen

spätern Vorwürfen zu begegnen, dass man zuerst einen Versuch nur in der Schweiz mache, und ich will gerne durch den Erfolg meinen Kleinmuth und Unglauben beschämen lassen.

Bernh. Studer an Horner, Bern 1830 III 26. Unsere Vermessungsangelegenheit ist allerdings zu einer gefährlichen Krisis gekommen, und es wäre fast ein zweiter Bruder Klaus zu wünschen, der den Eidgenossen Eintracht predigte. Zu bedauern wäre es aber doch, wenn, dieses geringen Incidents willen, unsere gute Sache Schiffbruch litte, noch ehe sie ausgelaufen. Im Grunde habe ich mir das Meiste vorzuwerfen, und es war unrecht von mir, dass ich Ihnen den Brief von Charpentier mittheilte und mich über dem Abschreiben desselben vielleicht selbst in eine etwas gereizte Stimmung hineingearbeitet habe. Charpentier hatte sich mit der Uebersetzung, was an sich eine verdriessliche und undankbare Arbeit ist, viele Mühe gegeben, und seine Aufwallung im ersten Augenblicke ist daher wohl zu entschuldigen. Lardy dagegen schreibt mir ruhig und Ihnen beistimmend über die Sache und wird nun wohl auch seinen Freund besänftigt haben. Meine individuelle Ansicht ist, wie ich glaube, nicht wesentlich von der Ihrigen verschieden. Ich kann mich zwar immer noch nicht überzeugen, dass wir in der Schweiz die nöthigen Subsidien finden werden; aber sobald Männer von solchem Gewicht, wie die Herren Ebel und Pestalutz, sich für diese Ansicht erheben (und in andern Städten, namentlich in Genf, dürfte dieselbe auch viele Anhänger finden), so hielte ich es allerdings für sehr zweckwiedrig nicht vorher noch diesen Versuch zu wagen. Glückt es, so sind wir ganz unabhängig und unverdächtig und haben hiemit viel gewonnen; denn darin kann ich, wie Sie auch aus Aeusserungen früherer Briefe schliessen können, Charpentier nicht beistimmen, dass die Gesellschaft über das fremde Geld doch immer nach freiem Gutdünken würde verfügen können. Man kann die Sache nicht als eine allgemeine europäische behandeln und dann doch nationalen Interessen oder Vorurtheilen nachhängen.

Quetelet an Horner, Bruxelles 1830 V 7. J'avais l'intention d'aller en Italie et de passer par Genève; je devais y porter vos deux aiguilles magnétiques que j'ai déjà observées

ici, lorsque la mort de mon beau-père est venue déranger tous mes projets. Cette perte douloureuse ne me permettra sans doute pas de m'absenter avant quelques mois d'ici, et alors, notre observatoire étant presque achevé, je devrai voir un peu rapidement l'Italie et je ne pourrai guères voir Zurich où je me promettois d'avoir le plaisir de vous visiter. — Je serai très-flatté si vous vouliez bien consentir à me communiquer par la suite vos recherches scientifiques; notre observatoire naissant en tirerait le plus grand avantage, et je m'estimerais heureux moi-même de pouvoir profiter de vos conseils. Vous avez bien voulu me promettre à Heidelberg quelques recherches géométriques pour mon journal, j'ose vous rappeler votre promesse à l'accomplissement de laquelle j'attacherais le plus grand prix.

Horner an Quetelet, Zürich im Sommer 1830.[1]) Si j'ai tardé plusieurs mois de vous envoyer les petits exercices de géométrie dont j'osai Vous parler l'automne passé, ce ne fut que pour Vous les passer par la voie la moins dispendieuse. Car en les comparant aux travaux profonds qui parent Votre excellent journal, je ne pouvois me dissimuler que mon faible tribut à la géométrie élémentaire ne sauroit y figurer que pour remplir les feuilles. Du reste je m'en remets entièrement à Votre jugement, persuadé que le soin que Vous portez pour l'honneur de Votre receuil tournera aussi à profit pour ma propre réputation. L'état d'autodidacte auquel je me trouvois réduit dans ma jeunesse par l'absence totale d'instruction mathématique dans notre ville, me força quelquefois de m'ouvrir une route particulière; mais le retard que ce défaut d'instruction apporta dans le développement de mes connaissances, la vie pratique à laquelle je devois me vouer pour plusieurs années, ensuite la chaise de professeur à un Gymnase, où l'enseignement ne pouvait passer les élémens, m'empêchèrent de porter mes recherches dans les parties supérieures des mathématiques, et je dûs me contenter de trouver quelque petit grain sur la route battue de la géométrie

---

[1]) Nach einem noch vorhandenen Concept.

élémentaire. J'y compte p. e. la classification des sections coniques par rapport à la géométrie que j'ai exposée dans un petit mémoire inséré dans la corresp. astron. du baron de Zach. — Ayant été appelé de suite par la voix publique à prendre part au gouvernement de notre petit Canton, je partage mon peu de loisir entre la rédaction de quelques articles du nouveau dictionnaire de physique publié par le prof. Munke à Heidelberg, et la confection des tables et méthodes nouvelles pour l'astronomie nautique.

Krusenstern an Horner, Sackhoff 1830 VII 16. Glauben Sie nicht, dass ich in Disgrace bin, wenn dieser Brief von einem Ort datirt ist, von dem Sie nie früher gehört haben: Ich hatte schon im vorigen Jahre die Absicht der Schwäche meiner Kniee wegen warme Seebäder, die mir mein Arzt angerathen, zu brauchen; allein da der Kaiser mir die Escadre mit den Kadetten-Schiffen und kaiserlichen Jachten bestimmt hatte, und meine Flagge auf einer neuen Fregatte stand, die der Kaiser für das Corps hatte bauen lassen, und der er den Namen unseres Schiffes Nadeshda gegeben, so konnte ich nicht schicklicher Weise Urlaub verlangen. Während des Winters nahm meine Schwäche so zu, dass ich mit Mühe gehen, stehen aber gar nicht konnte. Vor der Abreise des Kaisers nach Warschau schrieb ich an den Fürsten Menzikoff, und bat um Urlaub vom 15. Juni bis 15. August um warme Seebäder zu brauchen. Der Kaiser hatte die Gnade mir durch den Fürsten Menzikoff antworten zu lassen: er gäbe nicht nur seine Finwilligung, sondern er lasse mich sogar bitten meinen Aufenthalt zu verlängern bis ich völlig wieder hergestellt sey, auch solle meine Abwesenheit nicht als ein Urlaub angesehen, folglich mein Gehalt beybehalten werden. Gewöhnlich bittet man in solchen Fällen um Beibehaltung des Gehaltes; ich habe dies absichtlich nicht gethan; um so lieber war es mir, dass der Kaiser selbst die Gnade hatte mir diese Vergünstigung zuzugestehn. Ich bin den 15. Juni aus Petersburg mit meiner ganzen Familie abgereist; 70 Werst von Narva auf der Strasse nach Reval habe ich am Ufer des Meeres ein kleines Haus gemiethet, das eine reizende Lage hat, wo ich warme Seebäder brauche, bis jetzt

aber noch nicht viel besser fühle. Ich bleibe hier bis zum 1 August, fahre dann auf mein Gut, und zum 20 August bin ich wieder in Petersburg. — Ihr Wunsch eines permanenten Comité für die Ausbreitung physikalischer Beobachtungen in Russland ist zum Theil während Humboldt's Anwesenheit in Petersburg realisirt. Es werden schon jetzt an mehreren Orten meteorologische und magnetische Beobachtungen angestellt und der Academie mitgetheilt. Kupfer hat ein magnetisches Pavillon gebaut; auch ich wünsche für das Corps ein ähnliches, sowie eine Sternwarte zu bauen; Kupfer hat bereits dazu den Plan entworfen, aber die Ausführung ist noch fern. — Mein Sohn Paul, der Weltumsegler, arbeitet diesen Sommer unter Wrangel's Leitung, der ein excellenter Astronom geworden ist, an einer neuen Aufnahme der Küsten der Ostsee. Mein ältester Sohn, der das Glück gehabt hat den letzten Feldzug als Adjutant des Grafen Diebitsch mitzumachen, ist kürzlich von einer interessanten Reise nach Griechenland zurückgekommen, wohin ihm der Feldmarschal eine Mission an den Grafen Capo d'Istria gegeben hatte. Mein zweiter Sohn hat die Hoffnung bald bey einer ausländischen Mission angestellt zu werden; mein jüngster Sohn wird erst nach zwei Jahren das Lyceum in Zarsko verlassen. — Da die Officiere unserer Armee und Flotte in der Regel nicht wohlhabend, folglich die verheyratheten oft nicht im Stande sind für die erste Erziehung ihrer Söhne zu sorgen, so hat der Kaiser in Zarsko ein eigenes Institut von 400 Knaben errichtet, wo Kinder von 7 bis 10 Jahren unter weiblicher Aufsicht erzogen werden; das Institut steht unter der besondern Protection des Kaisers und der Kaiserin.

Trechsel an Horner, Bern Winter 1830/31. Herzlichen Dank vor allem für Ihre allzugütige und ächtchristliche Erklärung des langen Stillstandes unseres Briefwechsels. Beschämt muss ich jedoch erkennen, dass ich daran wenigstens ebensoviel Schuld trage als Sie. Man hat in dieser sublunarischen Welt so viele Geist- und Zeit zersplitternde Zerstreuungen, — man wird, zumal in unserm republikanischen Wesen und Unwesen so entsetzlich von einem zum andern gesprengt. Dann werden auch die Tage des Lebens, wie die Tage des

Jahres kürzer, und Muth, und Lust, und Ausdauer, welche mit Alter und Manigfaltigkeit der Geschäfte steigen sollten, befolgen oft ein ganz anderes Gesetz! Bey mir ist dieses leider der Fall! Ich danke Ihnen herzlich, dass Sie sich meiner in Freundschaft erinnern, und mich milde und schonend aus einem eben nicht behaglichen Schlummer wecken wollten. — Hinsichtlich der Barometrica spricht das Circular vom Dez. 1825 von 2 bis 3jährigen Beobachtungen, also dass wir, wenn wir auch den unvollständigen Jahrgang von 1827 nicht beachten, und bloss von 1828 an zählen wollen, von 1831 an eigentlich und von Rechtswegen nichts mehr verlangen dürfen. Wenn wir indessen noch für 1831 fortgesetzte regelmässige Beobachtungen wünschen, und wohl gar nöthigenfalls darum bitten, so dürfte wohl Niemand dagegen viel einwenden. Wir hätten dann doch zwei vollständige Jahrgänge von Beobachtungen n a c h gemachter genauer Vergleichung. Nichts destoweniger könnten und sollten wohl die bisherigen Beobachtungen nun ungesäumt eingefordert und in Rechnung genommen werden, damit man dem nach Resultaten schreyenden Publikum an der bevorstehenden Versammlung in Genf etwas bestimmtes und geordnetes bieten könne. Zu diesen Berechnungen biete ich willig und von Herzen gern meinen geringen Dienst an. — Indem ich Ihren Brief noch einmal mit Aufmerksamkeit durchlese, komme ich auf den Gedanken, dass es in der That besser seyn dürfte nach Ihrem Vorschlage die für viele träge und bequeme Beobachter lästigen und verdriesslichen 3 oder 4 täglichen Beobachtungen von 1831 an auf Eine Einzige, die mittägliche, zu reduciren und dafür genaue und wo möglich stündliche Beobachtungen zur Zeit der Maxima und Minima, und an den von Brewster gewählten zwei Tagen zu verlangen. Das würde manchem verdrossenen Herrn wieder gutes Blut machen. Wer will, kann fortfahren auf dem bisherigen Fusse. — Das Herz im Leibe lacht mir, wenn ich an die Aussicht und Möglichkeit denke, noch einmal mit Ihnen zu der projectirten Basismessung auf dem grossen Moos zusammenzukommen und zu campiren. Mit Herrn Finsler, den ich wohl künftigen Sonntag bei Schiferli sehen werde, werde darüber reden. Es wäre diese

Basismessung immer ein schönes, wissenschaftliches, verdienstliches Werk, gesetzt auch, dass es, was ich fast fürchten muss, mit dem Projecte der topographischen Karte der Schweiz, wie leider mit so Manchem in der Schweiz ins Stocken kommen sollte! — Vor wenig Tagen erhielt ich einen am 6. Juli dieses Jahres in NeuYork geschriebenen Brief meines Freundes und ehemaligen Mitschülers (bey Tralles) Hassler, der in den 90er Jahren der zweimaligen Messung der Tralles'schen Basis beywohnte. Er schickt mir Exemplare der von ihm herausgegebenen logarithmisch-trigonometrischen Tafeln mit 7 Dezimalen, die allerdings sehr compendiös, dabey aber auch sehr klein und Augen angreifend gedruckt sind. Er wünscht Absatz davon in Europa (wo freylich logarithmische Tafeln die Fülle sind) und fragt mich, ob ich ihm nicht einen Buchhändler in der Schweiz wüsste, der die daherige Commission übernehmen würde. Wenn ich gute Gelegenheit finde, so werde ich Ihnen ein Exemplar zur Einsicht schicken. Ich wünschte gerne dem wackern Mann eine Gefälligkeit zu erweisen.

Scherer an Horner, St. Gallen 1831 I 8. Sie werden denke ich wohl auch die Harding'sche Sternkarte Zone XV Uhr sammt Sternverzeichniss empfangen haben, — das ist ein Muster der von der Berliner-Academie veranstalteten Sternkarten nach neuen Principien, welches mir dünkt sehr wohl gelungen zu seyn. Wissen Sie ob die Inghirami'sche Karte oder andere dieser academischen Sternkarten schon erschienen sind? Denn das könnte sehr wohl ohne mein Wissen geschehen seyn. Ich bin willens sie alle anzuschaffen. — Von der Lohrmann'schen Monds-Topographie hört man ja gar nichts mehr; die zweite Abtheilung sollte doch fertig seyn. Wenn Sie etwas hierüber wissen, so bitte ich es mir zu sagen. — Mit dem Erscheinen der Astron. Nachrichten geht es auch viel langsamer als wie früher, entweder fehlt es dem Prof. Schumacher an Materien oder an Zeit zu dieser Redaction. — Rümker wird hoffentlich die Hamburger Sternwarte nun in Thätigkeit setzen; ich war in London als er von Paramatta angekommen ist, und ich hätte seine persönliche Bekanntschaft an einem Diner bei Mr. Francis Baily gemacht, wenn

er am Erscheinen nicht verhindert worden wäre. — Was Sie mir von Quetelet erzählen ist wahrlich traurig; es fehlt diesem Manne weder an Kenntnissen noch an Eifer um der Wissenschaft zu nützen. — Sie haben vollkommen Recht, wenn Sie mit Ihrer Adresse an das Schweizerische Publicum bis auf ruhigere Zeiten inne halten. Wer würde jetzt, in einem Momente von gänzlicher Desorganisation und von Kriegsrüstungen, Geld zu einem solchen wissenschaftlichen Zwecke spenden wollen! Man würde mit einer solchen Einladung nur ausgelacht. — Wann werden wir die Ruhe und Eintracht wieder erlangen, welche unser Vaterland so lange beglückt haben? Die Zukunft scheint mir noch dunkel und düster, und die Leidenschaften, welche die verwünschten Zeitungsschreiber seit ein paar Jahren aufzureitzen so sehr sich bemüht haben, unterstützt durch die Beispiele Frankreichs, Belgiens, Polens etc., werden nun nicht so bald zu stillen sein.

Rengger an Horner, Aarau 1831 V 29. Usteri's Tod hat mich tief geschmerzt, um so mehr, da ich sein Benehmen bei den letzten Revolutions-Ereignissen, obwohl nur aus der Ferne und nur unvollkommen davon unterrichtet, gerade wie Sie beurtheilt habe. Allein mit der Nachricht, die ich von seiner lebensgefährlichen Krankheit erhielt, war für mich alles Vergangene vergessen und nur noch die Erinnerung an eine vierzigjährige Freundschaft und an all das Gute, das er gewirkt hat, lebendig. Ihre Aufforderung, verehrtester Herr, ihm ein biographisches Denkmal zu errichten, hat mich also in der hiezu günstigsten Stimmung angetroffen, indem es Bedürfniss meines Herzens ist, ein öffentliches Wort über ihn zu sagen und die Feier seines Andenkens den unreinen Händen, die sich derselben bemächtiget haben, zu entziehen. — Die Familie Escher wird ohne Zweifel die Papiere unsers verstorbenen Freundes, die hinter Hrn. Usteri lagen, zurückziehen; möchte dann sein Tochtermann Hirzel eine Vorarbeit unternehmen, so könnte vielleicht auch in dieser Hinsicht Ihrem Wunsche entsprochen werden, besonders wenn Sie die Bearbeitung des Theiles, der die Linth-Correction betrifft, über sich nehmen wollten. (Forts. folgt.) [R. Wolf.]

Generalregister

über die Bände XIII. bis XXIV.

Personalbestand

der

naturforschenden Gesellschaft in Zürich

(Januar 1880).

a. Ordentliche Mitglieder.

			Geb. Jahr.	Aufn. Jahr.	Eint. in's Comite.
1.	Hr.	Rahn, C., Med. Dr.	1802	1823	1826
2.	-	Horner, J. J., Dr., Bibliothekar .	1804	1827	1831
3.	-	Zeller-Klauser, J. J., Chemiker .	1806	1828	1867
4.	-	Keller, F., Dr. phil., Präs. d. ant. Ges.	1800	1832	1835
5.	-	Mousson, R. A., Dr. Professor .	1805	1833	1839
6.	-	Siegfried, Quäst. d. schweiz. Nat. Ges.	1800	1833	1850
7.	-	Trümpler-Schulthess, J., Fabrikbes.	1805	1833	—
8.	-	Heer, O., Dr. Professor	1809	1835	1840
9.	-	Lavater, J., Apotheker	1812	1835	1851
10.	-	Ulrich, M., Professor	1802	1836	1847
11.	-	Stockar-Escher, C., Bergrath .	1812	1836	1867
12.	-	Hofmeister, R. H., Professor .	1814	1838	1847
13.	-	Zeller-Tobler, J., Ingenieur . .	1814	1838	1858
14.	-	Wolf, R., Dr. Professor	1816	1839	1856
15.	-	v. Kölliker, A., Dr. Prof., Würzb. (abs.)	1817	1841	1843
16.	-	Kohler, J. M., Prof. am Polytechn..	1812	1841	—
17.	-	Meier-Hofmeister, J. C., M. Dr. .	1807	1841	1866
18.	-	v. Muralt, L., M. Dr.	1806	1841	1865
19.	-	Koch, Ernst, Färber	1819	1842	—
20.	-	Nüscheler, A., Dr., a. Rechenschreiber	1811	1842	1855
21.	-	Zeller-Zundel, A., Landökonom .	1817	1842	—
22.	-	Wild, J., Professor	1814	1843	—

			Geb. Jahr.	Aufn. Jahr.	Eint. in's Comite.
23.	Hr.	Ziegler, M., Dr., Geogr. in Winterthur	1801	1843	1867
24.	-	Escher, J., Dr., Oberrichter . .	1818	1846	1866
25.	-	Meyer, H., Dr. Professor . .	1815	1847	1862
26.	-	Frey, H., Dr. Professor . . .	1822	1848	1853
27.	-	Denzler, W., Professor . . .	1811	1848	—
28.	-	Amsler, K., Dr. Prof. in Schaffhausen	1823	1851	—
29.	-	Gastell, A. J., Dr. Professor . .	1822	1851	—
30.	-	Siber, G., Kaufmann . . .	1827	1852	—
31.	-	Cloetta, A. L., Dr. Professor . .	1828	1854	—
32.	-	Rahn-Meier, Med. Dr. . . .	1828	1854	—
33.	-	Pestalozzi, Herm., Med. Dr. . .	1826	1854	1860
34.	-	Stöhr, Mineralog	1820	1854	—
35.	-	Hug, Prof. d. Math. . . .	1822	1854	—
36.	-	Schindler-Escher, C., Kaufmann .	1828	1854	—
37.	-	Sidler, Dr. Professor in Bern .	1831	1855	—
38.	-	Ortgies, Inspector d. bot. Gart. .	1829	1855	—
39.	-	Culmann, Professor . . .	1821	1855	1866
40.	-	Zeuner, G., Dr. Prof. (abs.) . .	1828	1856	1860
41.	-	Cramer, C. E., Dr. Professor . .	1831	1856	1871
42.	-	Escher im Brunnen, C. . . .	1831	1856	1858
43.	-	Durège, Dr. Prof. (abs.) . .	1821	1857	—
44.	-	Stocker, Professor	1820	1858	—
45.	-	Pestalozzi-Hirzel, Sal. . . .	1821	1858	—
46.	-	Renggli, A., Lehr. a. d. Thierarznsch.	1827	1858	—
47.	-	Horner, F., Dr. Professor . .	1831	1858	—
48.	-	Wislicenus, J., Dr. Professor (abs.)	1835	1859	1866
49.	-	Pestalozzi, Karl, Oberst, Professor	1825	1859	—
50.	-	Frey, Med. Dr.	1827	1860	—
51.	-	Widmer, Dir. der Rentenanstalt .	1818	1860	—
52.	-	Billroth, Dr. Prof. (abs.) . .	1829	1860	—
53.	-	Orelli, Professor	1822	1860	—
54.	-	Graberg, Fr.	1836	1860	—
55.	-	Kenngott, Ad., Dr. Prof. . .	1818	1861	1868
56.	-	Goll, Fr., Med. Dr. . . .	1828	1862	—
57.	-	Lehmann, Fr., Med. Dr. . .	1825	1862	—
58.	-	Bürkli, Fr., Zeitungsschreiber .	1818	1862	—
59.	-	Christoffel, Dr. Prof. (abs.) . .	1829	1862	—
60.	-	Schwarzenberg, Philipp, Dr. .	1817	1862	—

			Geb. Jahr.	Aufn. Jahr.	Eint. in's Comite.
61.	Hr.	Hotz, J., gew. Staatsarchivar .	1822	1862	—
62.	-	Studer, H., Bankpräsident . .	1815	1863	—
63.	-	Huber, E., Ingenieur . . .	1836	1863	—
64.	-	Reye, C. Th., Dr. Prof. (abs.) . .	1838	1863	—
65.	-	Kym, Dr. Professor . . .	1823	1863	—
66.	-	Suter, H., Seidenfabrikant . .	1841	1864	—
67.	-	Rambert, Professor . . .	1830	1864	—
68.	-	Kopp, J. J., Prof. d. Forstw. .	1819	1864	—
69.	-	Mühlberg, Prof. Aarau . . .	1840	1864	—
70.	-	Baltzer, Dr. phil., Professor . .	1842	1864	—
71.	-	Wettstein, Heinrich, Dr. phil., Seminardirector in Küssnacht .	1831	1864	—
72.	-	Meyer, Arnold, Dr. phil., Professor,	1844	1864	—
73.	-	Fritz, Prof. am Polytechnikum .	1830	1865	1873
74.	-	Ernst, Fr., Dr. Med., früher Prof. an der Universität . . .	1828	1865	—
75.	-	Lommel, Eug., Dr. Prof. (abs.) .	1837	1865	—
76.	-	Eberth, Carl Jos., Dr. Professor .	1835	1865	—
77.	-	Egli, J. J., Dr. Professor . .	1825	1866	—
78.	-	Weith, Wilh., Dr. Professor .	1846	1866	1873
79.	-	Ris, Ferd., Dr. Med. . . .	1839	1866	—
80.	-	Weilenmann, Aug., Dr., Professor	1843	1866	1872
81.	-	Fiedler, Wilh., Dr. Professor .	1832	1867	1871
82.	-	Merz, Victor, Dr. Professor . .	1839	1867	—
83.	-	Gusserow, A., Dr. Prof. (abs.) .	1836	1868	—
84.	-	Rose, E., Dr. med., Professor .	1836	1868	—
85.	-	Schoch, G., Dr. med., Professor .	1833	1868	1870
86.	-	Kundt, Aug., Dr. Prof. (abs.) . .	1839	1868	—
87.	-	Labhardt, Jak., Erz. in Männedorf	1830	1868	—
88.	-	Hermann, Dr. Professor . .	1838	1868	1870
89.	-	Bürkli, Arnold, Stadt-Ingenieur .	1833	1869	1873
90.	-	Escher-Hotz, Emil, Fabrikbesitzer	1817	1869	—
91.	-	Meyer, G. A., Lehrer am evangelischen Seminar	1845	1869	—
92.	-	Schwarz, H. A., Dr. Professor (abs.)	1843	1869	1871
93.	-	Tuchschmid, Dr. Prof. (abs.) .	1847	1869	—
94.	-	Lasius, Professor	1835	1869	—
95.	-	Beck, Alex., Dr. Prof. (abs.) . .	1847	1870	—

Nr.		Name	Geb. Jahr.	Aufn. Jahr.	Eint. in's Comite.
96.	Hr.	Weber, H., Dr. Professor (abs.) .	1842	1870	1872
97.	-	Schneebeli, Dr. Professor . .	1849	1870	—
98.	-	Fliegner, A., Professor . . .	1842	1870	1874
99.	-	Heim, Alb., Professor . . .	1849	1870	1874
100.	-	Kohlrausch, Dr. Prof. (abs.) . .	1840	1870	—
101.	-	Jäggi, Conserv. d. bot. Samml. .	1829	1870	—
102.	-	Affolter, F., Dr. Professor . .	—	1870	—
103.	-	Mösch, Cas., Dr., Conserv. d. geol. Slg.	1827	1871	—
104.	-	Suter, Heinr., Dr. Prof., Aarau .	1848	1871	—
105.	-	Krämer, Adolf, Dr. Professor .	1832	1871	—
106.	-	Nowacki, Dr. Professor . . .	1839	1871	—
107.	-	Bollinger, Otto, Dr. Prof. (abs.) .	1843	1871	—
108.	-	Brunner, Heinr., Dr. Prof., Lausanne	1847	1871	—
109.	-	Pestalozzi, Salomon, Ingenieur .	1841	1872	—
110.	-	v. Tribolet, Moritz, Dr., . .	1852	1872	—
111.	-	Martini, Friedr., Ing., Frauenfeld	1833	1872	—
112.	-	Linnekogel, Otto, Kfm., Frauenfeld	1835	1872	—
113.	-	Meyer, Victor, Dr. Professor . .	1848	1872	1875
114.	-	Schulze, Ernst, Dr. Professor .	1840	1872	1877
115.	-	Mayer, Carl, Dr. Professor . .	1827	1872	1875
116.	-	Tobler, Adolf, Dr. Privatdocent .	1850	1873	—
117.	-	Steinfels, Apoth. in Wädensweil .	1828	1873	—
118.	-	Möllinger, Prof., in Fluntern .	1814	1873	—
119.	-	Paur, J. H., Ingenieur . . .	1839	1873	—
120.	-	Irminger, Gustav, Dr. med., in Küsnacht	1840	1873	—
121.	-	Billwiller, Rob., Chef der meteorol. Centralanstalt	1849	1873	1876
122.	-	Kleiner, Dr. Professor . . .	1849	1873	1877
123.	-	Gnehm, Dr. Professor, . . .	1852	1873	—
124.	-	Choffat, Geolog, Privatdocent .	1849	1873	—
125.	-	Kollarits, Dr. phil. (abs.) . .	1844	1873	—
126.	-	Zuberbühler, Sekundarlehrer in Wädensweil	1844	1873	—
127.	-	Schär, Ed., Apotheker, Professor .	1842	1874	1876
128.	-	Ennes de Souza, Geolog (abs.) .	1848	1874	—
129.	-	Seitz, Dr. med., Privatdocent .	1845	1874	—
130.	-	Luchsinger, Dr. med., Prof. in Bern	1849	1874	—

			Geb. Jahr.	Aufn. Jahr.	Eint. in's Comite.
131.	Hr.	Stickelberger, Dr. Privatdocent .	1850	1874	—
132.	-	Wundt, Wilh., Dr. Professor (abs.)	—	1874	—
133.	-	Escher, Rud., Professor . .	1848	1874	—
134.	-	Ott, Carl, Asistent am physikal. Laborat. des Polytechnikums .	1849	1874	—
135.	-	Weber, Friedr., Apotheker . .	—	1875	—
136.	-	Weber, Friedr., Dr. Professor .	—	1875	1876
137.	-	Frankenhäuser, Ferd., Dr. med., Prof.	1832	1875	—
138.	-	Olbert, Ad., Lehrer in Männedorf	—	1875	—
139.	-	Schröder, Berthold, Chemiker .	—	1875	—
140.	-	Imhof, Eugen, Prof. in Schaffhausen	—	1875	—
141.	-	Meister, Otto, Lehrer in Stäfa .	—	1875	—
142.	-	Wanner, Stephan, Lehrer an der höhern Töchterschule Zürich .	—	1875	—
143.	-	Stoll, Dr. med.	—	1875	—
144.	-	Frobenius, Dr. Professor . .	—	1875	1877
145.	-	Haller, G., Dr. Phil. (abs.) . .	—	1875	—
146.	-	Keller, Konr., Dr. Privatdocent .	—	1875	—
147.	-	Lunge, Dr. Professor . . .	—	1876	1877
148.	-	Tetmair, Professor	—	1876	—
149.	-	Simonson, Assistent für Zoologie .	—	1876	—
150.	-	Berl, Privatdocent (abs.) . .	—	1876	—
151.	-	Müller, Lehrer in Enge . . .	—	1877	—
152.	-	Schmidt, Dr. phil., Privatdocent .	—	1877	—
153.	-	Mollet, Architect	—	1877	—
154.	-	Gröbli, Dr., Repetitor f. Math. .	—	1877	—
155.	-	Brunner, R., Chemiker in Küssnacht	—	1877	—
156.	-	Winter, Dr. Privatdocent . .	—	1878	—
157.	-	Schöller, Chemiker	—	1878	—
158.	-	Grebe, Dr. Professor . . .	—	1878	—
159.	-	Asper, Dr. Privatdocent . . .	—	1878	—
160.	-	Huguenin, Dr. Professor . .	1840	1878	—
161.	-	Schröter, K., Privatdocent . .	1855	1878	—
162.	-	Meyer, H., Dr. Prof. in St. Gallen	1852	1879	—
163.	-	Ammann, Sekundarl. in Richtersweil	—	1879	—
164.	-	Keller, J., Dr. I. Assist. f. darst. Gm.	1852	1879	—
165.	-	Stebler, Dr. Privatdocent . .	—	1879	—
166.	-	Abljanz, Dr. Kantonschemiker .	—	1880	—

b. Ehrenmitglieder.

			Geb.	Aufn.
1.	Hr.	Conradi v. Baldenstein	1784	1823
2.	-	Godet, Charles, Prof., in Neuchâtel	1797	1830
3.	-	Kottmann in Solothurn	1810	1830
4.	-	Schlang, Kammerrath in Gottroy	—	1831
5.	-	Kaup in Darmstadt	—	1832
6.	-	De Glard in Lille	—	1832
7.	-	Herbig, Med. Dr., in Göttingen	—	1832
8.	-	Alberti, Bergrath, in Rottweil	1795	1838
9.	-	Schuch, Dr. Med., in Regensburg	—	1838
10.	-	Wagner, Dr. Med., in Philadelphia	—	1840
11.	-	Murray, John, in Hull	—	1840
12.	-	Müller, Franz, Dr., in Altorf	1805	1840
13.	-	Gomez, Ant. Bernh., in Lissabon	—	1840
14.	-	Baretto, Hon. Per., in Guinea	—	1840
15.	-	Filiberti, Louis, auf Cap Vert	—	1840
16.	-	Kilian, Prof., in Mannheim	—	1843
17.	-	Tschudi, A. J. v., Dr., in Wien	—	1843
18.	-	Passerini, Prof. in Pisa	—	1843
19.	-	Coulon, Louis, in Neuchâtel	1804	1850
20.	-	Stainton, H. T., in London	1822	1856
21.	-	Tyndall, J., Prof. in London	1820	1858
22.	-	Wanner, Consul in Hâvre	—	1860
23.	-	Hirn, Adolf, in Logelbach bei Colmar	1815	1863
24.	-	Martins, Prof. der Botanik in Montpellier	1806	1864
25.	-	Zickel, Artill.-Capitain und Director der artes. Brunnen Algeriens	—	1864
26.	-	Hardi, Directeur du jardin d'Acclimatation au Hamma près Alger	—	1864
27.	-	Nägeli, Carl, Dr. phil., Prof. in München	1817	1866
28.	-	Studer, Bernh., Prof. Dr., in Bern	1794	1867
29.	-	Clausius, R., Dr. Prof. in Bonn	1822	1869
30.	-	Fick, Ad., Dr. Prof. in Würzburg	1829	1869
31.	-	Merian, Peter, Rathsherr in Basel	1795	1870
32.	-	Nägeli, Dr. Med., in Rio de Janeiro	—	1870
33.	-	Desor, Ed., Prof. in Neuenburg	1811	1872

c. Correspondirende Mitglieder.

		Geb.	Aufn.
1.	Hr. Dahlbom in Lundt	—	1839
2.	- Ruepp, Apotheker in Muri	1820	1856
3.	- Stitzenberger, Dr., in Konstanz	—	1856
4.	- Brunner-Aberli in Rorbas	1802	1856
5.	- Laharpe, Philipp, Dr. Med. in Lausanne	1830	1856
6.	- Labhart, Kaufmann in St. Gallen	—	1856
7.	- Bircher, Grosskaplan in Viesch	1806	1856
8.	- Cornaz, Dr., in Neuchâtel	1825	1856
9.	- Tscheinen, Pfarrer in Grächen	1808	1857
10.	- Girard, Dr., in Washington	—	1857
11.	- Græffe, Ed., Dr., in Wien	1833	1860
12.	- Claraz, Dr., in Buenos-Ayres	—	1860

Vorstand und Commissionen

der

naturforschenden Gesellschaft in Zürich

(Januar 1880).

a. Vorstand.

		Gewählt oder bestätigt
Präsident:	Herr Heim, Professor	1878
Vicepräsident:	- Weber, Dr. Professor	1878
Quästor:	- C. Escher-Hess	1876
Bibliothekar:	- Horner, J., Dr. Bibliothekar	1837
Actuar:	- A. Weilenmann, Dr., Professor	1876

b. Comité.

(Siehe das Verzeichniss der ordentlichen Mitglieder.)

c. Oekonomie-Commission.

1.	Herr Escher-Hess, Casp.	1876
2.	- Pestalozzi-Hirzel	1878
3.	- Culmann, Professor	1878
4.	- Schindler-Escher	1878
5.	- v. Muralt, Dr.	1879

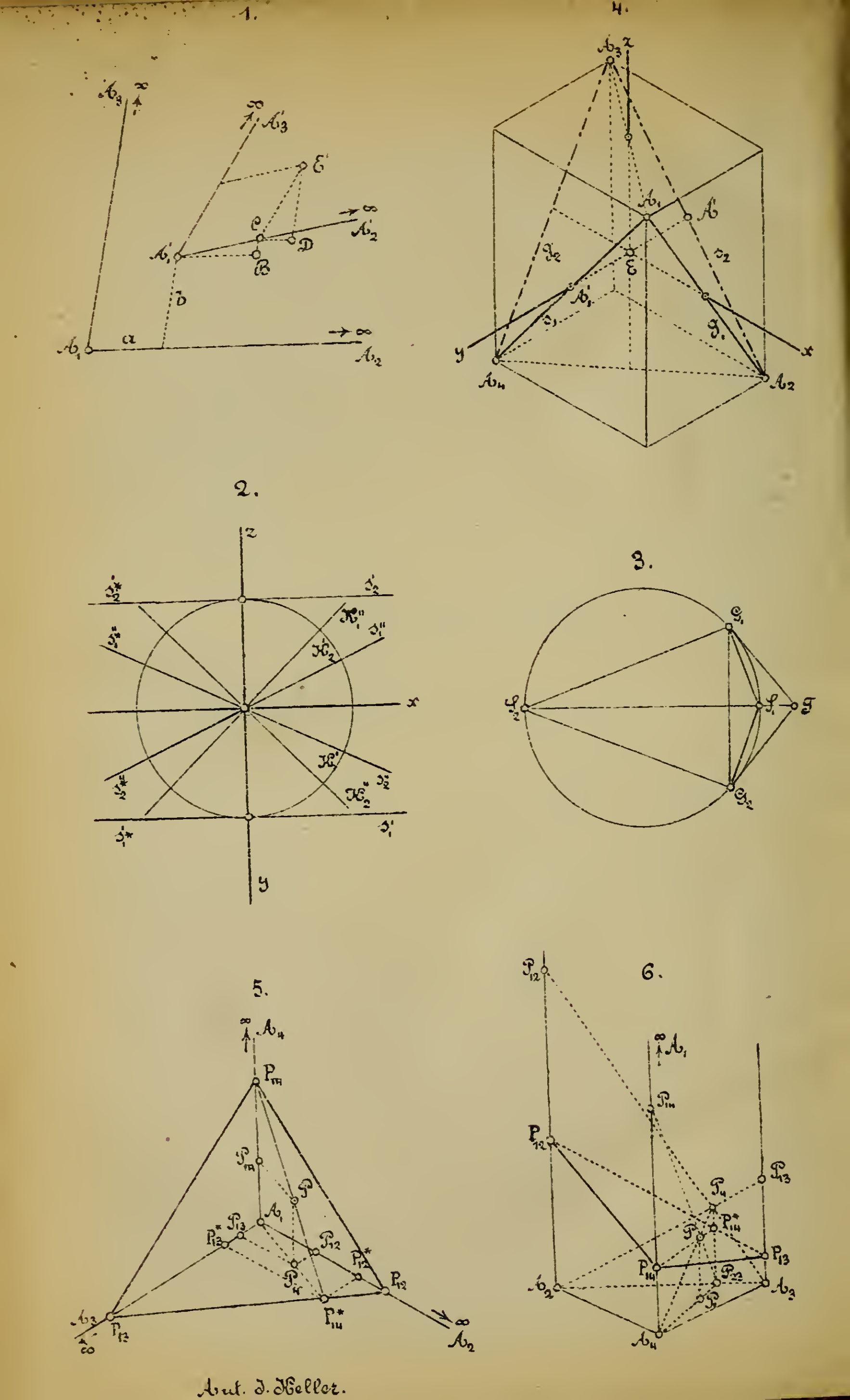
d. Bücher-Commission.

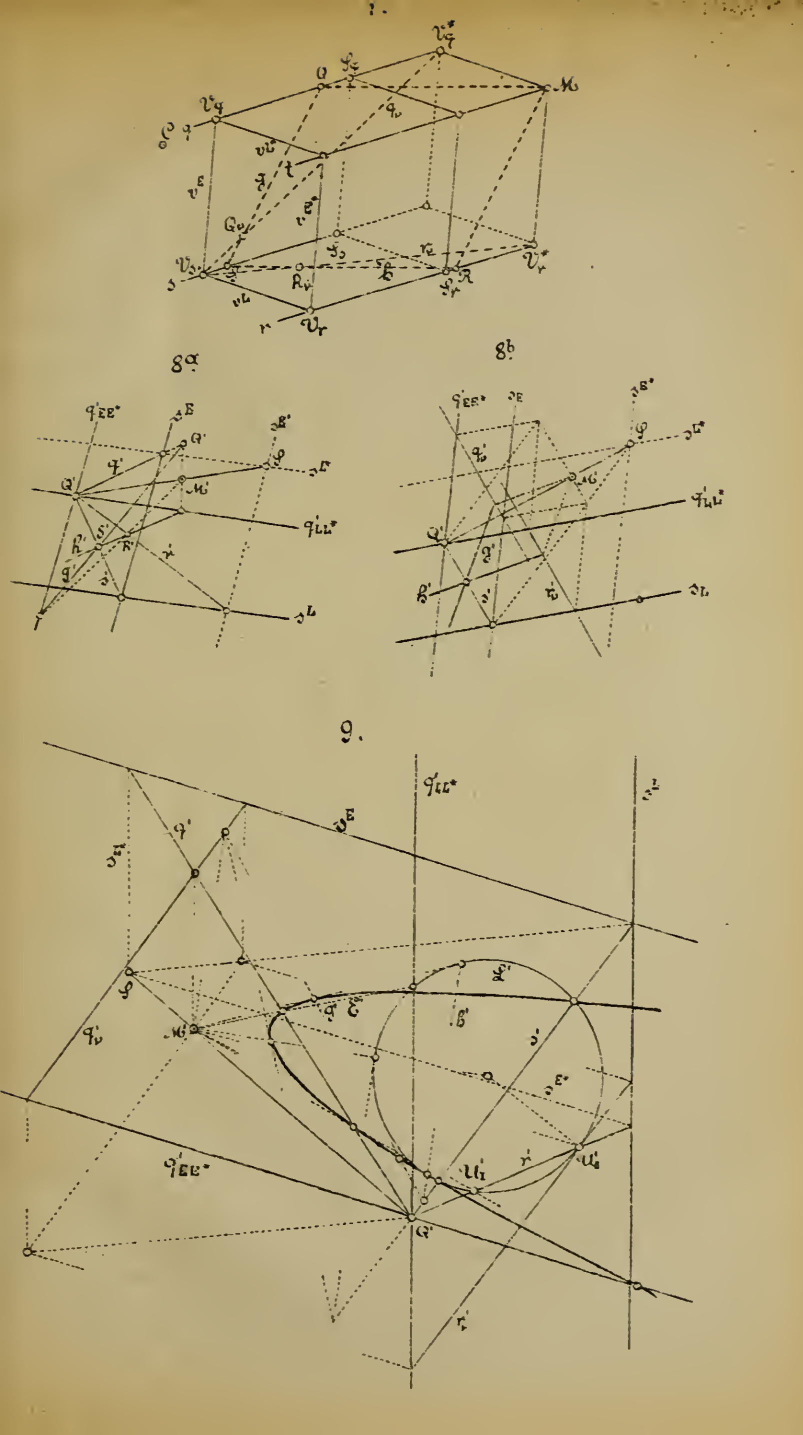
		Gewählt oder bestätigt
1.	Herr Horner, Dr., Bibliothekar	1875
2.	- Mousson, Professor	"
3.	- Stockar-Escher, Bergrath	"
4.	- Heer, Professor	"
5.	- Frey, Professor	"
6.	- Meyer, Professor	"
7.	- Wolf, Professor	"
8.	- Kenngott, Professor	"
9.	- Hermann, Professor	1877
10.	- Fiedler, Professor	1873
11.	- Weith, Professor	"
12.	- Heim, Professor	"

e. Neujahrstück-Commission.

1.	Herr Mousson, Professor	1875
2.	- Heer, Professor	"
3.	- Horner, Dr., Bibliothekar	"
4.	- Wolf, Professor	"
5.	- Heim, Professor	"

Abwart: Herr Waser, Gottlieb; gewählt 1860, bestätigt 1877.


1.
4.
2.
3.
5.
6.
Anst. J. Keller.


8a
8b
9.

